

Simulationen zur Anwendung photonenzählender pixelierter Halbleiterdetektoren in der Röntgenpolarimetrie

Diplomarbeit
von
Florian Bayer

Mai 2009

Physikalisches Institut der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Physikalische Grundlagen	3
2.1	Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit Materie	3
2.2	Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten	9
3	Comptonpolarimetrie	11
3.1	Verwendung pixelierter Detektoren als Comptonpolarimeter	11
3.2	Kenngrößen eines Comptonpolarimeters	13
4	Der Krebsnebel	19
5	Der Timepix-Detektor	23
5.1	Funktionsprinzip	24
5.2	Betriebsmodi	24
6	Simulation	27
6.1	Werkzeuge	27
6.2	Durchführung	29
6.3	Untersuchung von Energiebereichen	42
7	Ergebnisse	47
7.1	Detektionseffizienz in Abhängigkeit von der Geometrie	47
7.2	Modulationsfaktor in Abhängigkeit von der Geometrie	53
7.3	Winkelaufgelöste Untersuchung	62
7.4	Minimum detectable polarisation	67
7.5	Verbesserung der polarimetrischen Eigenschaften durch Verringerung der Diskriminatorschwelle	71
8	Zusammenfassung	73
A	Anhang	75
A.1	Durchlassvermögen der Atmosphäre	75
A.2	Timepix-Detektor	76
	Literaturverzeichnis	78
	Danksagung	79

1 Einleitung

Die Nutzung von Röntgenstrahlung, benannt nach ihrem Entdecker Wilhem-Conrad Röntgen (1845-1923), ist aus der medizinischen Bildgebung, der industriellen Materialprüfung und auch der wissenschaftlichen Forschung nicht mehr wegzudenken.

Zum Nachweis dieser Strahlung, deren Energie größer ist als die von sichtbarem Licht, dienen bislang vor allem Filme sowie Gas- und Szintillationsdetektoren. Seit mehreren Jahren arbeiten Wissenschaftler jedoch an direktkonvertierenden Halbleiterdetektoren. Direktkonvertierende Detektoren gelten als Röntgendetektoren der Zukunft. Sie bestehen im Wesentlichen aus einer konvertierenden Halbleiter-Sensorschicht, in der die detektierten Röntgenphotonen in physikalischen Prozessen eine Wechselwirkung ausüben. Auf diese Weise wird entsprechend der deponierten Energie eine bestimmte Menge freier Ladungsträger generiert, die gesammelt und von einer Detektorelektronik verarbeitet wird. Die Ladungssammlung und Signalverarbeitung kann in Pixeln erfolgen, wodurch der Sensor gewissermaßen eine Unterteilung erfährt.

Eine naheliegende Anwendung dieser Pixelierung ist die Bildgebung: Das Schwächungsbild eines Objekts, das von einem Röntgenstrahl durchdrungen wird, wird auf die pixelierte Fläche projiziert, hieraus wiederum ein Bild generiert. Die Pixelierung der Halbleiterschicht lässt allerdings auch anders geartete Anwendungen zu. Auf eine mögliche Anwendung, die **Polarimetrie** mit derartigen Pixeldetektoren, soll in dieser Diplomarbeit näher eingegangen werden. Diese Anwendungsidee ist noch völlig neu und bislang in keinem größeren Projekt zur Ausführung gekommen. Hierzu soll betrachtet werden, welche Eigenschaften Polarimeter auf der Basis solcher Halbleiterdetektoren mit einer Pixelgröße, die im Vergleich beispielsweise zu herkömmlichen Szintillationsdetektoren sehr gering ist, haben.

Röntgenstrahlung kann durch ihr Spektrum, die Ausbreitungsrichtung, den Zeitpunkt der Detektion an einem Ort sowie durch ihre Polarisierung charakterisiert werden. Die Kenntnis des Polarisationsgrades ist eine sehr wichtige Information, die zum Beispiel in der Röntgenastronomie von grundlegendem Interesse ist. Der Grad der linearen Polarisierung kann hier wesentlich zum Verständnis von Emissionsmechanismen, der Geometrie und des magnetischen Feldes stellarer Röntgenquellen beitragen. Sind die Eigenschaften der Strahlung bekannt, so ist es des weiteren möglich, Objekte zu untersuchen, die durch Streuprozesse die Strahlung, die sie durchdringt, beeinflussen.

Durch theoretische Modelle existieren bereits Vorhersagen zu derartigen Mechanismen und Geometrien, allerdings fehlen bislang oftmals die Möglichkeiten, den Polarisationsgrad in einer Messung zu bestimmen und hierdurch die theoretischen Ansätze zu verifizieren. Die meisten vorhandenen Röntgenobservatorien besitzen in ihrem Instrumentarium nur Detektoren, die Informationen zu Energie, Ort und Zeit der detektierten Strahlung liefern können. Die Observablen Polarisationsgrad und -richtung sind mit diesen oftmals nicht bestimmbar. Die angesprochene Bedeutung der Polarisierung führt allerdings dazu,

dass für neue Missionen zum Teil entsprechende Detektoren vorgesehen werden, oder spezielle ballongestützte Polarimetrieexperimente in Planung sind. Die in diesen Missionen untersuchten Röntgenenergiebereiche sind meist aber relativ eng eingegrenzt: Während beim *X-ray Polarimeter* XPOL der IXO-Mission (*International X-ray Observatory*) der Fokus auf den weichen Röntgenbereich von 2 keV bis 10 keV gelegt wird, ist der betrachtete Energiebereich bei anderen Experimenten wie etwa dem POGO (*Polarised Gamma-ray Observer*) bei harter Röntgenstrahlung oberhalb von 100 keV angesetzt. Das Fenster dazwischen wird bislang nur wenig erforscht.

Gerade dieser Energiebereich von etwa 40 keV bis 100 keV kann von pixelierten Halbleiterdetektoren wie dem Timepix untersucht werden. Die hierfür ideale polarimetrische Anwendung ist die Verwendung als *Comptonpolarimeter*. Diese nutzt den Sachverhalt aus, dass Photonen, die in der Konversionsschicht Comptongestreut werden, hierin nochmals wechselwirken können. Aus den Ortskoordinaten zweier Pixel, die in einer solchen Koinzidenz angesprochen werden, kann durch die Kenntnis der zugrundeliegenden Physik über ein mathematisches Rekonstruktionsverfahren der Grad der linearen Polarisation der auf den Sensor treffenden Röntgenstrahlung ermittelt werden.

Die vorliegende Diplomarbeit beschreibt im Wesentlichen die Funktionsweise eines den Comptoneffekt ausnutzenden Polarimeters. Dabei gehe ich zuerst auf die maßgeblichen physikalischen Prozesse und die in der Comptonpolarimetrie verwendeten Kenngrößen ein. Anschließend wird die Simulation eines Modells eines Comptonpolarimeters auf der Basis pixelierter photonenzählender Halbleiterdetektoren (ähnlich dem Timepix) vorgestellt und es werden die Ergebnisse der polarimetrischen Eigenschaften verschiedener Modelle verglichen. Besondere Beachtung erfahren dabei die Fragen, welchen Einfluss die Pixelgröße auf die Eigenschaften des Detektors ausübt und welche Auswirkung eine Variation der Auswertungsparameter hat. Im letzten Teil der Arbeit werden die Simulationsergebnisse zusammengefasst und weitere Verbesserungsmöglichkeiten diskutiert.

2 Physikalische Grundlagen

Inhaltsangabe

2.1 Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit Materie	3
2.1.1 Comptonstreuung	3
2.1.2 Photoeffekt	7
2.1.3 Rayleighstreuung	8
2.2 Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten	9

In diesem Kapitel werden die physikalischen Grundlagen, die zum Verständnis der in dieser Arbeit zusammengestellten Untersuchungen notwendig sind, kurz vorgestellt. Dabei werden vor allem die Wechselwirkungsprozesse elektromagnetischer Strahlung mit Materie betrachtet, die für die Comptonpolarimetrie von Bedeutung sind.

2.1 Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit Materie

Röntgenstrahlen sind elektromagnetische Wellen, deren Energie deutlich größer ist als die von sichtbarem Licht. Bei Transmission durch Materie wird diese Strahlung abgeschwächt. Die Schwächung hängt von der Photonenenergie ab und ist materialspezifisch. Der Grund für diese Schwächung sind Streuprozesse, aufgrund derer die Photonen ihre Ausbreitungsrichtung verändern oder von der Materie absorbiert werden. Diese Prozesse werden im Folgenden näher erläutert.

2.1.1 Comptonstreuung

Als elementarer elektromagnetischer Prozess, der für die Comptonpolarimetrie fundamental wichtig ist, ist als erstes der Comptoneffekt zu nennen. Beim Comptoneffekt wechselwirken Photonen an quasifreien Elektronen. Es finden hierbei ein Energie- sowie ein Impulsübertrag auf das Elektron statt, welches in dem Prozess soviel Energie erhält, dass seine Bindung in der Atomhülle gelöst wird und es als freies Comptonelektron mit einem Impuls die Bindung verlässt. Durch Energie- und Impulserhaltung ist die Energie E des gestreuten Photons gegeben durch:

$$E = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (2.1)$$

wobei θ der Streuwinkel ist, und mit $m_e c^2 = 511 \text{ keV}$ die Ruheenergie des Elektrons einfließt. Der Energieübertrag auf das Comptonelektron wird also maximal, wenn das

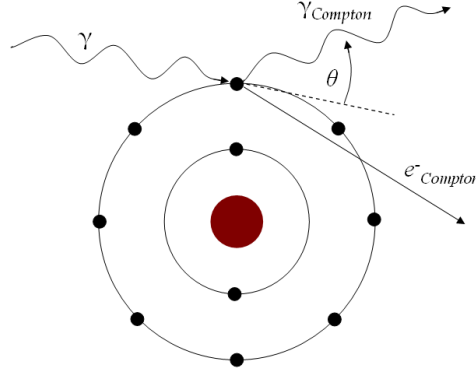


Abbildung 2.1 Zu sehen ist eine schematische Darstellung der Comptonstreuung. Ein Photon γ mit Energie E wechselwirkt mit einem Hüllenelektron, so dass dieses als Comptonelektron $e_{Compton}^-$ aus seiner Bindung gelöst wird und das Comptonphoton $\gamma_{Compton}$ um einen Streuwinkel θ und einen Winkel ϕ von der ursprünglichen Orientierung des elektrischen Feldvektors abgelenkt wird.

Photon unter $\theta = 180^\circ$ gestreut wird (“Rückwärtsstreuung“), das Photon erhält damit die minimale Streuenergie E_{min}

$$E_{min} = \frac{E_0}{1 + \frac{2E}{m_0c^2}}$$

Eine schematische Darstellung des Comptoneffekts ist in Abbildung 2.1 gezeigt. Eine Vorhersage bzw. Berechnung der Streuwinkelverteilung ist mit Hilfe des differentiellen Wirkungsquerschnitts $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ möglich. Für den Comptoneffekt ist dieser gegeben durch die Klein-Nishina-Formel (nach Oskar Klein und Yoshio Nishina [KN29]). Sie gilt als eines der ersten Ergebnisse der Quantenelektrodynamik und ist ein Maß für die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ und vom Azimutwinkel ϕ [Hei60]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 \frac{E^2}{E_0^2} \left(\frac{E}{E_0} + \frac{E_0}{E} - 2 \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \phi \right) \quad (2.2)$$

E und E_0 sind die Energien des gestreuten Photons bzw. die Primärenergie vor der Streuung, $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$ ist der klassische Elektronenradius. Durch Integration über den Raumwinkel erhält man die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit. Der Streuwinkel θ ist der Winkel, um den das gestreute Photon von der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung abgelenkt wird. ϕ ist der Winkel zwischen dem elektrischen Feldvektor des ankommenden Photons und der durch die Richtung des gestreuten Photons festgelegten Streuebene. Die Lage der Streuwinkel ist in Abbildung 2.2 graphisch dargestellt. Mit der Annahme, dass für die Energie $E_0 \ll m_e c^2$ gilt, wie es also für Röntgenphotonen gefordert werden kann, und einem Streuwinkel θ von 90° , wodurch sich nach Gleichung 2.1 die Annahme $E \approx E_0$ ergibt, kann man Rückschlüsse auf die Auftrittswahrscheinlichkeit der Comptonstreuung ziehen: Der Fall $\theta = 90^\circ$ entspricht der Streuung in der Detektorebene. Hierfür zeigt sich, dass der Streuquerschnitt durch die $\cos^2(\phi)$ -Abhängigkeit maximal wird für $\phi = 90^\circ$. Für 0° oder 180° geht er gegen Null. Für zu 100% linear polarisiert auf

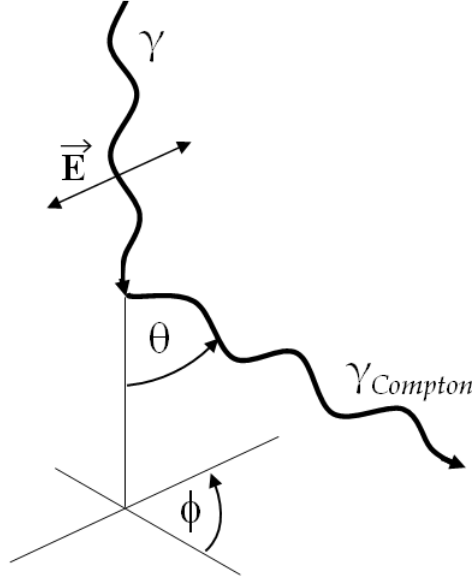


Abbildung 2.2 Dargestellt ist die Lage der Streuwinkel θ und ϕ bei der Comptonstreuung. ϕ ist der Winkel, der von der Polarisationsrichtung des einfallenden Photons mit der Ausbreitungsrichtung des gestreuten Photons eingeschlossen wird.

die Detektor-Sensorschicht auftreffende Röntgenstrahlung kann also ein Maximum der Comptongestreuerten Photonen senkrecht zur Polarisationssebene der ungestreuten Strahlung erwartet werden.

Als weitere Aussage der Klein-Nishina-Gleichung kann man sehen, dass für Energien $E_0 \ll m_e c^2$ an einem Ort mit einem fest bestimmbar Azimutwinkel ϕ zum Interaktionsort der Comptonstreuung durch die \cos^2 -Funktion fast vollständig linear polarisierte Röntgenstrahlung ankommt: Für die nach ϕ aus einem völlig unpolarisierten Röntgenstrahl gestreuten Photonen ergibt sich eine lineare Polarisation. Diese ist abhängig von der Photonenenergie E und dem Streuwinkel θ . Der Grad der Polarisation P ist wie folgt gegeben [LDH97]:

$$P = \frac{\sin^2 \theta}{\frac{E}{E_0} + \frac{E_0}{E} - \sin^2 \theta}$$

Diese Abhängigkeit des Polarisationsgrades wird in Abbildung 2.4 für verschiedene Photonenenergien und Streuwinkel gezeigt. Aus dieser Kenntnis heraus lässt sich durch Wahl der entsprechenden Geometrie mithilfe einer regulären Röntgenröhre und eines Streukörpers (z.B. Polymethylmetacrylat (PMMA)) ein Strahl annähernd vollständig linear polarisierter Röntgenstrahlung erzeugen. Röntgenröhre und Target müssen hier lediglich so zueinander ausgerichtet sein, dass sie über den Streukörper einen Winkel θ von in diesem Fall 90° einschließen. Dieser Aufbau wird im Labor gern verwendet, wenn linear polarisierte Röntgenstrahlung benötigt wird (z.B. in [MD08]).

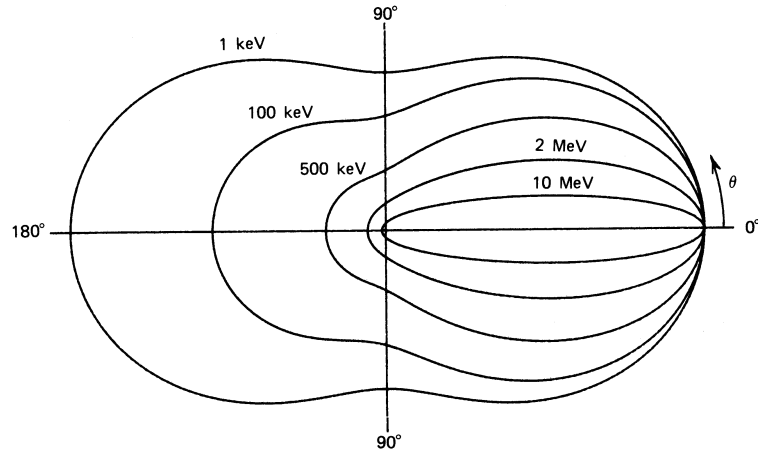


Abbildung 2.3 Dargestellt ist die Verteilung des Streuwinkels θ in Abhängigkeit von der primären Photonenenergie E_γ beim Comptoneffekt. Deutlich erkennbar ist, dass für Energien im keV-Bereich, also für Röntgenphotonen, die sogenannte Vorwärtsrichtung ($\theta < 90^\circ$) annähernd so wahrscheinlich ist wie die sogenannte Rückwärtsrichtung ($\theta > 90^\circ$). Für Energien im MeV-Bereich verschiebt sich diese Wahrscheinlichkeit, so dass höherenergetische Photonen so gut wie ausschließlich in die Vorwärtsrichtung gestreut werden [Kno89].

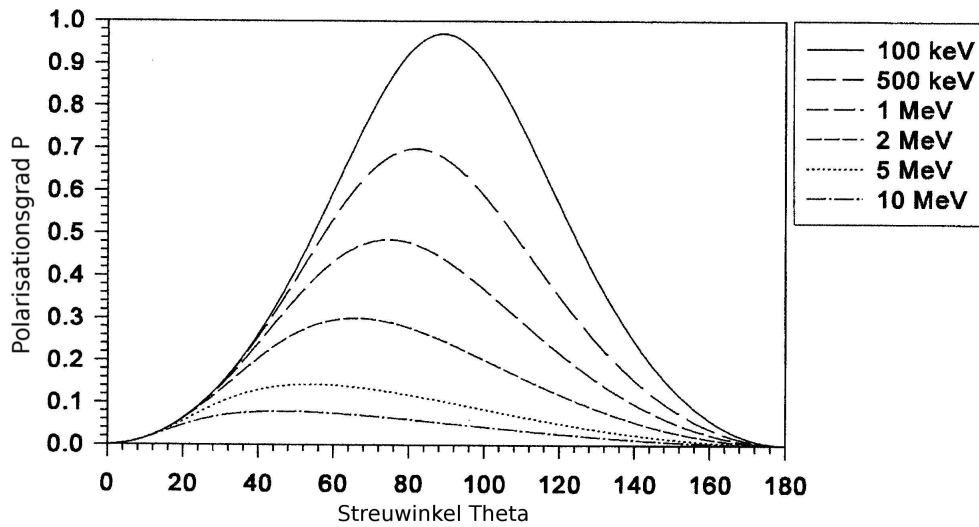


Abbildung 2.4 Aufgetragen ist der Polarisationsgrad P von Photonen, die aus einem unpolarisierten Photonenstrahl nach ϕ Comptongestreut werden, gegen den Streuwinkel θ für verschiedene Photonenenergien. Zu erkennen ist, dass für Röntgenstrahlung (zu sehen hier für 100 keV) die im Winkel $\theta = 90^\circ$ gestreute Strahlung fast vollständig polarisiert ist. Für höhere Energien verschiebt sich das Maximum zu kleineren Winkeln. Der erreichbare Polarisationsgrad fällt mit steigender Energie [LDH97].

2.1.2 Photoeffekt

Eine weitere elektromagnetische Wechselwirkung, die zur Energiedeposition von Röntgenphotonen in einer Halbleiter-Detektorschicht führt, ist der in Kurzform Photoeffekt genannte photoelektrische Effekt. Dieser Effekt tritt auf, wenn die Photonenenergie E_γ über der Ionisierungsenergie des Sensormaterials liegt, wobei das Photon seine komplette Energie auf ein Elektron einer inneren, kernnahen Elektronenschale überträgt, so dass es hierbei vollständig absorbiert wird ("atomarer Photoeffekt"). Das Elektron dagegen wird aus seiner Bindung gelöst, und verlässt die Atomhülle mit einer Energie, die sich aus der Differenz von Photonenenergie E_γ und Bindungsenergie $|E_b|$ ergibt [Hei60]:

$$E_{\text{Photoelektron}} = E_\gamma - |E_b|$$

Des weiteren muss, um die Impulserhaltung zu gewährleisten, auch ein durch die Stoßgeometrie mit dem Winkel θ bestimmter Energiebetrag an den Atomrumpf abgegeben werden. Dieser Beitrag ist allerdings aufgrund des Massenverhältnisses von Elektron zu Atomkern sehr gering, so dass er hier vernachlässigt werden kann. In Abbildung 2.5 ist der Mechanismus des Photoeffektes schematisch dargestellt. Die Wahrscheinlichkeit, dass

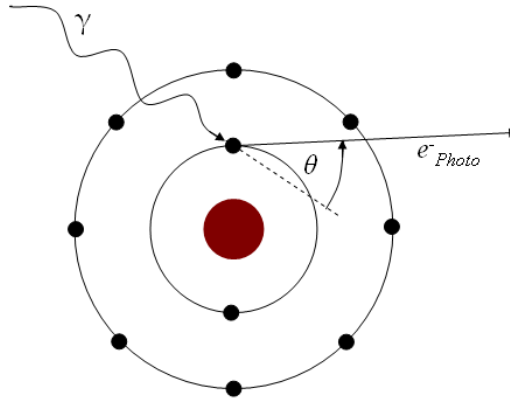


Abbildung 2.5 Zu sehen ist eine schematische Darstellung des photoelektrischen Effekts. Ein Photon γ wechselwirkt mit einem kernnahen Elektron und wird vollständig absorbiert. Das Photoelektron e_{Photo}^- wird aus seiner Bindung gelöst und mit der Energie $E_{\text{Photoelektron}} = E_\gamma - |E_b|$ um den Winkel θ von der Einfallsrichtung des Photons abgelenkt emittiert.

ein Photon durch den Photoeffekt in der K-Schale absorbiert wird, und ein Photoelektron im Winkel θ zur Einfallsrichtung des Photons und im Winkel ϕ zur Richtung des elektrischen Feldvektors des Photons emittiert wird, ist gegeben durch den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 Z^5 \alpha^4 \left(\frac{m_e c^2}{E_\gamma} \right)^{\frac{7}{2}} \frac{4\sqrt{2} \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \phi}{(1 - \beta \cdot \cos \theta)^4}$$

mit dem klassischen Elektronenradius r_0 , der Kernladungszahl Z , der Feinstrukturkonstante α und dem Geschwindigkeitsverhältnis $\beta = \frac{v_e}{c}$. Deutlich zeigt sich die Abhängigkeit von der Photonenenergie E_γ , wodurch sich die in Kapitel 2.2 dargestellte Reduktion

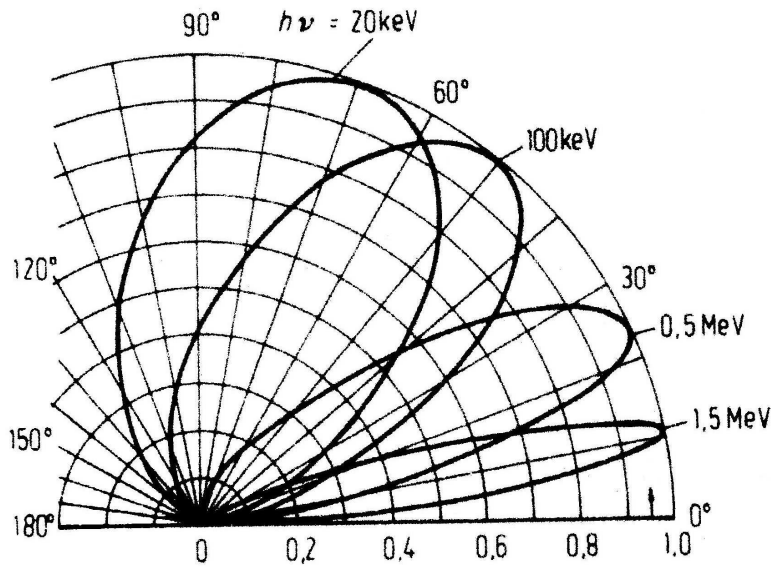


Abbildung 2.6 Dargestellt ist die Winkelverteilung des Streuwinkels θ für durch den Photoeffekt generierte Photoelektronen in Bezug zur Einfallsrichtung des Photons [Rei90]. Für niedrigere Photonenenergien E_γ werden die Photoelektronen senkrecht zur Einfallsrichtung des Photons emittiert, für höhere Energien zeigt sich eine Verschiebung der Emissionswahrscheinlichkeit in die Vorwärtsrichtung.

der Interaktionswahrscheinlichkeit durch den Photoeffekt bei höheren Photonenenergien ergibt. Des weiteren bedeutet dies, dass der überwiegende Teil der Photoelektronen in Richtung des elektrischen Feldvektors des Photons emittiert wird, also mit $\phi = 0^\circ$ und senkrecht zum ursprünglichen Impuls des Photons ($\theta = 90^\circ$). Für den Zähler des Wirkungsquerschnitts allein würde sich eine Emissionswahrscheinlichkeit in $\theta = 0^\circ$ von Null ergeben, der Nenner bewirkt allerdings eine Verschiebung der Vorzugsrichtung auf die Vorwärtsrichtung. Diese fällt umso stärker aus, je größer der Impuls des Photoelektrons (und damit v_e), hervorgerufen durch eine höhere Photonenenergie, ist [Hei60]. Diese Abhängigkeit des Streuwinkels θ ist in Abbildung 2.6 für verschiedene Photonenenergien E_γ gezeigt.

2.1.3 Rayleighstreuung

Als weiterer Prozess sei die Rayleighstreuung erwähnt. Sie beschreibt die elastische Streuung eines Photons mit dem Gesamtsystem der gebundenen Elektronen eines Streuatoms. Bedingung ist hierbei, dass (im Wellenbild gesprochen) die Wellenlänge des Photons groß gegenüber dem Durchmesser des Streuatoms ist. Bei der Rayleighstreuung findet kein Energieübertrag vom Photon auf die streuende Materie statt, daher kann durch diese Wechselwirkung eines Photons in einem Halbleiterdetektor praktisch kein Pixel getriggert werden. Allerdings muss die Rayleighstreuung beachtet werden, da das Röntgenphoton seine Ausbreitungsrichtung durch Rayleighstreuung ändern kann. Dadurch geht die Richtungsinformation für den Detektor verloren: Es kann deswegen sein, dass

ein durch Compton- oder Photoeffekt detektiertes Photon vorher bereits durch die elastische Streuung seine ursprüngliche Richtung verändert hat. Gerade in der Comptonpolarimetrie können infolgedessen Fehler durch die falsch gewonnene Winkelzuordnung entstehen.

2.2 Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten

Bei den Wechselwirkungen von γ -Strahlung mit Silizium, das die Kernladungszahl $Z = 14$ besitzt, spielen bei Photonenenergien unter etwa 2 – 3 MeV Photo- und Comptoneffekt die Hauptrolle, darüber dominiert die Elektron-Positron-Paarerzeugung. Auch für die Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten im Röntgenbereich ist eine weitere Untergliederung möglich, wie in Abbildung 2.7 zu sehen ist. Hierin ist der Massenschwächungskoeffizient μ von Silizium gegen die Photonenenergie aufgetragen. Für derartige tabellarische Angaben wird die Größe Massenschwächungskoeffizient $\frac{\mu}{\rho}$ verwendet, da sie unabhängig von den makroskopischen Größen wie etwa Druck und Temperatur ist. Für die tatsächliche Verwendung des Schwächungskoeffizienten, beispielsweise im Lambert-Beerschen Gesetz (Gleichung 2.3), ist also noch die Multiplikation mit der Dichte ρ notwendig. Der Gesamtwert für den totalen Schwächungskoeffizienten μ lässt sich aufteilen in die Summe aus den Anteilen von Compton- und Photoeffekt sowie Rayleighstreuung:

$$\mu = \mu_{\text{Compton}} + \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Rayleigh}}$$

Die Schwächungskoeffizienten sind jeweils linear mit den Wirkungsquerschnitten verknüpft. Wie man sehen kann, leistet der Photoeffekt für Energien bis zu etwa 58 keV den größten Beitrag zum Schwächungskoeffizienten, darüber wird zunehmend die Comptonstreuung zur wahrscheinlicheren Wechselwirkung. Zu beachten ist auch der Einfluss der Rayleighstreuung: Im Energiebereich unterhalb von 40 keV liegt deren Wechselwirkungswahrscheinlichkeit in der Größenordnung der Comptonstreuung und wird bei niedrigen Energien sogar wesentlich größer. Insgesamt hat dies jedoch keinen merklichen Einfluss, da der Photoeffekt in diesem Bereich die beiden vorgenannten Streuprozesse um zum Teil mehr als zwei Größenordnungen übersteigt und die Wechselwirkung eines Photons in Silizium damit vollständig dominiert. Eine Rolle spielt die Rayleighstreuung in der Comptonpolarimetrie bezüglich der Richtungsinformation: Kohärent gestreute Photonen verändern lediglich die Richtung ihres Impulses, Energie wird allerdings nicht an das streuende Material abgegeben, so dass im Halbleiter-Pixeldetektor Rayleighstreuung nicht durch die herkömmliche Auslösung eines Pixels detektiert werden kann. Sie muss lediglich derart bedacht werden, dass ins Sensormaterial eindringende Photonen vor ihrer ersten mit Energieverlust verbundenen Interaktion durch Rayleighstreuung ihre primäre Richtungsinformation verlieren können, oder etwa Comptongestreute Photonen vor ihrem Nachweis in einem weiteren Pixel gestreut werden, so dass die Rekonstruktion koinzidenter Treffer verfälscht wird.

Die Abschwächung, welche ein das Medium durchdringender Röntgenstrahl aufgrund dieser Wechselwirkungen erfährt, folgt einer exponentiellen Abhängigkeit und wird durch das Lambert-Beersche Schwächungsgesetz beschrieben:

$$N = N_0 \cdot e^{-\int_0^d \mu(x) dx} \quad (2.3)$$

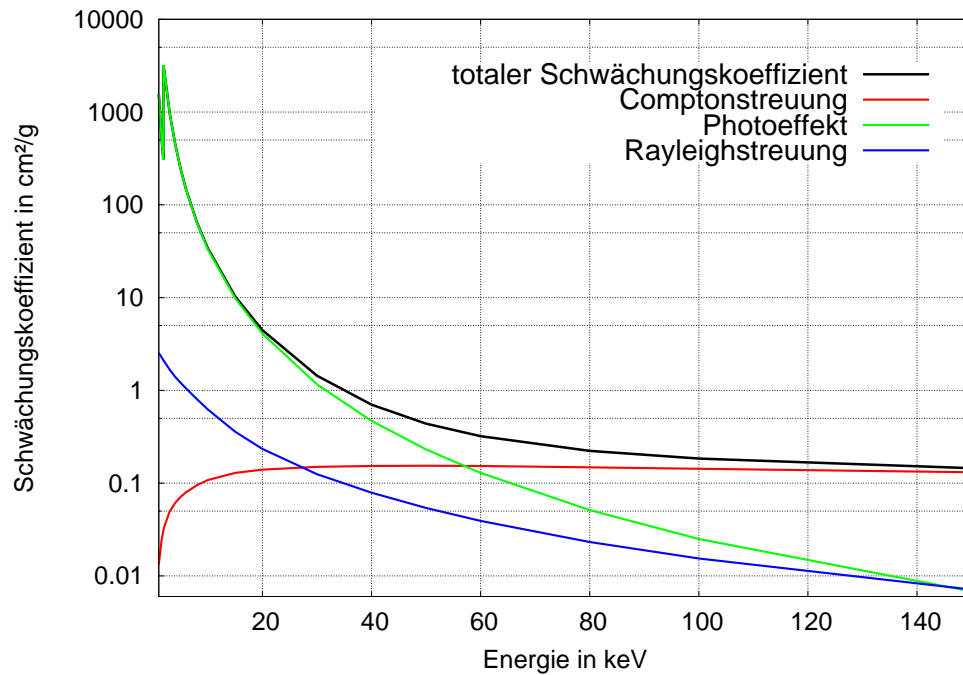


Abbildung 2.7 Massenschwächungskoeffizient $\frac{\mu}{\rho}$ von Silizium in Abhängigkeit von der Photonenenergie. Neben dem totalen Schwächungskoeffizienten sind die jeweiligen Anteile der Prozesse dargestellt, die zur Gesamtschwächung beitragen [Nat09].

wobei N_0 die einfallende Photonenzahl darstellt und N die Anzahl der in Strahlrichtung nach Durchlauf des Mediums mit der Dicke d ankommenden Photonen ist. Ist das absorbierende Material homogen, so dass der Schwächungskoeffizient μ nicht mit dem Verlauf des Mediums variiert, so kann die Gleichung vereinfacht werden zu

$$N = N_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$$

3 Comptonpolarimetrie

Inhaltsangabe

3.1	Verwendung pixelierter Detektoren als Comptonpolarimeter	11
3.2	Kenngrößen eines Comptonpolarimeters	13
3.2.1	Detektionseffizienz ε	14
3.2.2	Modulationsfaktor μ	14
3.2.3	Minimum detectable polarization MDP	15

3.1 Verwendung pixelierter Detektoren als Comptonpolarimeter

Für die Verwendung als Comptonpolarimeter eignen sich pixelierte Halbleiterdetektoren dadurch, dass sie mit der Ausgabe zweier durch Wechselwirkungen ausgelöster Pixeltreffer, die aus einem Photonenpfad entstammen, Ortsinformationen liefern können, aus denen eine Analyse der Compton-Streuwinkel möglich ist. Die Bedingung für analysierbare Ortsinformationen ist, dass der erste Pixeltreffer durch den Comptoneffekt eines in den Sensor eindringenden Photons ausgelöst wird, der zweite durch die anschließende Interaktion (Compton- oder Photoeffekt) des gestreuten Comptonphotons. Diese in Abbildung 3.1 graphisch dargestellten koinzidenten Ereignisse werden im Folgenden als “Golden Events“ bezeichnet, da nur sie für die comptonpolarimetrische Analyse nutzbar sind. Legt man eine Verbindungslinie durch die zwei von einem “Golden Event“ aus-

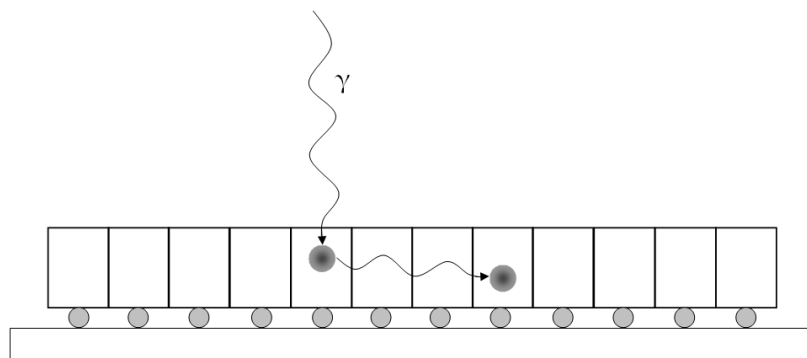


Abbildung 3.1 Graphische Darstellung eines “Golden Events“. Nachdem das in das Sensormaterial eingedrungene Photon in einem Pixel comptongestreut wurde, interagiert es ein zweites Mal, wodurch ein weiterer Pixel getriggert wird.

gelösten Pixel, so kann man den Winkel bestimmen, den diese Verbindungslinie mit einer auf der Sensorschicht frei bestimmten Orientierungslinie einschließt. Entspricht die Orientierungslinie der Richtung des elektrischen Feldvektors der eindringenden Strahlung, so stellt dieser in der Sensorebene bestimmte Winkel, setzt man senkrechten Photoneneinfall voraus, exakt den Azimutwinkel ϕ der Comptonstreuung dar. Abbildung 3.2 verdeutlicht den Zusammenhang. Nach der Klein-Nishina-Gleichung (Gleichung 2.2), welche die

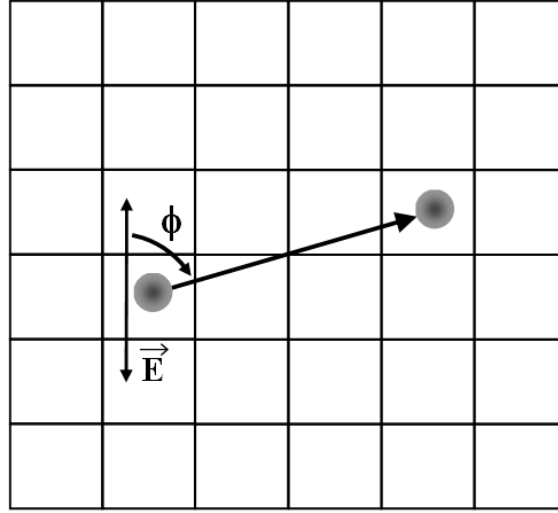


Abbildung 3.2 Diese Skizze zeigt die Sensorfläche aus der Einfallsrichtung des Photons. Der Winkel, den die Verbindungslinie der beiden getroffenen Pixel mit dem elektrischen Feldvektor des ungestreuten Photons (auf der linken Seite dargestellt) einschließt, ist der Azimutwinkel ϕ der Comptonstreuung. Aus der Klein-Nishina-Gleichung erwartet man eine Vorzugsrichtung zu $\phi = 90^\circ$.

Wechselwirkungswahrscheinlichkeit unter anderem in Abhängigkeit vom Winkel ϕ zeigt, erkennt man die für vollständig linear polarisierte Röntgenstrahlung geltende Relation bezüglich der Anzahl von im Winkel ϕ zur Orientierungslinie liegenden Koinzidenzen: Die Abhängigkeit lässt sich für eine ebene Detektorfläche derart ausnutzen, dass die nachgewiesenen Koinzidenzen sich in einer Ebene mit dem Winkel θ nahe 90° befinden, und daher, nach ihrem Azimutwinkel ϕ histogrammiert, im Idealfall die $\cos^2(\phi)$ -Funktion zeigen. Im angedeuteten Idealfall befinden sich die Maxima also bei 90° und 270° . Für 0° und 180° sollte das Minimum bei Null liegen. Da jedoch der Detektor keine infinitesimal dünne Sensorschicht besitzt, sondern aus Gründen der Nachweiseffizienz hier Dicken von bis zu 2 mm betrachtet werden sollen, sind auch Streuwinkel θ zulässig, die deutlich von 90° abweichen (für eine angenommene Sensordicke von $300 \mu\text{m}$ und einem Pixel Pitch von $55 \mu\text{m}$ liegt der in der Auswertung der in Kapitel 6.2 durchgeführten Simulationen für Koinzidenzen zugelassene Raumwinkel bei $(90 \pm 50)^\circ$). Ist das Pixelraster sehr klein und sind die von einem “Golden Event” ausgelösten Treffer räumlich voneinander genügend weit entfernt, so werden die exakten Interaktionsorte gut wiedergegeben, so dass eine gute Rekonstruktion des genauen Streuwinkels durchführbar ist. Allerdings wirkt sich im Realfall die Pixelierung so aus, dass anstatt der exakten Wechselwirkungspositionen,

welche innerhalb des Pixels nicht bekannt sind, die Pixelmitten zur Berechnung herangezogen werden müssen. Die Pixelmitten minimieren den Fehler, der durch die notwendige Zuweisung eines vom exakten Interaktionsort abweichenden Punktes entsteht.

Des weiteren müssen noch weitere Fehlerquellen in Betracht gezogen werden: Aus einem Doppeltreffer in einem Detektorbild lässt sich noch nicht direkt schließen, dass ein “Golden Event“ zugrunde liegt: Zur Auslösung eines Pixeltriggers ist das Überschreiten der entsprechenden Energieschwelle nötig. Wird das Comptongestreuete Photon auf seinem Pfad zur zweiten getriggerten Interaktion etwa noch kohärent gestreut (\rightarrow Rayleighstreuung), so wird diese Wechselwirkung aufgrund der fehlenden Energiedeposition im Sensor nicht detektiert. Die Richtungsinformation geht allerdings infolge der kohärenten Streuung verloren, so dass der errechnete Winkel aus dieser Koinzidenz fehlerbehaftet ist.

Auch muss zunächst einmal ein Bild erzeugt werden, in dem eindeutig zwei Pixeltreffer einer Koinzidenz zugeordnet werden können. Ist die Photonenflussrate auf dem Detektorsensor sehr hoch, so ist dies nur dadurch machbar, dass die Aufnahmezeit eines “Bildes“ sehr kurz gewählt wird: Ist die Zeitdauer zu groß, können beispielsweise zwei oder mehr innerhalb dieser Dauer auf dem Detektor aufschlagenden Photonen so im Sensor wechselwirken, dass die Signatur dieser zufälligen Koinzidenz der getriggerten Pixel ähnlich der einer “echten“ Koinzidenz ist. Da in einem pixelierten Halbleiterdetektor noch weitere physikalische Prozesse wie etwa das “Charge Sharing“ stattfinden, auf die im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden soll, ist in einer realen Messung eine entsprechende Clusteranalyse zur Untersuchung der Bilder notwendig.

Die Rekonstruktion wirklicher “Golden Events“ kann durch eine Funktionalität ermöglicht werden, wie sie im Timepix-Detektor umgesetzt ist: Im Time-To-Shutter-Modus erhält man die Zeitinformation der Detektion. Durch die Annahme, dass die Interaktionen einer gesuchten Koinzidenz zeitlich in enger Abfolge stattfinden, kann ein sehr schmales Zeitfenster für ein “Golden Event“ gesetzt und durch Vergleich der Time-To-Shutter-Werte die Zusammengehörigkeit zweier getriggelter Pixel in einem Bild mit mehreren Treffern genauer untersucht werden. In der Anwendung als Comptonpolarimeter ist ohnehin, setzt man senkrechten Strahlungseinfall voraus, lediglich die Ortsinformation von Interesse. Auf die Energieinformation etwa, wie man sie im Time-Over-Threshold-Modus erhält, kann im Grunde verzichtet werden, sofern nicht bildgebende Polarimetrie benötigt wird. Sie ist also nur dann bei einem Detektor, der den Comptoneffekt ausnutzt, Bedingung, wenn im Falle der Polarimetrie die Richtung des Photoneneinfalls nicht bekannt ist, so dass durch die Gleichungen des Comptoneffekts die Streuwinkel erst rekonstruiert werden müssen, oder aber wenn das Ziel beispielsweise Bildgebung in der Funktionsweise einer Compton-Kamera ist.

3.2 Kenngrößen eines Comptonpolarimeters

Im Folgenden werden die für ein Comptonpolarimeter bedeutsamen Kenngrößen erläutert. Im Wesentlichen sind dies die Detektionseffizienz ε und der Modulationsfaktor μ . Diese Größen fließen zusammen mit den Parametern des Messprozesses in die *MDP* (*Minimum Detectable Polarization*) ein, mit welcher Aussagen über die Sensitivität eines Polarimeters für eine gegebene Strahlungsquelle getroffen werden können.

3.2.1 Detektionseffizienz ε

Als erstes zu nennen ist die Detektionseffizienz ε . Während die Interaktion einfallender Röntgenquanten im Sensor-Konversionsmaterial überhaupt die Grundlage einer Messung ist, so ist für die Comptonpolarimetrie das Auftreten koinzidenter Doppeltreffer maßgeblich. Nur diese können zur Messung der Polarisierung herangezogen werden. Die Detektionseffizienz ε beschreibt den Anteil der zur Polarimetrie-Analyse nutzbaren “Golden Events“ pro auf dem Detektor-Sensor auftreffendem Photon:

$$\varepsilon = \frac{\# \text{ golden events}}{\# \text{ auftreffende Photonen}} \quad (3.1)$$

Ein “Golden Event“ ist hierbei der Vorgang, wenn ein in den Sensor eindringendes Röntgenphoton zuerst mittels Comptoneffekt wechselwirkt, und das gestreute Comptonphoton anschließend an einem anderen Ort im Sensor (und damit einem anderen Pixel) wiederum interagiert, wie es in Abbildung 3.1 dargestellt und erklärt ist. Bei der zweiten Interaktion ist es dann gleichgültig, ob dies durch den Photoeffekt oder eine weitere Comptonstreuung geschieht. Es muss lediglich gewährleistet sein, dass die im Sensor deponierte Energie die eingestellte Schwelle übersteigt und dadurch ein Nachweis möglich ist. Diese “Golden Events“ sind für die Comptonpolarimetrie elementar wichtig, nur sie enthalten die Winkelinformation, mithilfe welcher der Polarisationsgrad bestimmt wird.

3.2.2 Modulationsfaktor μ

Eine weitere Kenngröße eines Polarimeters ist der Modulationsfaktor μ . Er kann bezeichnet werden als der Schlüsselparameter eines Polarimeters, da er sowohl dessen Analysierstärke wiedergibt als auch die grundlegende Größe zur eigentlichen Berechnung des Polarisationsgrades ist.

Die Bestimmung von μ erfolgt, indem in einem Histogramm die Anzahl der Koinzidenzen gegen den Winkel, der von der Verbindungslinie ihrer zugrundeliegenden getriggerten Pixel mit einer Referenz-Achse eingeschlossen wird, aufgetragen wird. Wie in Kapitel 3.1 erläutert, beschreibt die durch die Histogrammwerte gelegte Kurve im Idealfall (was einem Modulationsfaktor von 100% entspräche) exakt eine \cos^2 -Funktion. Aufgrund der Abweichung von der idealen Geometrie und den Zuordnungsfehlern, die durch Pixelierung u.ä. entstehen, ist diese \cos^2 -Funktion um einen Offset und eine Phase verschoben. In Abbildung 3.3 ist eine derartige Modulationskurve exemplarisch gezeigt. Die Berechnung des Modulationsfaktors erfolgt nun mit Hilfe der Funktionsparameter dieser Funktion. Sie wird parametrisiert als:

$$f(\alpha) = A \cdot \cos^2(\alpha - \alpha_0) + B \quad (3.2)$$

A ist hierbei die Amplitude, α_0 die Phase und B der Offset. μ ist definiert als

$$\mu = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\max} + f_{\min}} \quad (3.3)$$

wobei f_{\max} beziehungsweise f_{\min} das Maximum und das Minimum der Funktion $f(\alpha)$ darstellen. Sie können geschrieben werden als

$$f_{\max} = A + B$$

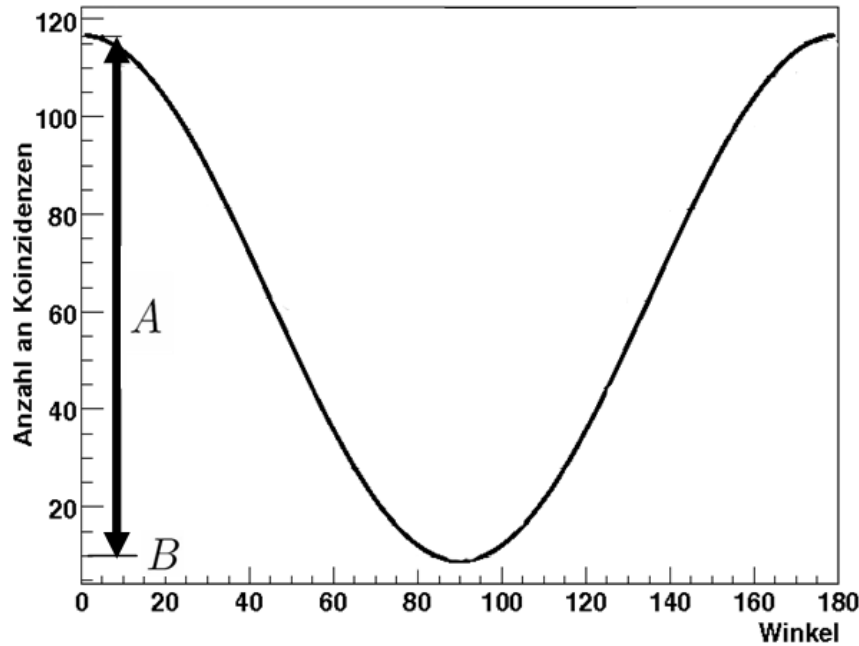


Abbildung 3.3 Ideale Modulationskurve einer polarimetrischen Analyse. Deutlich erkennbar ist die \cos^2 -Funktion $f(\alpha)$. Links eingezeichnet sind die Werte, welche die Funktion parametrisieren und in die Berechnung der Modulation μ einfließen: A kennzeichnet die Amplitude, B das Minimum der Funktion, also den Offset.

$$f_{min} = B$$

wodurch μ in diesen Funktionsparametern ausgedrückt wird durch:

$$\mu = \frac{A}{A + 2 \cdot B}$$

Aus Messung oder Simulation liegt die Modulationsfunktion $f(\alpha)$ natürlich nicht analytisch vor, sondern wird bestimmt durch eine Anpassung von $f(\alpha)$ an die Werte des Histogramms. Die herangezogenen Größen A , B und α_0 sind Parameter dieser Fit-Funktion. Sie sind grundsätzlich mit einem gewissen Fit-Fehler behaftet.

Wie angedeutet ist der Modulationsfaktor als Schlüsselparameter auch für die eigentliche Berechnung des Polarisationsgrades der detektierten Strahlung maßgeblich: Hierzu muss zunächst der Modulationsfaktor $\mu_{100\% \text{ polarisiert}}$ eines Polarimeters für vollständig linear polarisierte Röntgenstrahlung bestimmt werden. Der Polarisationsgrad P ergibt sich schließlich mithilfe des in der Messung ermittelten Modulationsfaktors $\mu_{Messung}$ aus der Beziehung:

$$P = \frac{\mu_{Messung}}{\mu_{100\% \text{ polarisiert}}}$$

3.2.3 Minimum detectable polarization MDP

Als eine allgemeine Größe für die Eigenschaften eines Polarimeters wird die sogenannte MDP (*Minimum Detectable Polarization*) verwendet. Sie beschreibt gewissermaßen die

Auflösungsgrenze derart, dass sie den minimalen Grad der linearen Polarisation angibt, der mit dem Polarimeter noch als von Null verschieden, und damit von unpolarisierter Strahlung verschieden, gemessen werden kann. Strahlung mit einem linearen Polarisationsgrad, der kleiner als der Wert der MDP ist, kann nicht als polarisiert nachgewiesen werden, da der gemessene Modulationsfaktor sich auch durch Zufall aus der Bestrahlung mit unpolarisierter Strahlung hätte ergeben können. Die MDP errechnet sich durch

$$MDP = \frac{4,29}{\mu \cdot \varepsilon \cdot \dot{S}_{Det} \cdot T} \cdot \sqrt{(\dot{S}_{Det} + \dot{B}) \cdot \varepsilon \cdot T} \quad (3.4)$$

Der Faktor 4,29 im Zähler ergibt sich aus der Festlegung des Konfidenzniveaus auf 99%. Die MDP ist sowohl abhängig von den zuvor beschriebenen Polarimeter-eigenen Parametern ε und μ als auch von Größen, die sich aus dem Messprozess ergeben. Diese sind:

- Der Fluss \dot{S}_{Det}
Er ist anzusehen als Photonenrate auf der sensitiven Detektorfläche A , so dass also gilt: $\dot{S}_{Det} = \dot{S}_{Source} \cdot A$, wobei \dot{S}_{Source} der Photonenfluss am Ort des Detektors ist. Das Ergebnis ist folglich eine Rate, welche die Anzahl der Photonen auf dem Detektor pro Zeit wiedergibt.
- Die Messdauer T
Die Messdauer ist die Zeit, in der das Polarimeter den Photonenfluss der Quelle detektiert und zur Analyse der Polarisation auswertet. Multipliziert mit dem Fluss \dot{S}_{Det} errechnet sich die absolute Anzahl an Photonen, welche in der Zeit T auf das Polarimeter eingestrahlt werden.
- Der Background-Fluss \dot{B}
Da reale Messungen nie frei von gewisser Hintergrundstrahlung, z.B. aus anderen Quellen oder aus gestreuter Strahlung, sind, wird darüber hinaus der Background-Fluss \dot{B} in die MDP -Berechnung miteinbezogen. Er verschlechtert den Wert der MDP , was leicht verständlich ist, da der auflösbare Polarisationsgrad der zu untersuchenden Strahlung umso höher wird, je größer die Gesamtflussrate $\dot{S}_{Det} + \dot{B}$ von \dot{B} bestimmt wird.

Nimmt man den Background-Fluss \dot{B} als Null an, so lässt sich die Formel leicht vereinfachen und die direkte Abhängigkeit der MDP von den Schlüsselparametern ist zu erkennen: Aus der Definition von ε (Gleichung 3.1) und der Kenntnis, dass $\dot{S}_{Det} \cdot T$ die Anzahl der innerhalb der Messdauer T auf dem Detektor auftreffenden Photonen $N_{Photonen}(T)$ darstellt, vereinfacht sich die Berechnung zu:

$$MDP = \frac{4,29}{\mu \cdot \sqrt{N_{GoldenEvents}(T)}}$$

Dadurch wird die direkte Abhängigkeit deutlich: Der Wert der MDP wird umso geringer, je größer der Modulationsfaktor μ und die Zahl $N_{GoldenEvents}(T)$ der aus $N_{Photonen}(T)$ durch den Detektor erzeugten und ausgewerteten “Golden Events“ ist.

Während die Polarimeter-Kenngrößen fest durch den Aufbau und die Funktionalität des verwendeten Detektors vorgegeben sind und von den durch die Messung bestimmten Parametern zumindest der Quell-Fluss und der Background-Fluss durch die untersuchte

Quelle gewissermaßen fixiert sind, ist der Faktor Messdauer eine variable Größe. Hierdurch ist es beispielsweise möglich, trotz erschwerten Bedingungen - etwa aufgrund einer lichtschwachen Quelle oder eines sehr geringen Polarisationsgrades - durch Erhöhung der Messdauer den Polarisationsgrad zu bestimmen. Oder aber im umgekehrten Fall: Besitzt die Quelle einen hohen Fluss oder einen hohen Polarisationsgrad, so kann die nötige Messzeit reduziert werden, was die Durchführung des Experiments im Allgemeinen vereinfacht.

4 Der Krebsnebel

Wie in der Einleitung dieser Diplomarbeit angedeutet wurde, besitzt die Röntgenastronomie für die Polarimetrie ein großes Potential. Als geeignetes Untersuchungsobjekt für die in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen der Comptonpolarimetrischen Eigenschaften eines pixelierten Halbleiter-Detektors, das zudem die Mindestanforderungen an ein Polarimeter definiert, wird in diesem Kapitel der Krebsnebel ("crab nebula") vorgestellt.

Der Krebsnebel ist der Überrest einer Supernova, welche im April des Jahres 1054 aufleuchtete. Diese Supernova erschien im Sternbild Taurus und war so hell, dass sie chinesischen Überlieferungen zufolge zu Beginn 23 Tage lang sogar tagsüber, und weitere 653 Nächte ohne optische Hilfsmittel sichtbar war [Bor89]. Die expandierende Hülle dieser Supernova wurde 1731 vom englischen Physiker John Bevis entdeckt und ist die stärkste Radioquelle unserer Milchstraße. Der Name geht zurück auf Lord Rosse, der 1844 filamentartige Strukturen im Krebsnebel entdeckte und eine Zeichnung veröffentlichte (siehe Abbildung 4.1), die einem Krebs sehr ähnlich sah [Has84].



Abbildung 4.1 Dargestellt sind die von Lord Rosse 1844 veröffentlichten Zeichnungen, die aufgrund ihrer Ähnlichkeit mit einem Krebs dem nach dem Katalog von Messier aus dem Jahre 1771 als M1 eingeordneten Nebel seinen Namen gegeben haben. Die skizzierte Form ist auch in aktuellen Aufnahmen einzelner Spektralbereiche (z.B. für den optischen Wellenlängenbereich zwischen 520 und 640 nm) noch deutlich nachvollziehbar. Bild entnommen aus [Bor89].

Inmitten des Nebels, der einen Durchmesser von ca. zehn Lichtjahren besitzt, wurde 1968 eine Radioquelle entdeckt, deren Strahlung mit einer stabilen Periode von 0,033 s pulsiert. Später wurde nachgewiesen, dass dieser Pulsar ("Pulsating radio source") sowohl im optischen als auch im Röntgen- und γ -Bereich mit derselben Periode strahlt.

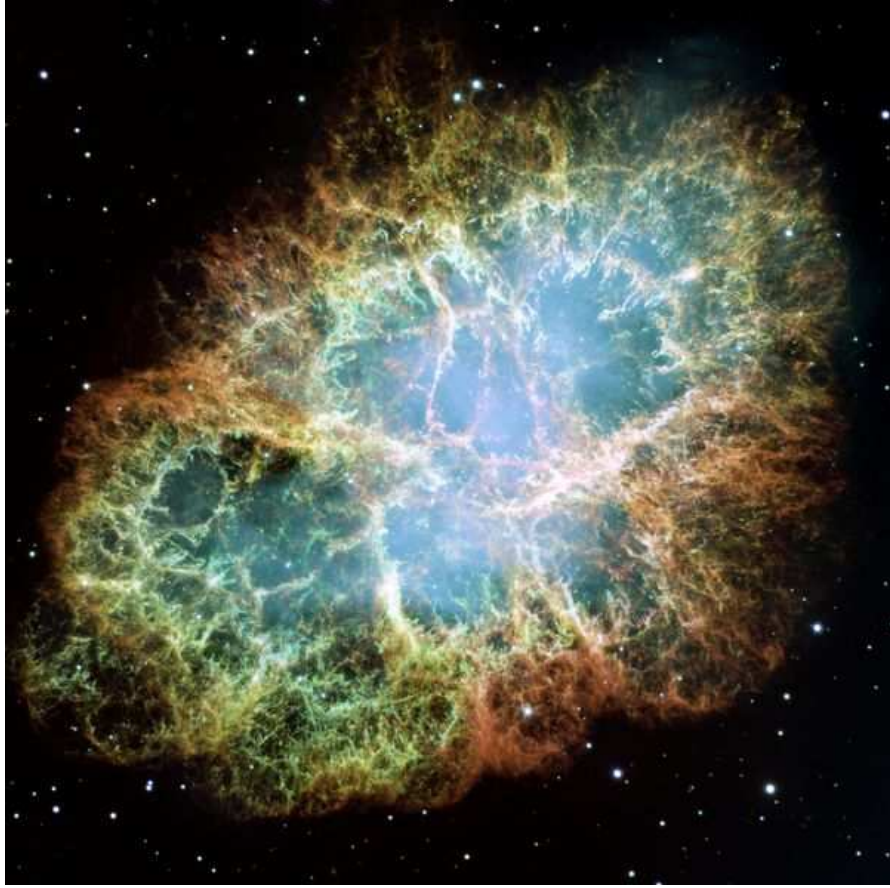


Abbildung 4.2 Zu sehen ist ein Bild des Krebsnebels M 1. Es ist eine Überlagerung einer optischen Aufnahme durch das Hubble-Teleskop [NAS09] mit einem Bild des Chandra-Röntgenobservatoriums (bläulich dargestellt). Auffällig ist neben den vielfarbigen Filamenten das amorphe, bläulich leuchtende Gebiet, dessen Licht als Synchrotronstrahlung relativistischer Elektronen identifiziert wurde. Man kann hier einen Torus um den Pulsar im Zentrum mit den an den Polen austretenden Jets erkennen.

Das Spektrum dieser elektromagnetischen Strahlung ist kontinuierlich und hat die Form $I_E \sim E^{-\alpha}$ mit $\alpha > 0$ [Sch97]. Die Strahlung lässt sich nicht als thermische Strahlung interpretieren, was des weiteren auch durch die nachgewiesene lineare Polarisation ausgeschlossen ist.

Auch der Krebsnebel selbst besitzt ein nichtthermisches kontinuierliches Spektrum dieser Form. Für den optischen Bereich liegt α ungefähr bei 1, eine Aufnahme des Krebsnebels in diesem elektromagnetischen Bereich ist in Abbildung 4.2 enthalten. Für den harten Röntgenbereich von 20 – 200 keV ist der differentielle Fluss angegeben durch

$$\frac{d\dot{S}_{Crab}}{dE} = 9,7 \cdot \left(\frac{E}{1 \text{ keV}} \right)^{-2,1} \frac{\text{ph}}{\text{cm}^2 \text{ s keV}} \quad (4.1)$$

Als Ursache für dieses Spektrum gelten relativistische Elektronen, die in den von schwachen Magnetfeldern durchzogenen Krebsnebel injiziert werden [Has84]. Sie werden im

Magnetfeld beschleunigt und strahlen Synchrotronstrahlung ab. Dieses Kontinuum ist noch von Emissionslinien überlagert.

Der Krebsnebel ist seit den Anfängen moderner astronomischer Untersuchungen ein besonders häufig und intensiv studiertes Objekt. Gerade an diesem Objekt zeigt sich aber, dass die Polarimetrie ein interessantes Gebiet ist, welches große Entwicklungsmöglichkeiten bietet und wesentlichen Erkenntnisgewinn für die Astrophysik bereithält: Der Grad der linearen Polarisation des Krebsnebelspektrums konnte bislang lediglich durch zwei Experimente in unterschiedlichen Energiebereichen gemessen werden: In der OSO-8-Mission wurde mithilfe eines auf einem Graphit-Kristall basierenden Bragg-Diffraktometers [WBE⁺72] ein Polarisationsgrad weicher Röntgenstrahlung bei 2,6 keV von $(19,2 \pm 1)\%$ und bei 5,2 keV von $(19,5 \pm 2,8)\%$ bestimmt [WSK⁺78]. Bei dem im Oktober 2002 gestarteten europäischen Gammastrahlungs-Observatorium INTEGRAL liegt das Augenmerk auf dem MeV-Bereich: Hier wurde ein Polarisationsgrad von $(46 \pm 10)\%$ gemessen [KGL⁺08]. Doch die alleinige Betrachtung des Gesamtobjekts ist nur der Anfang: Da der Krebsnebel, oder auch viele Doppelsterne, eine beträchtliche räumliche Ausdehnung besitzen, ist die Untersuchung einzelner Teilbereiche vonnöten. Die Objekte sind nicht homogen, sondern bestehen wie im Fall des Krebsnebels aus dem Nebel, der einen Pulsar in seinem Zentrum beinhaltet, mit seinen vielen Filamenten. Diese verschiedenen Strukturen verursachen unterschiedliche Arten der Röntgenemission, sie sind von unterschiedlich starken und unterschiedlich gerichteten Magnetfeldern durchzogen und haben verschiedene Materiezusammensetzungen, so dass folgerichtig nur eine Teilbetrachtung einzelner Regionen solcher ausgedehnter Himmelskörper für eine exakte Interpretation des Ursprungs der Röntgenstrahlung in Frage kommen kann. Diese Untersuchungsweise wird unter dem Begriff *bildgebende Röntgenpolarimetrie* zusammengefasst.

Der Krebsnebel ist ein noch vergleichsweise einfaches Studienobjekt: Seine Ausdehnung und Leuchtkraft sind außergewöhnlich hoch, so dass der durch den Krebsnebel erzeugte Photonenfluss bei satelliten- oder ballongestützten Experimenten noch relativ groß ist. Des weiteren existieren allerdings eine Unzahl verschiedener Röntgenquellen am Himmel, deren Leuchtkraft zum Teil weit geringer ist (zu nennen sind als stärkste hiervon Cygnus X-1, GRS 1915+105, Hercules X-1 und Centaurus X-3). Doch nicht nur die Leuchtkraft, und damit der Fluss \dot{S}_{Det} auf einem Detektor, ist ein limitierender Faktor. Der Polarisationsgrad, der für gewisse Quellen von der Theorie postuliert wird, ist so gering, dass zur Messung Polarimeter nötig sind, die eine *MDP* von bis zu unter einem Prozent ermöglichen. So besteht also gewaltiges Entwicklungs- und Forschungspotential für Röntgenpolarimetrie-Experimente in der Untersuchung derartiger stellarer Röntgenquellen.

5 Der Timepix-Detektor

Inhaltsangabe

5.1 Funktionsprinzip	24
5.2 Betriebsmodi	24
5.2.1 Counting-Modus	25
5.2.2 Time-Over-Threshold-Modus	25
5.2.3 Time-To-Shutter-Modus	25

Der Timepix-Detektor ist ein hybrider photonenzählender Halbleiterdetektor, der zur Medipix-Familie [Med] gehört. Hybrid bedeutet hier, dass Sensorschicht und Auslesechip (im Folgenden als ASIC (*A*pplication *s*pecific *i*ntegrated *c*ircuit) bezeichnet) getrennt voneinander gefertigt und unterschiedlich zusammengestellt werden können. Als Konversionsmaterialien sind neben Silizium und Cadmiumtellurid (CdTe), welche bereits verwendet werden, unter anderem Galliumarsenid (GaAs) möglich. Letztere beide bieten ein höheres Absorptionsvermögen von Röntgenstrahlung, und können, je nach Anwendung, Silizium in den Detektoreigenschaften überlegen sein. Allerdings sind diese auch schwerer zu handhaben. Die Halbleiter-Konversionsmaterialien können in verschiedenen Dicken (bislang üblicherweise $300\text{ }\mu\text{m}$ und $700\text{ }\mu\text{m}$) als Sensorschicht Verwendung finden. Die Verbindung von Sensorschicht und ASIC erfolgt durch Bump-Bonds. Diese Bump-Bonds sind Lotperlen aus den Hauptbestandteilen Zinn und Blei mit einem Durchmesser von ca. $25\text{ }\mu\text{m}$, welche pixelweise die Sensorelektroden mit der signalverarbeitenden Pixel-elektronik auf dem ASIC elektrisch und mechanisch verbinden. Der Anschluss des ASICs an das PCB (*P*rinted *C*ircuit *B*oard), das die Schnittstelle zur Datenauslese sowie den Anschluss an die Spannungsversorgung trägt, erfolgt über Wirebonds. Die Sensorfläche wird durch ihre Kontaktierung aufgeteilt in jeweils 256 Zeilen und Spalten, so dass 65536 quadratische Pixel mit einem Abstand von Pixelmitte bis zur Mitte des nächsten Pixels von jeweils $55\text{ }\mu\text{m}$ erzeugt werden. Dieser Pixelabstand wird im weiteren Verlauf als "Pixel Pitch" bezeichnet. Die Zählerstände der Pixelelektronik (die maximale Zählertiefe liegt bei 11810) werden nach einer frei einstellbaren Aufnahmezeit ausgelesen. Durch die entsprechende Einstellung der Aufnahme- und Auslesezeit kann jeder Pixel hierbei eine Rate von maximal etwa 1 MHz verarbeiten. Die technischen Daten des Timepix sind in Anhang A.2 aufgeführt. In Abbildung 5.1 ist der Aufbau des Timepix-Detektors schematisch dargestellt.

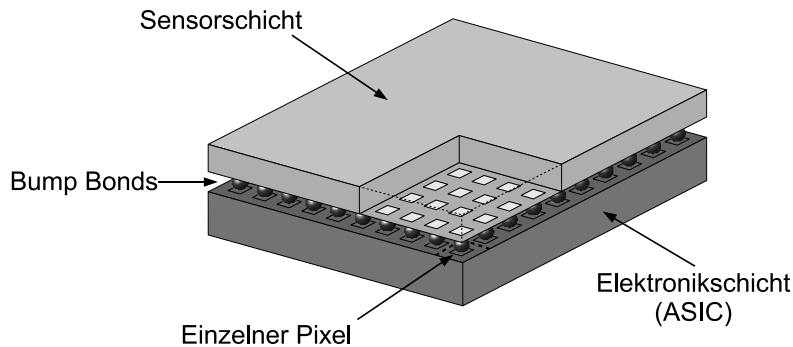


Abbildung 5.1 Schematischer Aufbau des Medipix Detektors: Die Sensorschicht ist über Bump-Bonds mit der darunterliegenden pixelierten Ausleseelektronik verbunden. Jeder Pixel des Auslesechips hat eine eigene Logik und einen eigenen Zähler, so dass keine Analogsignale, sondern nur digitale Zählerstände ausgelesen werden müssen [Pfe04].

5.1 Funktionsprinzip

Aufgrund von elektromagnetischen Wechselwirkungsprozessen werden durch die Röntgenstrahlung Elektronen freigesetzt. Diese erzeugen durch ihren kontinuierlichen Energieverlust in Form von Stößen an Elektronen des Sensormaterials Elektron-Loch-Paare, die getrennt werden und in dem durch die Spannung V_{Bias} über dem Sensor angelegten elektrischen Feld driften. Die freien Ladungsträger influenzieren Stromsignale in der Pixelelektrode. Die durch den elektrischen Kontakt über die Bump-Bonds in der Pixelelektronik im CSA (*Charge Sensitive Amplifier*) integrierte Ladung wird zu Spannungspulsen geformt. Die Form und Höhe dieses Pulses ist mit der in einem Pixel der Sensorschicht deponierten Energie des eindringenden Primärphotons korreliert. Durch mehrere Parameter eines Digital-Analog-Konverters (DAC) kann die Form des Spannungssignals beeinflusst werden, was nicht zuletzt auch das Ansprechverhalten der Detektorpixel, Totzeiten, Energieinformation u.ä. steuert. Durch physikalische Prozesse im Halbleitermaterial, die Eigenschaften von Diffusion und Drift beim Transport der freien Ladungsträger und deren Auswirkungen auf die influenzierte Ladung und damit das erzeugte Signal kommt es im realen Detektor vor, dass ein Röntgenphoton mehrere Pixel ansprechen lässt. In dieser Arbeit werden derartige Effekte nur für die tatsächlichen physikalischen Prozesse, etwa den Comptoneffekt, betrachtet und in der Simulation behandelt. Die Auswirkungen etwa durch Diffusion und Drift, welche als “Charge Sharing” bekannt sind, fließen nicht ein.

5.2 Betriebsmodi

Der Timepix bietet grundsätzlich drei Betriebsmodi: den Counting-Modus, den Time-Over-Threshold-Modus (“TOT”) und den Time-To-Shutter-Modus (“TTS”). Diese drei Modi werden nachfolgend im Einzelnen erläutert, und die jeweiligen Vorteile und entsprechenden Verwendungsmöglichkeiten aufgezeigt.

5.2.1 Counting-Modus

Zum einfachen Detektieren und Zählen von Photonen, die beispielsweise bei projektiver Bildgebung in das Sensormaterial eindringen und wechselwirken, bietet der Timepix den Counting-Modus, der aus früheren Detektorgenerationen der Medipix-Kollaboration stammt. Hierzu verfügt der Detektor über eine Energieschwelle, welche als DAC-Wert THR (Threshold) einstellbar ist. Der DAC wandelt diesen Wert in eine Spannung um, mit welcher der vom CSA erzeugte Spannungspuls in einem Diskriminator verglichen wird. Liegt der Spannungspuls über dem Schwellenwert, so wird der Zählerstand des Pixels um 1 inkrementiert; liegt er unterhalb, so wird der Pixel nicht getriggert. Diese Schwellen-Funktionalität bietet den Vorteil, dass mit dem Detektor annähernd rauschfreie Messungen durchgeführt werden können: Im Gegensatz zu integrierenden Detektoren können hier durch das passende Setzen der Schwelle Spannungspulse, die durch Leckströme, Elektronikrauschen o.ä. verursacht werden, aus dem Signal unterdrückt werden. Für Silizium als Sensormaterial liegt diese Rauschgrenze bei 3,5 keV, für Cadmiumtellurid muss die Schwelle auf etwa 10 keV erhöht werden.

5.2.2 Time-Over-Threshold-Modus

Um eine Energieinformation bezüglich des im Sensor detektierten Photons zu erhalten, bietet der Timepix den Time-Over-Threshold-Modus an. Hierzu wird jedem Pixel ein von außen eingekoppeltes Taktsignal, genannt Clock, zugeführt, dessen Frequenz von 28 MHz bis zu etwa 100 MHz eingestellt werden kann. Übersteigt die Höhe des Spannungspulses den Schwellenwert des THR, so wird durch einen Zähler in der Pixelelektronik die Anzahl der Clockpulse gezählt, bis die Spannung wieder unter die Schwelle sinkt. Da der Spannungspuls von der im Sensor deponierten Energie abhängt, ist das erhaltene Zeitintervall t_{TOT} somit ein Maß für diese Energie. Nach erfolgter Energiekalibrierung können mithilfe des TOT-Modus beispielsweise Messungen von Energiespektren oder Dosen durchgeführt werden.

5.2.3 Time-To-Shutter-Modus

Für die Anwendung als Comptonpolarimeter ist jedoch vor allem der Time-To-Shutter-Modus von Bedeutung. Dieser Modus liefert zeitliche Informationen zu einer entsprechenden Messung. Abbildung 5.2 verdeutlicht die Funktionsweise des TTS-Modus. Überschreitet ein Spannungspuls (dargestellt durch die violette Linie) die Schwelle THR (schwarze horizontale Linie), so werden von diesem Zeitpunkt an die Clockpulse gezählt – solange, bis das Shuttersignal (vertikale grüne Markierung) den Messdurchgang für den vollständigen Detektor beendet. Ob der Spannungspuls den Schwellenwert unterschreitet, ist in diesem Aufnahmemodus nicht von Bedeutung. Resultat eines solchen Time-To-Shutter-Messdurchgangs sind die gezählten Werte von Clockpulsen der getriggerten Pixel vom Zeitpunkt der Schwellenwertüberschreitung bis zum Shuttersignal. Durch Auswertung dieser Zählerstände ist eine Analyse der zeitlichen Abfolge der Trigger möglich. Annähernd zeitgleich ausgelöste Pixel lassen auf koinzidente Ereignisse schließen, die beispielsweise durch das gleiche Photon verursacht worden sein könnten. Genau diese Funktionalität ist Voraussetzung zur Anwendung in der Comptonpolarimetrie: In einem Pixel comptongestreute Photonen müssen in einem weiteren Pixel z.B. durch Photoeffekt

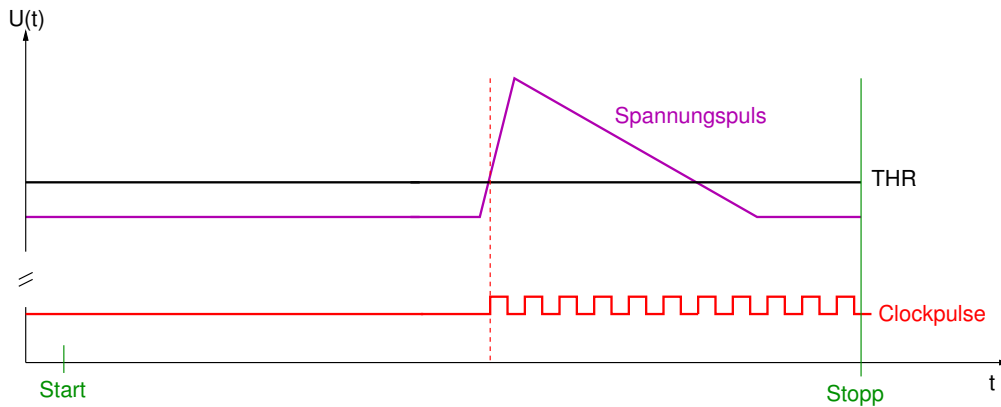


Abbildung 5.2 Skizze der Funktionsweise des Time-To-Shutter-Modus: Überschreitet die an einer Pixelelektrode abgegriffene Ladung den Schwellenwert THR, so werden die Clockpulse bis zum Shuttersignal gezählt. Skizze aus [Geb07].

wiederum wechselwirken. Aus den Timepix-Bildern im TTS-Modus können die “Golden Events“ extrahiert werden: Da die Auslösung der durch koinzidente Ereignisse getriggerten Pixel als gleichzeitig angesehen werden kann, und sich nur durch den “Timewalk“, der von der Pixelelektronik durch die unterschiedlich große von Compton- und Photoeffekt deponierte Ladung erzeugt wird, im 100-Nanosekundenbereich unterscheidet, haben die gesuchten Pixel in etwa den gleichen Zählerwert. Das Ergebnis wird höchstens dadurch verfälscht, dass zeitgleich auftreffende Photonen getrennt voneinander wechselwirken, so dass deren Einzeltreffer als Koinzidenz gewertet werden. Dieser Störeinfluss kann reduziert werden, indem der Photonenfluss auf dem Sensor so gering gehalten wird, dass zwei oder mehr während einer Time-To-Shutter-Aufnahme eindringende Photonen ein unwahrscheinliches Ereignis darstellen. Denkt man an die Anwendung etwa auf einem Röntgensatelliten, so ist dieser Störeinfluss ohnehin kaum vorhanden: Nimmt man einen Aufbau mit einer Röntgenoptik an, so ist der Photonenfluss stellarer Quellen hier, wie in Kapitel 6.3.2 gezeigt wird, vergleichsweise gering. Bei einer Sammelfläche von 10 cm^2 trifft im Mittel bei der Beobachtung des Krebsnebels nur etwa alle 1,2 Sekunden ein Photon auf der Detektorfläche von 2 cm^2 auf.

6 Simulation

Inhaltsangabe

6.1	Werkzeuge	27
6.1.1	Monte-Carlo-Simulationspaket Geant4	27
6.1.2	Auswertungssoftware ROOT	29
6.2	Durchführung	29
6.2.1	Simulationsparameter	29
	Verwendete Energien	29
	Photonenanzahl einer Simulation	30
6.2.2	Simulationsablauf	30
6.2.3	Randbedingungen für die Koinzidenzauswertung	31
6.2.4	Auswertungsvorgang	34
6.2.5	Polarimetergeometrien	37
	Halbleiter-Sensorschicht	37
	Vollständiger Timepix-Detektoraufbau	38
	Vollständiger Detektoraufbau mit CdTe-Detektoren umringt	39
6.3	Untersuchung von Energiebereichen	42
6.3.1	Monoenergetische Betrachtung	42
6.3.2	Simulation der Polarisationsmessung des Krebsnebels	42
	Direkte Bestrahlung mit dem Krebsnebel-Spektrum	42
	Spektrum mit Röntgenoptik HERO	42
	Spektrum in der Erdatmosphäre	43

Im Folgenden wird die Monte-Carlo-Simulation erläutert, mit welcher die Compton-polarimetrischen Eigenschaften verschiedener Detektorgeometrien untersucht wurden. Die Basis für die verwendete Geometrie ist der von der internationalen MEDIPIX-Kollaboration [Med] mit Hauptsitz am CERN (*Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire*) in Genf entwickelte Timepix-Detektor. Zunächst werden die Simulationsumgebung und die festgelegten Parameter erläutert. Des Weiteren werden die implementierten Geometrien beschrieben. Anschließend erfolgt eine Einführung in die gewählten Spektren des Krebsnebels, die zum Studium verschiedener Mess-Szenarien dienen.

6.1 Werkzeuge

6.1.1 Monte-Carlo-Simulationspaket Geant4

Um die Auswirkungen verschiedener Detektorgeometrien und -Parameter sowie die Einflüsse von Analyseparametern in der Auswertung koinzidenter Ereignisse zu untersuchen, wurden im Rahmen dieser Diplomarbeit Monte-Carlo-Simulationen gerechnet, mit

denen die Prozesse und Auswirkungen eines in Materie eindringenden Röntgenstrahls untersucht werden können. Hierzu wurde die Geant4-Plattform [Ago03] (*Geometry and Tracking*) verwendet, welche Algorithmen und Pakete zur Simulation des Durchtritts von Partikeln durch Materie für eine breit gefächerte Auswahl von Teilchen und physikalischen Prozessen bereithält. Die unter den Bedingungen der *Geant4 Software License* verbreitete Software wurde im Wesentlichen am CERN entwickelt und basiert auf objekt-orientierter Programmierung in der Programmiersprache *C++*.

Da das Anwendungsziel des Geant4-Codes ursprünglich in der Hochenergiephysik lag und die Algorithmen entsprechend für diesen Energiebereich optimiert sind, werden für die in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen der polarimetrischen Eigenschaften eines Pixeldetektors im Röntgenbereich die G4EmLowEnergy-Pakete verwendet. Sie optimieren die Algorithmen durch Anpassung der Wirkungsquerschnitte für den keV-Bereich des elektromagnetischen Spektrums und gewährleisten die Korrektheit des erzeugten Endzustands [gea07].

Die Funktions- und Anwendungsweise des Geant4-Simulationswerkzeugs gliedert sich grundlegend in vier Bereiche:

1. Die Geometrie

In einer Geometrie-Datei (in dieser Arbeit *PolarimeterDetectorConstruction* genannt) wird der Aufbau des simulierten Objekts mithilfe von Geometrie-Klassen, die durch Geant4 bereitgestellt werden, dargestellt. Hierbei werden zunächst die verwendeten Materialien definiert, aus denen im Folgenden die in dem Simulationsvolumen *World* positionierten Detektorteile usw. gebildet werden.

2. Die Physik

Des weiteren wird in einer Datei (hier *PolarimeterPhysicsList*) die Physik der simulierten Teilchen definiert. Hierbei wird festgelegt, welche elektromagnetischen Prozesse zugelassen sind, sowie diverse Parameter wie beispielsweise Winkelverteilungsfunktionen gesetzt.

3. Die Teilchenkanone

Als nächstes wird der Ursprung der in der Simulation verfolgten Teilchen definiert. Es wird bestimmt, an welchem Ort und mit welchen Parametern wie z.B. Energie, Polarisation und Richtung die gewählten Teilchen (für diese Arbeit Photonen in der *PolarimeterPrimaryGeneratorAction*) emittiert werden.

4. Die Ereignisauswertung

Zuletzt muss der Simulation übergeben werden (hier in der *PolarimeterEventAction*), was im Falle einer gesuchten Interaktion eines getrackten Teilchens jeweils ausgewertet wird. Dazu wird zunächst eine *HitCollection* angelegt, die bei einer Wechselwirkung mit den Informationen des Tracks gefüllt wird. Dabei lässt sich festlegen, welche Größen untersucht, und beispielsweise in Histogrammen o.ä. verarbeitet werden sollen. Dadurch lassen sich exakt auf die jeweilige Fragestellung ausgerichtete Auswertungen erzeugen und Dateistrukturen generieren, die ein anschließendes Postprocessing mit anderen Programmen ermöglichen.

Diese vier Programmbereiche werden an das Run-Management der Simulation übergeben. Auf diese Weise ist eine präzise und effiziente Anpassung der Monte-Carlo-Simulation

an das untersuchte geometrische Objekt mit all seinen physikalischen Eigenschaften sowie eine Anpassung an die stattfindenden Prozesse möglich.

6.1.2 Auswertungssoftware ROOT

In dieser Diplomarbeit erfolgt die Auswertung der MC-Simulationsdaten mit der ebenfalls am CERN entwickelten Analysesoftware ROOT [ROO]. ROOT ist objektorientiert und nutzt eigene Klassenstrukturen, die eine effiziente Auswertung auch großer Datenmengen gewährleisten.

Hierzu werden in der Geant4-Simulation die betrachteten Größen in einen Datencontainer (“ROOT-Tree“) geschrieben, der anschließend zur Analyse der Comptonpolarimetrischen Eigenschaften der untersuchten Polarimetergeometrie skriptbasiert gelesen wird. Aus der Simulation werden die exakten Interaktionskoordinaten in den ROOT-Tree geschrieben. Die Zuordnung zu Pixeln erfolgt in der Auswertung. Dazu wird für die weiteren Berechnungen als zugrundeliegender Ort die Pixelmitte des entsprechenden Pixels, in dem die exakte Position liegt, verwendet. Effekte wie Diffusion und Drift, die die Position und die Anzahl der getriggerten Pixel verändern können, wurden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Durch die Pixelierung werden demnach der Auswertung Orte zugeführt, die maximal $\frac{\text{Pixel Pitch}}{\sqrt{2}}$ vom tatsächlichen Interaktionsort entfernt liegen und dadurch den berechneten Winkel mit einem Fehler behaften.

6.2 Durchführung

6.2.1 Simulationsparameter

Verwendete Energien

Für die Primärenergie E_γ der in den Simulationen senkrecht auf den Detektor gerichteten Röntgenphotonen wird ein Energiefenster von 40 keV bis 100 keV festgelegt. Die Wahl der oberen Schranke ist in der abnehmenden Nachweiseffizienz in diesem Bereich begründet. Das Setzen der unteren Schranke auf 40 keV ist folgendermaßen zu erklären: Systembedingt ist die Ausnutzung des Comptoneffekts maßgeblich. Um die erste Interaktion des Photons in der Sensorschicht, für die Comptonpolarimetrie also zwingend die Comptonstreuung, für den Detektor sichtbar zu machen, ist im Falle des Timepix mit Silizium als Konversionsmaterial eine Energiedeposition von mindestens 3,5 keV nötig. Durch die Rauschgrenze sind bislang keine niedrigeren Schwellenwerte möglich. Um beim Comptoneffekt diesen Mindestenergiewert auf das Comptonelektron zu übertragen, ist nach Gleichung 2.1 für den günstigsten Fall, die Rückwärtsstreuung mit dem Streuwinkel $\theta = 180^\circ$, unter Einsetzen von $E = (E_0 - 3,5 \text{ keV})$ die Photonenenergie von 32 keV nötig. Erst ab dieser Energie wird überhaupt das Überschreiten der Diskriminatorschwelle und damit die Triggerung eines Pixels ermöglicht. Allerdings ist die vollständige Rückstreuung um 180° für das Finden eines “Golden Events“ nicht von Nutzen, da zum einen die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit durch die geringe Weglänge aus dem Sensor heraus sehr klein ist, und zum anderen ein gewisser Mindestabstand in der Detektorebene zwischen den koinzident getriggerten Pixeln gefordert wird, der im Fall von $\theta = 180^\circ$ natürlich nicht erfüllt ist.

Photonenanzahl einer Simulation

Bei der Frage, wieviele Photonen in den Simulationen auf den Detektor eingestrahlt werden sollen, wird eine Festlegung gemacht, die auf der Flussrate des Krebsnebels basiert. Dieser Fluss sei hier als Referenz zu verwenden, um eine für röntgenastronomische Messungen realistische Photonenzahl zur Grundlage der durchgeführten Simulationen zu machen. Die Simulationen können daher als Nachahmung einer realen Untersuchung des Krebsnebelspektrums angesehen werden.

Wie in Gleichung 4.1 eingeführt, ist der differentielle Fluss des Krebsnebels für den Röntgenbereich gegeben als:

$$\frac{d\dot{S}_{Crab}}{dE} = 9,7 \cdot \left(\frac{E}{1 \text{ keV}} \right)^{-2,1} \frac{\text{ph}}{\text{cm}^2 \text{ s keV}}$$

Integration über die Energie liefert die folgende Stammfunktion:

$$\int \frac{d\dot{S}_{Crab}}{dE} dE = -8,82 \cdot \left[\frac{E^{-1,1}}{1 \text{ keV}} \right] \frac{\text{ph}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$$

Setzt man als Grenzen für den verwendeten Energiebereich nun die Energien $E_{min} = 40 \text{ keV}$ für den niedrigsten erlaubten Energiewert und $E_{max} = 100 \text{ keV}$ für die höchste betrachtete Energie ein, so erhält man als Fluss für den Krebsnebel in diesem Energiebereich

$$\dot{S}_{Crab} = 0,0968 \frac{\text{ph}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$$

Die Photonenzahl auf dem Detektor ist des weiteren abhängig von den Messparametern. Für die weitere Verwendung in dieser Arbeit werden als für die Photonenzahl relevante Größen festgelegt:

$$\text{Gesamte Detektorfläche } A = 1250 \text{ cm}^2$$

$$\text{Messdauer } T = 4 \text{ h} = 14400 \text{ s}$$

Die Detektorfläche von 1250 cm^2 ist anzusehen als eine Sammelfläche von 2500 cm^2 mit einer "Coded Mask", welche die hierauf auftreffenden Photonen auf einen Pixeldetektor abbildet. Weitere Effekte etwa durch eine energieabhängige Sammeleffizienz seien hier nicht weiter betrachtet. Die Photonenzahl, welche in dieser Messdauer auf die Sammelfläche A und damit den Detektor trifft, berechnet sich hiermit näherungsweise zu:

$$\dot{S}_{Det} = \dot{S}_{Crab} \cdot A \cdot T = 1,74 \cdot 10^6$$

Diese Anzahl wird im Folgenden für alle Simulationen und Überlegungen verwendet.

6.2.2 Simulationsablauf

Nach Vorgabe der entsprechenden Simulationsparameter wird der Teilchentransport in Materie ereignisbasiert durch Monte-Carlo-Methoden simuliert. Die Detektormatrix wird homogen durch die Photonen beleuchtet. Für jedes Photon wird zu Beginn der Auftreff-Ort und im Falle eines Energiespektrums die Primärenergie durch einen Zufallsgenerator bestimmt. Hängt die Wechselwirkung eines Ereignisses mit einer Energiedeposition

im Konversionsmaterial größer als der eingestellten Diskriminatorschwelle zusammen, so wird das Auslösen des entsprechenden Pixels angenommen. Infolgedessen werden die Koordinaten des Interaktionsortes sowie die mit dem Simulationsschritt verbundenen Energien vor und nach der Wechselwirkung in einen ROOT-Tree geschrieben. Das Ergebnis einer Simulation ist somit ein Ereignisbaum, dessen Zweige jeweils die Interaktionen enthalten, die ein in die Detektorgeometrie eingestrahktes Photon verursacht. Im hierfür geschriebenen ROOT-Analyseskript wird anschließend jeder dieser Zweige untersucht.

6.2.3 Randbedingungen für die Koinzidenzauswertung

Liegen zwei Interaktionen im Detektor vor, deren Energiedeposition die festgelegte Diskriminatorschwelle übersteigen, so wird hierdurch ein “Golden Event“ angenommen. Der von der Verbindungslinie der beiden Interaktionsorte mit einer frei in der Detektorebene gewählten Bezugsrichtung eingeschlossene Winkel α (siehe Abbildung 6.1) wird in einem Modulationshistogramm einsortiert. Hierzu ist als Randbedingung festgelegt, dass sich

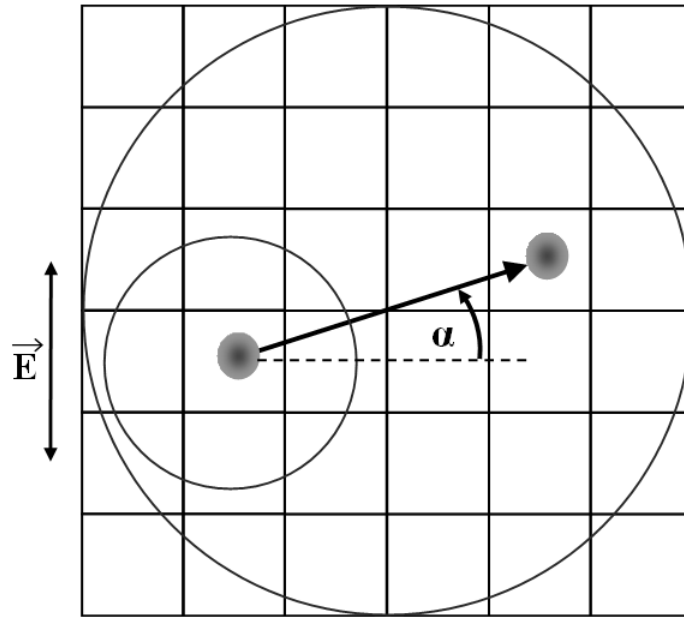


Abbildung 6.1 Angedeutet sind zwei getriggerte Pixel auf dem Detektor: Sie müssen die Randbedingungen erfüllen und daher innerhalb eines in der Detektorebene gedachten Kreises liegen und einen Mindestabstand voneinander einhalten. Dargestellt ist des weiteren die Lage des Winkels α für die aus der Simulation erzeugten Histogramme: Die x-Achse wird als Bezugsrichtung festgelegt. Liegt der elektrische Feldvektor auftreffender Strahlung wie hier gezeigt in y-Richtung, so wird als Vorzugsrichtung $\alpha = 0^\circ$ oder 180° erwartet.

die getriggerten Pixel innerhalb des in der Sensorebene gedachten Kreises mit dem Radius 7,04 mm befinden, um Artefakte zu vermeiden, die durch die Asymmetrie an den Ecken des Sensors entstehen: Die mögliche Pfadlänge durch das Material und die damit über das Lambert-Beersche Gesetz berechnete Wechselwirkungswahrscheinlichkeit eines

in einer Ecke gestreuten Photons ist nicht isotrop. Diese Asymmetrie wird durch die Kreisbedingung behoben.

Eine weitere Bedingung, die Koinzidenzen erfüllen müssen, ist der in Abbildung 6.1 durch den kleinen Kreis um den linken getriggerten Pixel angedeutete Mindestabstand: Das Histogramm, in das die “Golden Events“ nach ihrem zugeordneten Winkel α gefüllt werden, ist in 10° -Bins eingeteilt. Um hier verfälschende Effekte durch die Pixelierung zu minimieren, beträgt der geforderte Mindestabstand das Sechsfache des Pixel Pitches. Diese Werte sind für die verwendete Pixelierung in Tabelle 6.1 aufgetragen. Dieser Min-

Tabelle 6.1 Verwendete Werte für den Mindestabstand zwischen den Pixelmitten koinzidenter Pixel.

Pixel Pitch	Mindestabstand koinzidenter Pixel
$55\ \mu\text{m}$	$330\ \mu\text{m}$
$110\ \mu\text{m}$	$660\ \mu\text{m}$
$220\ \mu\text{m}$	$1,32\ \text{mm}$

destabstand leitet sich aus der Überlegung her, dass die Zuordnung der Interaktionsorte zu den entsprechenden Pixelmitten keinen Einfluss auf die Einordnung in die Bins des Histogrammes haben darf. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 6.2 schematisch dargestellt. Die maximale Ortsverschiebung in der Pixelzuordnung beträgt in eine Raumrichtung die

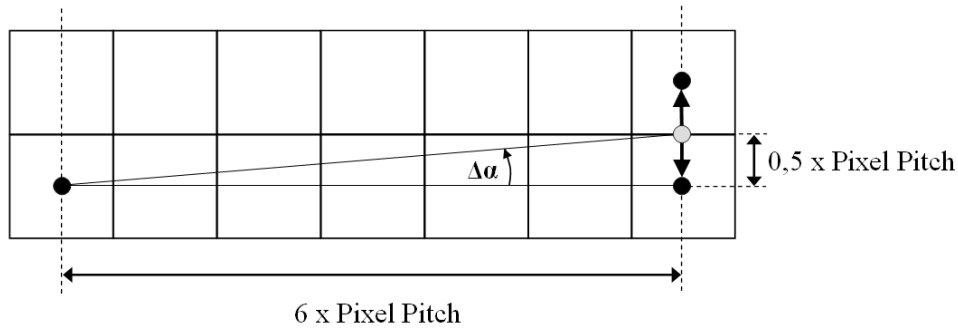


Abbildung 6.2 Skizze zum Mindestabstand zwischen koinzidenten Pixeln. $\Delta\alpha$ liegt bei unter 5° , sofern ein Mindestabstand eingehalten wird, der das Sechsfache des Pixel Pitches beträgt.

Hälfte des Pixel Pitches. Ist der Abstand in die andere Richtung mindestens das Sechsfache des Pixel Pitches, so beträgt der maximale Winkelfehler

$$\Delta\alpha = \arctan\left(\frac{0,5}{6}\right) = 4,76^\circ$$

Im in Abbildung 6.2 dargestellten Fall wird der Winkel α nach der Zuweisung der unterhalb liegenden Pixelmitte als in der Berechnung verwendeter Interaktionsort also zu 0° bestimmt. Würde der exakte Interaktionsort (dargestellt als grauer Punkt) ausgewertet werden können, so ergäbe sich wie gezeigt $\alpha = 4,76^\circ$. Beide Winkelwerte entsprechen

aber dem gleichen Histogramm-Bin von $(0 \pm 5)^\circ$. Zumindest für den hier dargestellten Fall einer Detektorzeile können Binning-Artefakte damit reduziert werden. Für nicht in einer Zeile liegende koinzidente Pixel begrenzt man die Fehleinsortierung in die 10° -Bins durch das Setzen des Mindestabstands auf einen Bin.

Auch drei ausgelöste Pixel werden in der Auswertung zugelassen und analysiert: Bei derartigen Dreifachtreffern muss angenommen werden, dass neben den entscheidenden Prozessen der Koinzidenz, des Compton- und Photoeffekts, noch weitere Ereignisse stattfinden. Hierbei kann es sich um Wechselwirkungen handeln, deren Ursprung folgendermaßen begründet ist:

- Eine Möglichkeit ist, dass die koinzidenten Pixel nicht direkt dadurch ausgelöst werden, dass im ersten Pixel eine Comptonstreuung und im nächsten direkt ein Photoeffekt stattfindet. Es ist hier etwa möglich, dass vor dem absorbierenden Photoeffekt eine weitere Comptonstreuung geschieht. Die Ortsinformation des “Golden Events“ wird dadurch verfälscht.
- Des weiteren können Relaxationsprozesse der Atome, die durch die elektromagnetischen Wechselwirkungen angeregt worden waren, weitere Interaktionen in anderen Pixeln auslösen. Dazu müssen folgende Möglichkeiten betrachtet werden:
 - Im keV-Bereich finden in Silizium etwa fünf Prozent aller Relaxationen durch strahlenden Elektronenübergang statt. Die Folge sind also Fluoreszenzphotonen, die vom angeregten Atom ausgestrahlt werden und von diesem entfernt wiederum zum Überschreiten der sensiblen Energiedeposition führen können. Das Resultat ist ein von den Comptonpolarimetrisch gesuchten Interaktionsorten entfernt ausgelöster Pixel, der die Auswertung von Koinzidenzen verfälscht, da der vom Fluoreszenzphoton getriggerte Pixel möglicherweise nicht als solcher von den beiden anderen Pixeln der echten Koinzidenz unterschieden werden kann.
 - Circa 95% der Relaxationen geschehen bei Silizium im Röntgenenergiebereich nichtstrahlend durch den Auger-Effekt. Hierbei wird das etwa durch den Photoeffekt hervorgerufene Loch in einer (innenliegenden) Elektronenschale gefüllt, indem das Elektron einer weiter außen liegenden Schale die freigewordene Position und hierdurch eine energetisch günstigere Position einnimmt. Die Differenz der Bindungsenergien der beiden Schalen ermöglicht beim Auger-Effekt das Herauslösen eines weiteren Elektrons, welches die überschüssige Energie als kinetische Energie erhält. Auch dieses Elektron kann einen weiteren Pixel ansprechen lassen.

Diese Relaxationsprozesse sind vor allem dann von Bedeutung, wenn nicht nur der Silizium-Sensor in die Simulation eingeht, sondern im Zuge der Simulation des realen Detektors zusätzliche Materialien eingebaut werden, die eine große Wahrscheinlichkeit für die angesprochenen Relaxationsprozesse zeigen. Vor allem die Fluoreszenzen des Bump-Bond-Materials und beim erweiterten Setup auch des Cadmiumtellurids sind hier zu erwähnen.

Drei ausgelöste Pixel werden wegen ihres Informationsgehalts zugunsten einer besseren Detektionseffizienz mit in die Auswertung einbezogen. Dazu wird ein Maximalabstand

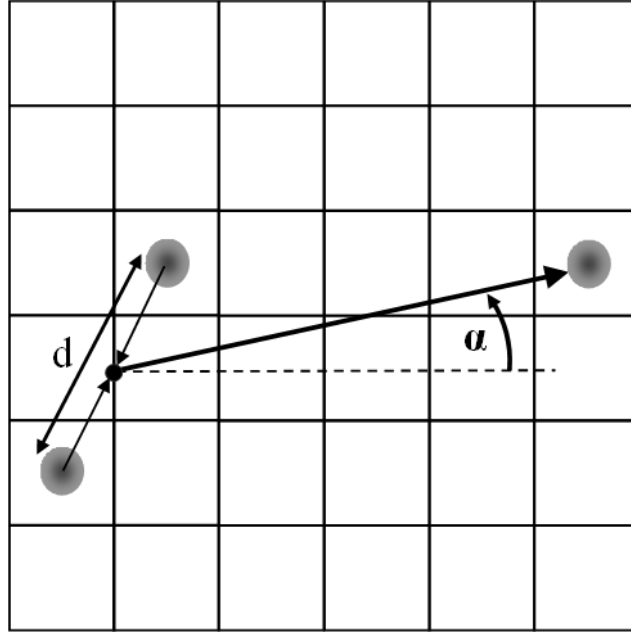


Abbildung 6.3 Zuordnung der verwendeten Punkte bei drei ausgelösten Pixeln: Unterschreitet der Abstand zweier Pixel den Mindestabstand, so wird der Mittelpunkt ihrer Verbindungslinie als gemittelter Interaktionsort zur Berechnung des Winkels α genutzt.

festgelegt, innerhalb dessen sich zwei der drei Interaktionsorte befinden müssen. Dieser Maximalabstand wird als ein Wert festgelegt, der kleiner ist als der Mindestabstand zwischen koinzidenten Pixeln. Unterschreiten zwei Pixelorte diesen Maximalabstand, so wird der Mittelpunkt ihrer Verbindungslinie aufgrund der fehlenden Kenntnis des tatsächlichen Comptonwinkel-Interaktionspunktes als Kompromiss herangezogen und wie in Abbildung 6.3 schematisch dargestellt zur weiteren Berechnung verwendet. Überschreitet der Abstand dieses Verbindungs-Mittelpunkts mit dem dritten Treffer auf der Detektor-Matrix den geforderten Mindestabstand, wird diese aus drei Punkten resultierende Koinzidenz ausgewertet. Der errechnete Winkel α kann hierbei fehlerbehaftet sein, doch dieses Risiko wird zugunsten der gesteigerten Detektionseffizienz in Kauf genommen und mit dem gesetzten Maximalabstand eingegrenzt. In den Simulationen wird als Maximalabstand das Dreifache des Pixel Pitches verwendet. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Zur Quantifizierung des Anteils bzw. des Einflusses von Dreifachtreffern sei auf Kapitel 7.1 verwiesen. In den Abbildungen 7.1 und 7.2 ist ein Vergleich für eine $700\,\mu\text{m}$ dicke Sensorschicht möglich.

6.2.4 Auswertungsvorgang

Durch das ROOT-Auswertungsskript werden nach erfolgter Simulation die polarimetrischen Eigenschaften ausgewertet. Hierzu werden die Bilder analysiert und nach “Golden Events“ durchsucht: Liegen Doppel- oder Dreifachtreffer vor, welche die im vorangegan-

Tabelle 6.2 Verwendete Werte für den Maximalabstand zwischen den beiden in einem Dreifachtreffer zur Winkelberechnung zusammengezogenen Punkten.

Pixel Pitch	Maximalabstand zusammengezogener Orte
55 μm	165 μm
110 μm	330 μm
220 μm	660 μm

genen Kapitel beschriebenen Randbedingungen erfüllen, so wird jeweils der Winkel α berechnet, den die Verbindungsline der koinzidenten Koordinaten mit einer Bezugsrichtung einschließt. Diese Bezugsrichtung ist – wie in Abbildung 6.1 gezeigt – in Richtung der x-Achse gelegt. Da die Polarisationsrichtung der Photonen in der Simulation in die y-Richtung gelegt wird, darf α nicht mit dem Comptonstreuwinkel ϕ gleichgesetzt werden. Die erhaltenen Winkel α_i der Koinzidenzen werden in ein Modulationshistogramm gebucht. Wird mit vollständig linear polarisierter Röntgenstrahlung gearbeitet, so erwartet man in diesem Histogramm eine Modulation entsprechend den Polarimeteereigenschaften. Abbildung 6.4 zeigt ein derartiges Modulationshistogramm für monoenergetische Einstrahlung von 80 keV-Photonen auf eine 700 μm dicke Siliziumschicht mit einem Pixel Pitch von 220 μm . Zu erkennen ist eine deutliche Abweichung der Form von der erwar-

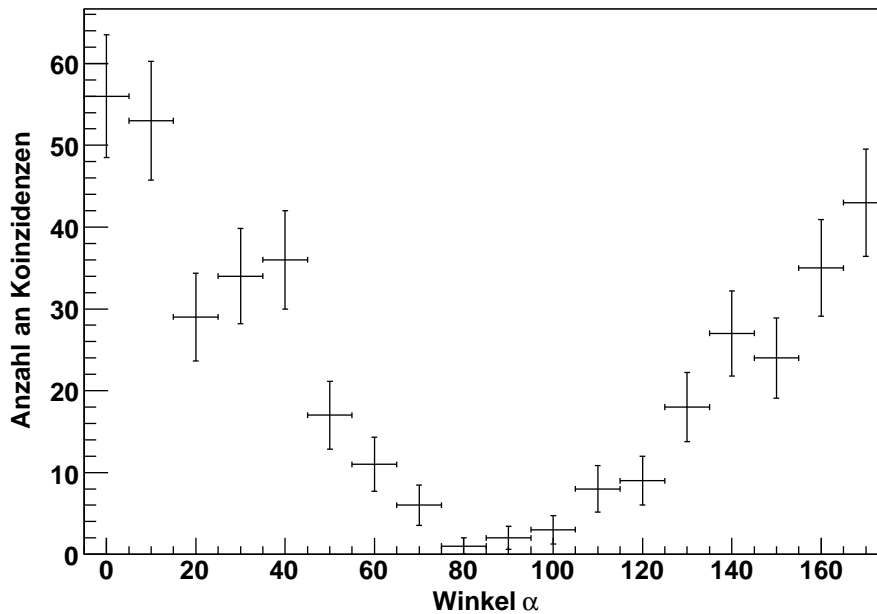


Abbildung 6.4 Modulationshistogramm, das aus der Simulation vollständig linear polarisierter 80 keV-Photonen auf eine 700 μm dicke Siliziumschicht mit einem Pixel Pitch von 220 μm folgt. Zu erkennen ist eine deutliche Abweichung vom erwarteten \cos^2 -Verlauf.

teten \cos^2 -Abhängigkeit der Bineinträge. Diese ist vor allem bei der fallenden Flanke deutlich ausgeprägt. Die Abweichung kann durch die Einwirkung systematischer Fehler

im Auswertungsprozess und die Auswirkung der Pixelierung hierauf erklärt werden. Deshalb wird dieser Fehler dadurch behoben, dass für jedes Simulationssetup mit den exakt gleichen Parametern auch eine Simulation für vollständig unpolarisierte Strahlung durchgeführt wird. Diese Simulationen werden mit einer höheren Statistik ausgeführt. Auch die hieraus entstandenen Ergebnisse werden jeweils mit dem exakt gleichen Algorithmus ausgewertet. Dadurch erhält man auch für unpolarisierte Strahlung ein Histogramm, das exemplarisch in Abbildung 6.5 für das Beispiel aus Abbildung 6.4 zu sehen ist. Wie zu

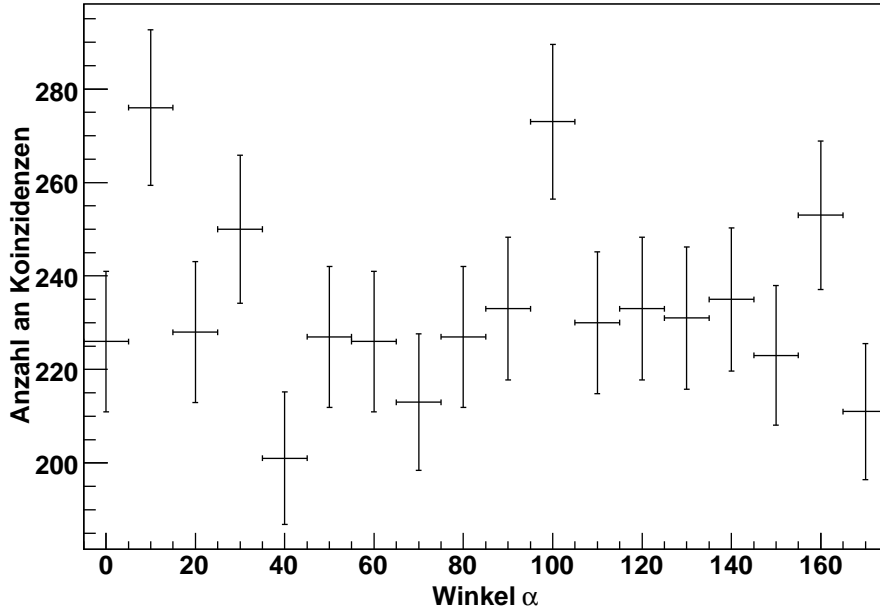


Abbildung 6.5 Histogramm aus der Simulation mit unpolarisierten 80 keV-Photonen.

erwarten ist, zeigen die Bineinträge N_{0Pol}^i keine klare Abhängigkeit vom Winkel und schwanken um einen Mittelwert N_{mean} . Allerdings enthalten auch sie die beschriebenen systematischen Abweichungen aus der Auswertung. Infolgedessen kann dieser Fehler für das Histogramm mit polarisierter Strahlung korrigiert werden, indem jeder Bineintrag N_u^i des ursprünglichen Histogramms mit einem Korrekturfaktor multipliziert wird, so dass man die korrigierten Bineinträge

$$N_c^i = N_u^i \cdot \frac{N_{mean}}{N_{0Pol}^i}$$

erhält, wobei N_{mean} den Mittelwert aller Bineinträge des Histogramms für unpolarisierte Strahlung darstellt. Das für das hier gezeigte Beispiel von 80 keV-Photonen auf eine 700 μm dicke Siliziumschicht resultierende Histogramm ist in Abbildung 6.6 zu sehen. Die Bineinträge folgen hier schon relativ gut der eingezeichneten gefitteten $\cos^2(\alpha)$ -Funktion. Die in diesem Histogramm angegebenen Fehlerbalken werden berechnet mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung. Als Fehlerquellen treten die Schwankungen der Bineinträge der Histogramme N_u^i für vollständig linear polarisierte und N_{0Pol}^i für die unpolari-

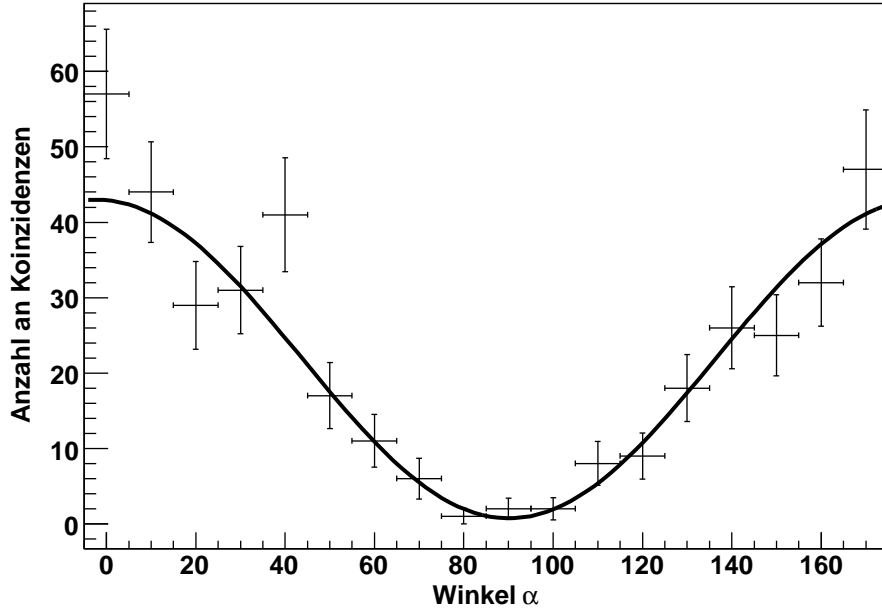


Abbildung 6.6 Korrigiertes Modulationshistogramm. Der Verlauf der veränderten Bin-einträge N_c^i kann nun gut durch die eingezeichnete $\cos^2(\alpha)$ -Funktion angenähert werden.

sierte Strahlung auf, sowie die Auswirkung des letzteren auf den Mittelwert N_{mean} . Der Fehlerwert ΔN_c^i des korrigierten Binwertes N_c^i ergibt sich damit als

$$\Delta N_c^i = \sqrt{\left(\sqrt{N_u^i} \cdot \frac{N_{mean}}{N_{0Pol}^i} \right)^2 + \left(\frac{N_u^i}{18} \cdot \sqrt{\frac{(\sum_{j \neq i} N_{0Pol}^j)^2}{(N_{0Pol}^i)^3} + \frac{\sum_{j \neq i} N_{0Pol}^j}{(N_{0Pol}^i)^2}} \right)^2}$$

Aus der in der Abbildung dargestellten angenäherten $\cos^2(\alpha)$ -Funktion wird nun Maximum und Minimum ausgelesen, um entsprechend Formel 3.3 den Modulationsfaktor zu berechnen.

6.2.5 Polarimetergeometrien

Zur Berechnung der comptonpolarimetrischen Eigenschaften wurden folgende drei Polarimeter-Geometriestufen in die Simulation implementiert und für die Auswertung verwendet:

Halbleiter-Sensorschicht

Hierbei soll untersucht werden, wie sich die Polarimeter-Eigenschaften gestalten, wenn lediglich die Halbleiter-Sensorschicht in der Photonenwechselwirkung eine Rolle spielt. Jegliche in einem realen Detektor wie etwa dem Timepix enthaltenen Komponenten werden in dieser Simulationsstufe vernachlässigt. Hierdurch kann gezeigt werden, wie sich

beispielsweise die Sensordicke und die Pixelgröße auf die polarimetrischen Eigenschaften auswirken, und welche Fehler im Vergleich zu einem hier als ideal bezeichneten Detektor ohne Pixelierung, bei dem also die exakten Interaktionskoordinaten in die Auswertung genommen werden können, entstehen.

Vollständiger Timepix-Detektoraufbau

Im nächsten Schritt wird der vollständige Timepix-Detektoraufbau simuliert. Hierzu werden der Sensorschicht die weiteren Detektorkomponenten wie Bump-Bonds, ASIC und Trägerplatte hinzugefügt. Der simulierte Detektoraufbau ist in Abbildung 6.7 zu sehen. Die Dicke der Sensorschicht ist variabel und wird in den Stufen $300\text{ }\mu\text{m}$, $700\text{ }\mu\text{m}$ und $1000\text{ }\mu\text{m}$ simuliert. Die Bump-Bonds werden als kugelförmig mit einem Durchmesser von $25\text{ }\mu\text{m}$ angenommen. Hierunter befindet sich der ASIC, der in der Simulation als Siliziumschicht mit einer Dicke von $200\text{ }\mu\text{m}$ implementiert wurde. Das letzte Element des Detektors ist die Trägerplatte (PCB). Diese ist eine $500\text{ }\mu\text{m}$ dicke Schicht aus Polyethylen. Der ASIC entspricht in der Simulation in seiner Länge und Breite den Abmessungen des Sensors. Das PCB ragt an allen vier Seiten jeweils $10,7\text{ mm}$ über diesen hinaus. Bedingt

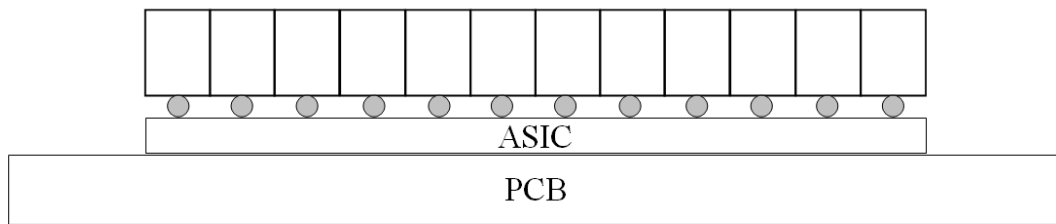


Abbildung 6.7 Dargestellt ist der vollständige in der Simulation implementierte Timepix-Detektoraufbau. Die pixelierte Sensorschicht ist über die Bump-Bonds mit dem $200\text{ }\mu\text{m}$ dicken Silizium-ASIC verbunden. Dieser ruht wiederum auf dem PCB.

durch das Material der Lotperlen (Zinn und Blei) und des ASICs (Silizium) können Photonen in die Sensorschicht zurückgestreut oder Fluoreszenzphotonen ausgesendet werden. Diese “Störteilchen” verfälschen die Analyse dadurch, dass nicht mehr sichergestellt ist, dass Doppeltreffer bedingungslos als koinzidente “Golden Events” angesehen werden können, die durch Comptonstreuung im Sensor generiert wurden: Es kann nun z.B. angenommen werden, dass ein gestreutes Comptonphoton nicht wie eigentlich gewünscht direkt im Halbleiter wieder interagiert, sondern dass diese Interaktion erst z.B. in einem Bump-Bond stattfindet, wobei das hier entstehende Teilchen (Fluoreszenzphoton oder Comptonphoton) wiederum in der Sensorschicht nachgewiesen wird. Die gesuchte Orts- und damit Winkelinformation kann in einem derartigen Ereignisbaum verloren gehen, da dieses Teilchen nicht zwingend nahe am in diesem Beispiel Bump-Bond-Interaktionsort im Sensor seine Energie deponiert, sondern erst wieder relativ weite Strecken propagieren kann. Das Resultat sind Fehler im Modulationshistogramm, da auch derartige “falsche Koinzidenzen” als “Golden Events” gewertet werden.

Vollständiger Detektoraufbau mit CdTe-Detektoren umringt

Zur Verbesserung der Detektionseffizienz wird in der dritten Variante der Timepix-Detektor ergänzt durch einen umringenden Kasten aus Cadmiumtellurid-Schichten. Die CdTe-Schichten werden verstanden als weitere Timepix-Detektoren, wobei bei diesen keine weitere Ergänzung durch Bump-Bonds o.ä. implementiert ist, da davon ausgegangen werden kann, dass Photonen in dem Energiebereich, der in der Simulation verwendet wird, nur eine verschwindend geringe Transmissionswahrscheinlichkeit für eine Cadmiumtellurid-Schicht in der hier verwendeten Dicke haben. Diese Transmissionswahrscheinlichkeit lässt sich nach dem Lambert-Beerschen Schwächungsgesetz (Gleichung 2.3) berechnen: Wählt man etwa eine Photonenenergie von 60 keV, so erhält man den entsprechenden Massenschwächungskoeffizienten $\frac{\mu}{\rho}$ von $6,54 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ [Nat09]. Dieser wird zusammen mit der theoretischen Cadmiumtellurid-Dichte von $6,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ und der Schichtdicke 1,5 mm in die Exponentialfunktion des Schwächungsgesetzes eingesetzt. Diese Berechnung ergibt, dass nur 0,23% der Photonen die Cadmiumtelluridschicht passieren können, ohne absorbiert zu werden.

Ziel der hier dargestellten Ergänzung des Detektors ist es, Photonen nachzuweisen, die in der Silizium-Sensorschicht zwar Comptongestreut werden, aber innerhalb dieser keine weitere Interaktion erfahren, da die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit in der Siliziumschicht zu gering ist. Werden diese gestreuten Photonen nun in einer der umgebenden Cadmiumtellurid-Sensorschichten absorbiert, so kann ein “Golden Event“ zwischen dem getriggerten Pixel der Siliziumschicht und dem Pixel des “Stopdetektors“ rekonstruiert werden.

Die Cadmiumtellurid-Schichten sind in einem Abstand von 5,2 mm parallel zur Siliziumkante angeordnet. Sie haben eine Breite von 25,6 mm und sind, wie in Abbildung 6.8 gezeigt, asymmetrisch versetzt zueinander angeordnet. Es ist eine Pixelierung mit einem festen Pixel Pitch von $400 \mu\text{m}$ gesetzt, wodurch die Schicht in ihrer Breite auf 64 Pixel eingeteilt wird. Die Stopdetektoren sind mit einer Länge von 7 cm senkrecht zur Silizium-Sensor-Oberfläche in Richtung der z-Achse in die Simulation implementiert. Eine seitliche Ansicht des Aufbaus ist in Abbildung 6.9 dargestellt. Diese große Ausdehnung in der Länge hat das Ziel, die Polarimeteereigenschaften einzelner Winkelbereiche des Streuwinkels θ untersuchen zu können. Hierzu kann in der Auswertung ein Fenster auf der z-Achse gesetzt werden. Nur innerhalb dieses Bereiches stattfindende Wechselwirkungen werden dann ausgewertet. Die Photoneneinstrahlung erfolgt in den Simulationen zu diesem vollständigen Polarimeter-Aufbau im Gegensatz zu den beiden zuvor erläuterten Geometrien innerhalb eines Kreises mit Radius 3,5 mm um den Mittelpunkt des Siliziumsensors herum. Dies soll den Fokus einer gedachten abbildenden Röntgenoptik darstellen, welche die Photonen von ihrer Sammelfläche auf das Zentrum des Detektors lenkt. Für die Cadmiumtellurid-Schichten muss die Diskriminatorschwelle entsprechend den mit diesem Konversionsmaterial ausgestatteten Detektoren auf 10 keV gesetzt werden. Damit ist diese Schwelle fast drei Mal so hoch wie die Diskriminatorschwelle des Siliziumsensors (3,5 keV). Dies hat jedoch keine negativen Auswirkungen, da hier im wesentlichen Comptonphotonen detektiert werden sollen. Im betrachteten Energiebereich haben alle im Silizium Comptongestreuten Photonen eine Energie oberhalb dieser Schwelle. Daher nutzt der hohe Energiewert sogar, um ein Pixelansprechen durch Partikel aus Sekundäreffekten wie beispielsweise Fluoreszenzen zu verhindern.

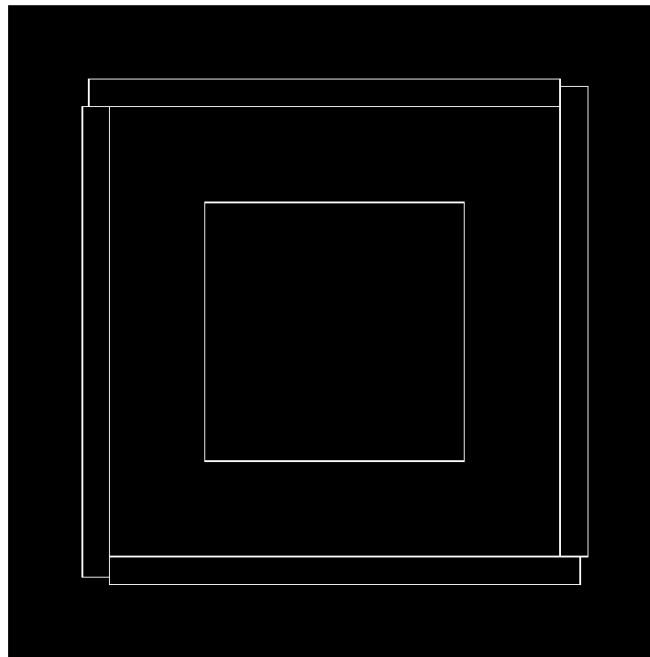


Abbildung 6.8 Vollständiger Polarimetraufbau mit Cadmiumtellurid-Stopdetektoren von der Frontseite (Richtung der Photoneneinstrahlung) her dargestellt. In der Mitte zu sehen ist die aktive Silizium-Sensorfläche mit einer Fläche von $14,08 \times 14,08 \text{ mm}^2$. Jeweils im Abstand von $5,2 \text{ mm}$ von der Sensorschicht entfernt beginnen die CdTe-Schichten. Sie besitzen eine Breite von $25,6 \text{ mm}$ und eine Dicke von $1,5 \text{ mm}$. Die Abstände und Längen wurden so gewählt, dass sie ganzzahligen Vielfachen des Pixel Pitches von $400 \mu\text{m}$ entsprechen und dadurch keine Asymmetrien durch geschnittene Pixel o.ä. entstehen. Eine Auswirkung ist allerdings die hier sichtbare Lücke am Ende der CdTe-Schichten von $380 \mu\text{m}$. Der noch über die Cadmiumtellurid-Ausmaße hinausgehende Bereich stellt das Timepix-PCB dar.

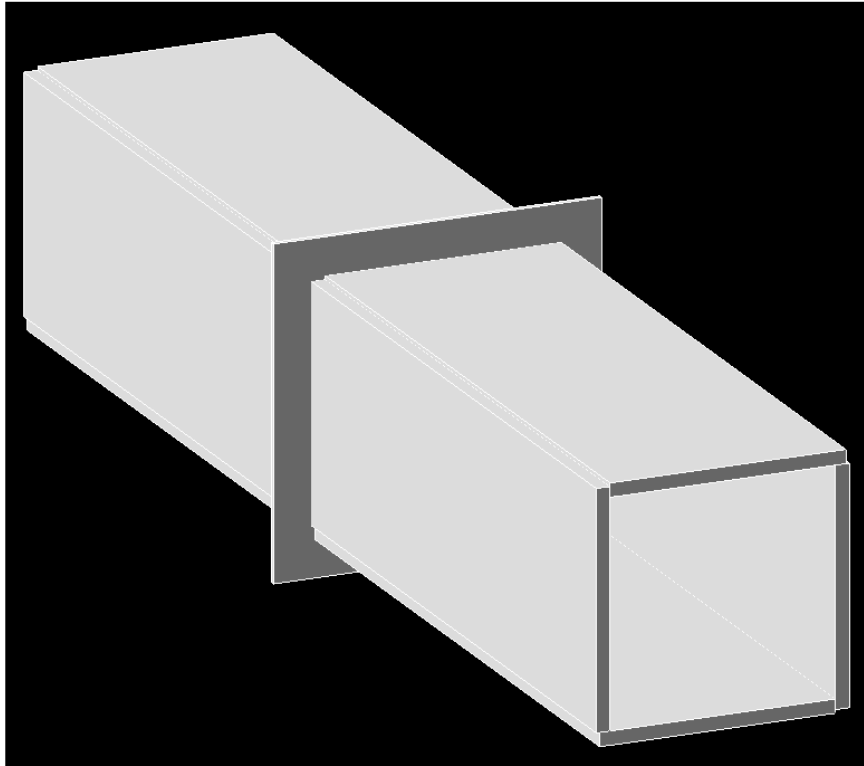


Abbildung 6.9 Skizze des in der letzten Ausbaustufe simulierten Polarimetraufbaus von der Seite her gesehen. Deutlich erkennbar ist der quadratische Kasten aus Cadmiumtellurid-Schichten, der längs der Photoneneinfallsrichtung gerichtet ist. Seine Länge wurde als 7 cm in jede Richtung des zentral angeordneten Silizium-Timepix-Detektors eingestellt, so dass eine Analyse von Teilbereichen möglich ist. Der Siliziumdetektor selbst befindet sich im Inneren des umhüllenden Kastens auf dem Plastik-PCB, das hier sichtbar die CdTe-Teile voneinander trennt.

6.3 Untersuchung von Energiebereichen

6.3.1 Monoenergetische Betrachtung

Zur Untersuchung der polarimetrischen Eigenschaften wurden die Simulationen zunächst mit monoenergetischer Röntgenstrahlung im Bereich zwischen 40 keV und 100 keV durchgeführt. Hierdurch ist eine exakte Unterscheidung des Einflusses der jeweiligen Energien und der entsprechenden Antwort eines Polarimeters möglich. Unter anderem durch die unterschiedlichen Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten für verschiedene Photonenenergien wird auch für die Polarimeterkenngrößen eine Abhängigkeit erwartet, so dass ein optimaler Arbeitsbereich gesucht werden kann.

6.3.2 Simulation der Polarisationsmessung des Krebsnebels

Nach der Betrachtung der Polarimeteereigenschaften bei monoenergetischer Röntgenstrahlung wird im folgenden Abschnitt eine Betrachtung des Krebsnebels dargestellt. Hierbei werden drei Fälle des auf dem Detektor einfallenden Spektrums unterschieden:

Direkte Bestrahlung mit dem Krebsnebel-Spektrum

Die erste Betrachtung arbeitet mit dem Krebsnebelspektrum, wie es in Gleichung 4.1 eingeführt wurde. Es wird davon ausgegangen, dass Röntgenphotonen mit Energien zwischen 40 keV und 100 keV Koinzidenzen verursachen können, die der Detektor aufnehmen kann. Die spektrale Flussdichte hierfür ist in Abbildung 6.12 gegen die Energie aufgetragen zu sehen.

Spektrum mit Röntgenoptik HERO

In den Simulationen mit monoenergetischer Röntgeneinstrahlung wird für die verwendete Photonenzahl der Fluss des Krebsnebelspektrums auf einer Detektorfläche von 1250 cm^2 angenommen und berechnet. Diese Detektorfläche ist nicht ohne weiteres mit einem einzelnen pixelierten Halbleiter-Detektor zu erreichen. Daher wird im nächsten Schritt eine Röntgenoptik in die Simulation einbezogen, welche die Photonen, die auf ihrer Sammelfläche auftreffen, auf den in ihrer Fokusebene positionierten Detektor abbildet. Als Maßgabe einer solchen Optik wurden die Eigenschaften der Röntgenoptik HERO (*High-Energy Replicated Optics for a Hard-X-Ray Balloon Payload*) [RAA⁺00] verwendet. Diese Optik ist bereits voll entwickelt und erprobt. Die Simulationen wurden mit einer HERO-Sammelfläche von 10 cm^2 gerechnet. Eine Röntgenoptik ist jedoch nicht für alle Photonenenergien gleich effizient: Zu höheren Energien hin nimmt die Abbildungseffizienz ab, die effektive Fläche der Optik reduziert sich. Röntgenphotonen mit einer Energie über 80 keV können nicht mehr abgebildet werden. Diese Energien treffen daher nicht auf dem Detektor auf und entfallen für die Polarimetrie-Analyse. In Abbildung 6.10 ist die effektive Fläche einer HERO-Optik dargestellt. Die Sammeleffizienz der HERO-Röntgenoptik als Funktion der Photonenenergie kann angenähert werden mit der Funktion

$$f_{\text{HERO}}(E) = 2 - \frac{E}{40 \text{ keV}}$$

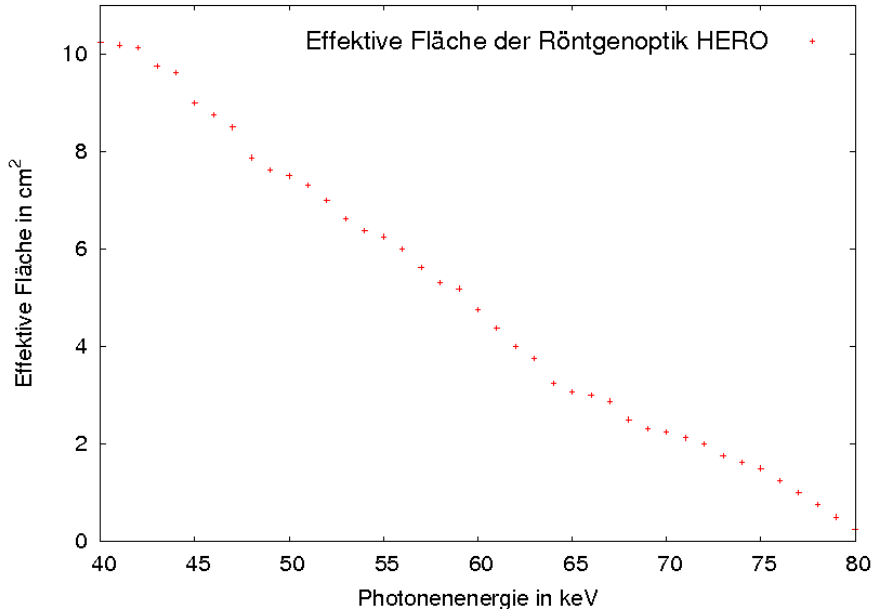


Abbildung 6.10 Effektive Sammelfläche der Röntgenoptik HERO. Photonen mit Energien größer als 80 keV können nicht auf den Fokus abgebildet werden [Ram].

Dies bedeutet, dass für 40 keV-Photonen die Sammeleffizienz Eins beträgt, wodurch also die gesamte eingestellte Sammelfläche (hier 10 cm²) zur Verfügung steht, und diese Fläche bis zur Photonenenergie von 80 keV linear auf Null abfällt, so dass auch die Abbildungseffizienz für diese und höherenergetische Photonen Null beträgt und diese somit nicht auf den Fokus abgebildet werden. In einem Experiment, das als satellitengestützt, ohne jegliche Einflüsse beispielsweise der Atmosphäre, angesehen werden kann, berechnet sich der Fluss \dot{S}_{Crab} im möglichen Energiebereich von 40 keV bis 80 keV also durch die Faltung des Krebsnebelspektrums mit der Abbildungsfunktion der Röntgenoptik als:

$$\dot{S}_{Crab} = \int_{40 \text{ keV}}^{80 \text{ keV}} \frac{d\dot{S}_{Crab}}{dE} \cdot f_{HERO}(E) dE = 0,08133 \frac{\text{ph}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$$

Die spektrale Flussdichte $\frac{d\dot{S}_{Crab}}{dE} \cdot f_{HERO}(E)$ ist in Abbildung 6.12 dargestellt.

Spektrum in der Erdatmosphäre

Neben den satellitengestützten Experimenten besteht die Möglichkeit, ballongestützte Messungen mit Röntgenteleskopen durchzuführen. Hierbei werden in einer entsprechend großen Höhe über der Erdoberfläche die absorbierenden Einflüsse der Atmosphäre so weit wie möglich reduziert. Nichtsdestotrotz existiert in der für derartige Ballonflüge erreichbaren Höhe von $3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ eine Restatmosphäre, für die Röntgenphotonen nur eine gewisse Transmissivität besitzen. In Abbildung 6.11 ist diese Transmissivität in Abhängigkeit von der Photonenenergie dargestellt. Wie zu sehen ist, erreichen im betrachteten Arbeitsbereich nur noch 50 bis 60 Prozent der Röntgenphotonen diese Höhe. Der Fluss

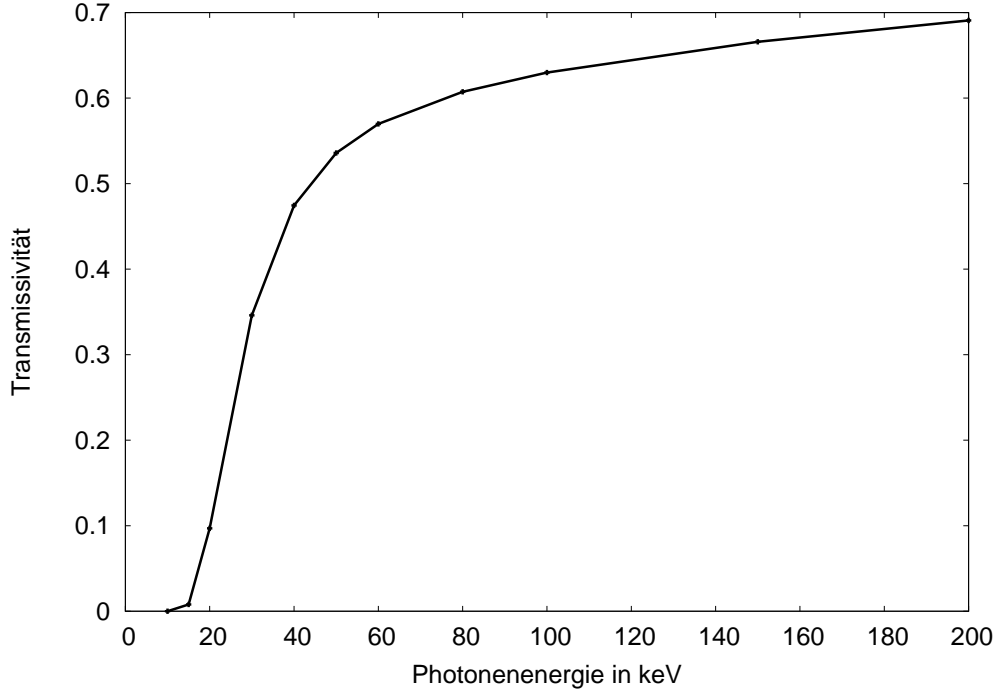


Abbildung 6.11 Durchlassvermögen der Erdatmosphäre in einer Höhe von $3 \frac{g}{cm^2}$. Man erkennt den enormen Abfall der Transmissivität für Photonenenergien E_γ unterhalb von 60 keV. Oberhalb dieser Energie ist die Kurve näherungsweise linear und zeigt bei 80 keV, der größten Energie, welche in der Simulation hierzu verwendet wurde, eine Transmissivität von 60,7%. Die zugrundeliegenden Transmissivitätswerte sind in Anhang A.1 tabellarisch aufgeführt.

stellarer Röntgenquellen reduziert sich also im Vergleich zu einer satellitengestützten Position oberhalb der Erdatmosphäre erheblich. Ein Fit der Transmissivität ergibt als die das Spektrum beeinflussende Funktion der Atmosphäre $f_{Atmos}(E)$:

$$f_{Atmos}(E) = 0,64697 \cdot \left(1 - e^{-0,054688 \cdot \left(\frac{E}{1 \text{ keV}} - 17\right)}\right)$$

Faltet man dies wiederum mit dem Krebsnebelspektrum und zusätzlich der HERO-Röntgenoptik, so erhält man den Fluss, der für ein ballongestütztes Experiment mit einer Röntgenoptik erwartet werden kann:

$$\dot{S}_{Crab} = \int_{40 \text{ keV}}^{80 \text{ keV}} \frac{d\dot{S}_{Crab}}{dE} \cdot f_{HERO}(E) \cdot f_{Atmos}(E) dE = 0,02757 \frac{\text{ph}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$$

In Abbildung 6.12 ist dieser Fluss zusammen mit den spektralen Flussdichten des uneinflussten Krebsnebelspektrums und des mit der HERO-Optik veränderten Krebsnebelspektrums zum Vergleich aufgetragen.

Da sich die Flussraten für die von der HERO-Optik beeinflussten Spektren deutlich reduzieren und für diese Optik eine reale Sammelfläche von 10 cm^2 möglich ist, werden für die Berechnung der polarimetrischen Eigenschaften bei diesen Spektren andere Messparameter zugrunde gelegt. Es wird angewendet:

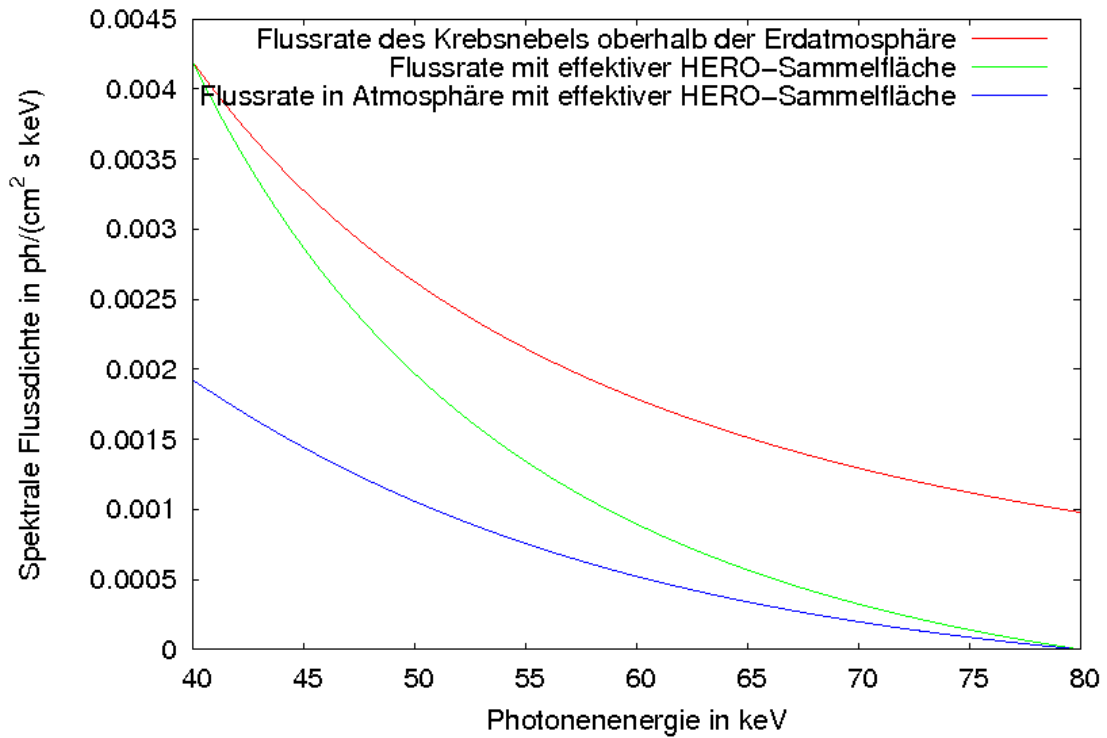


Abbildung 6.12 Dargestellt sind die verschiedenen Spektren, welche ihren Ursprung im Krebsnebel haben. Die rote Kurve zeigt die in Gleichung 4.1 gezeigte differentielle Flussrate für den Krebsnebel oberhalb der Erdatmosphäre, also ohne jegliche Abschwächung. Die grüne Kurve zeigt die Flussrate nach Passieren der HERO-Röntgenoptik: Für höhere Energien ist die Effizienz der Optik gering. Photonen oberhalb einer Energie von 80 keV werden nicht auf den Detektor abgebildet. Die blaue Kurve zeigt schließlich zusätzlich auch die Auswirkungen der Atmosphäre: Sie absorbiert niederenergetische Röntgenquanten in einem höheren Maße und reduziert insgesamt den auf dem Detektor auftreffenden Photonenfluss.

$$A = 10 \text{ cm}^2$$

$$T = 10^6 \text{ s}$$

Diese Messdauer ist für eine derartige röntgenastronomische Messung auch bei Flügen mit Stratosphärenballons realisierbar. Mit diesen Parametern ergibt sich für das Spektrum mit der HERO-Röntgenoptik eine Photonenanzahl auf dem Detektor \dot{S}_{Det} von $5,04 \cdot 10^5$ und für das Spektrum, das auch die absorbierenden Einflüsse der Erdatmosphäre berücksichtigt, von $2,76 \cdot 10^5$. Mit diesen Photonenzahlen werden die Simulationen für diese Spektren durchgeführt.

7 Ergebnisse

Inhaltsangabe

7.1 Detektionseffizienz in Abhängigkeit von der Geometrie . . .	47
7.1.1 Ideal ortsauflösender Detektor	48
7.1.2 Pixelierte Silizium-Sensorschicht	49
7.1.3 Timepix-Detektor	49
7.1.4 Vollständiger Polarimetraufbau mit CdTe-Schichten	52
7.2 Modulationsfaktor in Abhängigkeit von der Geometrie	53
7.2.1 Pixelierte Silizium-Sensorschicht	53
7.2.2 Vollständiger Polarimetraufbau mit CdTe-Schichten	58
7.3 Winkelaufgelöste Untersuchung	62
7.4 Minimum detectable polarisation	67
7.4.1 Abhängigkeit von der Geometrie	67
7.4.2 Untersuchung des Krebsnebels im Satellitenexperiment	70
7.4.3 Untersuchung des Krebsnebels im Ballonflug	70
7.5 Verbesserung der polarimetrischen Eigenschaften durch Ver-	
ringung der Diskriminatorschwelle	71

Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse dieser Arbeit exemplarisch vorgestellt. Alle Simulationen wurden auf der Geometriebasis des pixelierten Halbleiter-Detektors Timepix durchgeführt. Die Detektorgeometrien und Materialien beziehen sich auf diesen Detektor, können aber beliebig verändert und erweitert werden, so dass eine Untersuchung der Eigenschaften auch für andere Detektorgeometrien und -arten durchgeführt werden kann und ein Vergleich zur Optimierung der vorhandenen Technologie im Hinblick auf die polarimetrischen Eigenschaften möglich ist.

7.1 Detektionseffizienz in Abhängigkeit von der Geometrie

Zunächst werden die Detektionseffizienz ε betrachtet und ihre Abhängigkeiten von der verwendeten Detektorgeometrie erläutert. Hierbei wird gezeigt, wie groß der Anteil der detektierten “Golden Events“ an der Gesamtzahl der auf den Detektor eingestrahnten Photonen ist. Da die MDP direkt mit $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$ von dieser Effizienz abhängt, ist ε eine entscheidende Größe für ein Polarimeter, weswegen die Optimierung in Bezug auf die Detektionseffizienz von großem Interesse ist.

7.1.1 Ideal ortsauflösender Detektor

Als erstes wird die Silizium-Sensorschicht untersucht, um zu ermitteln, welche Auswirkung die Schichtdicke auf die Detektionseffizienz hat. Diese Betrachtung geschieht für einen idealen ortsauflösenden Detektor, der nicht pixeliert ist und die exakten Interaktionsorte zur Auswertung bereitstellt. Als einziges Auswahlkriterium ist ein Mindestabstand gesetzt: Der Abstand zwischen dem ersten und zweiten Wechselwirkungspunkt muss mindestens $330\text{ }\mu\text{m}$ betragen, um scheinbare Koinzidenzen, deren Signatur aber durch andere Effekte wie beispielsweise “Charge Sharing“ ausgelöst worden sind, von der Auswertung auszuschließen. Es werden bei der Betrachtung des idealen ortsauflösenden Detektors allein Zweifachtreffer ausgewertet, um die Wahrscheinlichkeit für echte Koinzidenzen aus der Comptonstreuung zu ermitteln und weitere Effekte wie z.B. aufgrund von Fluoreszenzen o.ä. auftretende Dreifachtreffer auszuschließen. Das Ergebnis der Simulation für Energien von 40 keV bis 100 keV ist in Abbildung 7.1 für Schichtdicken von $300\text{ }\mu\text{m}$, $700\text{ }\mu\text{m}$, $1000\text{ }\mu\text{m}$ und $2000\text{ }\mu\text{m}$ dargestellt. Wie zu sehen ist, bewegen

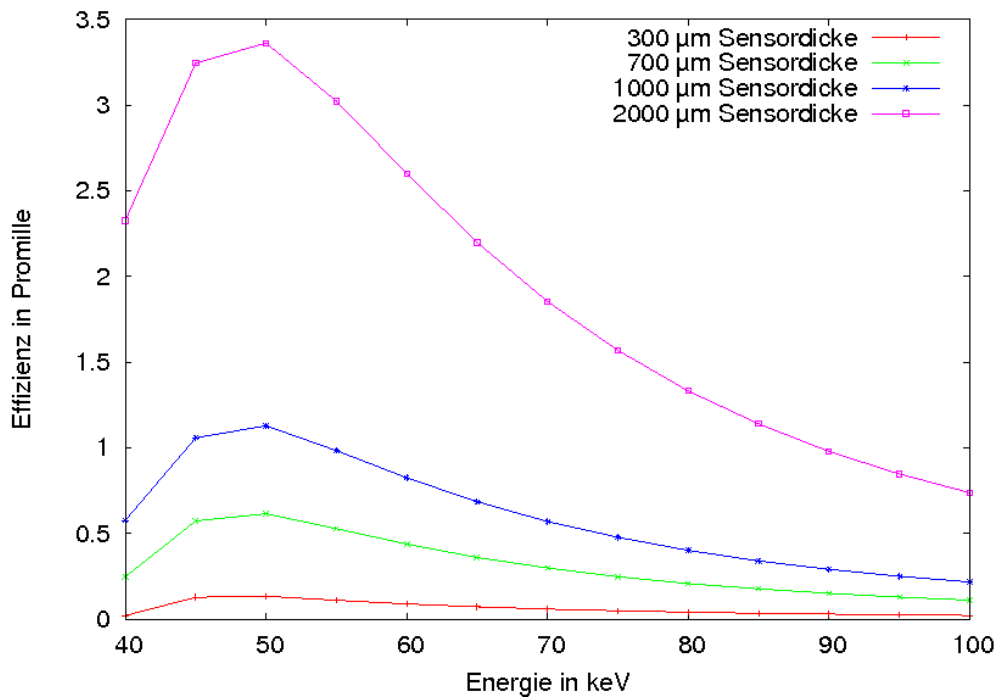


Abbildung 7.1 Detektionseffizienz für eine Silizium-Sensorschicht unter Vernachlässigung weiterer Detektorbestandteile wie Bump-Bonds etc. Es findet keine Zuordnung zu Pixeln statt, der Detektor kann deswegen als ideal bezeichnet werden.

sich die Werte für die Detektionseffizienz im Promille-Bereich und steigen mit der Sensordicke. Der Wert steht mit der Dicke in nichtlinearem Zusammenhang. Dieser Effekt hängt damit zusammen, dass nicht nur die Pfadlänge der Röntgenphotonen im Silizium ansteigt, womit nach dem Lambert-Beerschen Gesetz eine höhere Wechselwirkungswahrscheinlichkeit einhergeht, sondern sich auch der für Koinzidenzen mögliche Raumwinkel vergrößert. Während bei einem dünnen Sensor (z.B. $300\text{ }\mu\text{m}$) fast nur mit einem Streu-

winkel θ von etwa 90° Comptongestreuete Photonen nochmals im Sensor wechselwirken, vergrößert sich der mögliche Winkelbereich für höhere Schichtdicken erheblich. Unter der Voraussetzung, dass die Effekte, welche die Detektorantwort beeinflussen können, wie etwa “Charge Sharing“ und Diffusion, begrenzt werden können, ist also zur Verbesserung der Comptonpolarimetrischen Eigenschaften eine dicke Sensorschicht anzustreben.

Betrachtet man die Energien, so erhält man das Maximum der Detektionseffizienz bei etwa 50 keV. Zu einer kleineren Energie hin steigt die Wahrscheinlichkeit für den Photoeffekt, es werden weniger Koinzidenzen erzeugt. Bei höheren Energien nimmt wiederum die Wahrscheinlichkeit, dass Comptongestreuete Photonen ein zweites Mal, etwa über den Photoeffekt, nachgewiesen werden, ab. Das liegt daran, dass bei der Comptonstreuung in diesem Bereich nur ein kleiner Anteil der Photonenenergie (für 100 keV-Photonen maximal etwa 28 keV) an das Elektron übertragen wird. Das Comptonphoton besitzt weiterhin eine relativ hohe Energie, so dass eine zweite Wechselwirkung durch den Abfall in der Photoeffekt-Interaktionswahrscheinlichkeit nur bei einem geringeren Anteil stattfindet. Im Bereich von etwa 50 keV ist also die größte Ausbeute an Comptongestreuten Photonen, die nochmals interagieren, und damit auch an auswertbaren Koinzidenzen zu erreichen.

7.1.2 Pixelierte Silizium-Sensorschicht

Im nächsten Schritt wird der Einfluss der Pixelierung gezeigt. Für einen Pixel Pitch von $55\ \mu\text{m}$ ist keine wesentliche Änderung im Vergleich zur unpixelierten Betrachtung zu erwarten. Für Pixel mit Kantenlängen von $110\ \mu\text{m}$ und $220\ \mu\text{m}$ wird die Detektionseffizienz reduziert: Aufgrund des gewählten 10° -Binnings in der Histogrammierung des Winkels α muss für diese Pixelierungen der Mindestabstand zweier koinzidenter Ereignisse auf $660\ \mu\text{m}$ beziehungsweise 1,32 mm erhöht werden. Dies hat zur Folge, dass mehr Doppeltreffer von der Auswertung ausgeschlossen werden müssen. In Abbildung 7.2 ist die Detektionseffizienz für die Schichtdicke von $700\ \mu\text{m}$ aufgetragen. Zur Berechnung der hier verwendeten Daten findet in dieser Betrachtung zum pixelierten Sensor im Gegensatz zu der Darstellung in Kapitel 7.1.1 auch eine Auswertung der Dreifachtreffer (wie in Kapitel 6.2.3 erläutert) statt. Daher bewegen sich die Werte etwas über denen aus Abbildung 7.1. Unter Berücksichtigung des geforderten Mindestabstands nimmt die Detektionseffizienz für kleinere Pixel bessere Werte an. Sie könnte auch für große Pixel erhöht werden, sofern man diesen Mindestabstand reduziert. Damit erhöhen sich allerdings die Fehler aus dem Modulationsfit. Zum Vergleich ist in Abbildung 7.3 die Detektionseffizienz für eine reine Silizium-Sensorschicht auch für eine Dicke von $1000\ \mu\text{m}$ aufgetragen.

7.1.3 Timepix-Detektor

Im nächsten Schritt wurde die Silizium-Sensorschicht mit den Bump-Bonds, ASIC usw. erweitert (siehe Kapitel 6.2.5), wie sie in einem realen Halbleiterdetektor wie dem Timepix Verwendung finden. Das Material etwa der Lotperlen kann das Ergebnis beeinflussen, indem beispielsweise Fluoreszenzen derart Pixel ansprechen, dass Pixel koinzident ausgelöst werden und somit falsche “Golden Events“ in die Auswertung einfließen. Die Detektionseffizienz für eine $700\ \mu\text{m}$ dicke Sensorschicht mit der der Pixelierung entsprechenden Zahl an Bump-Bonds ist in Abbildung 7.4 gezeigt. Der Vergleich mit der

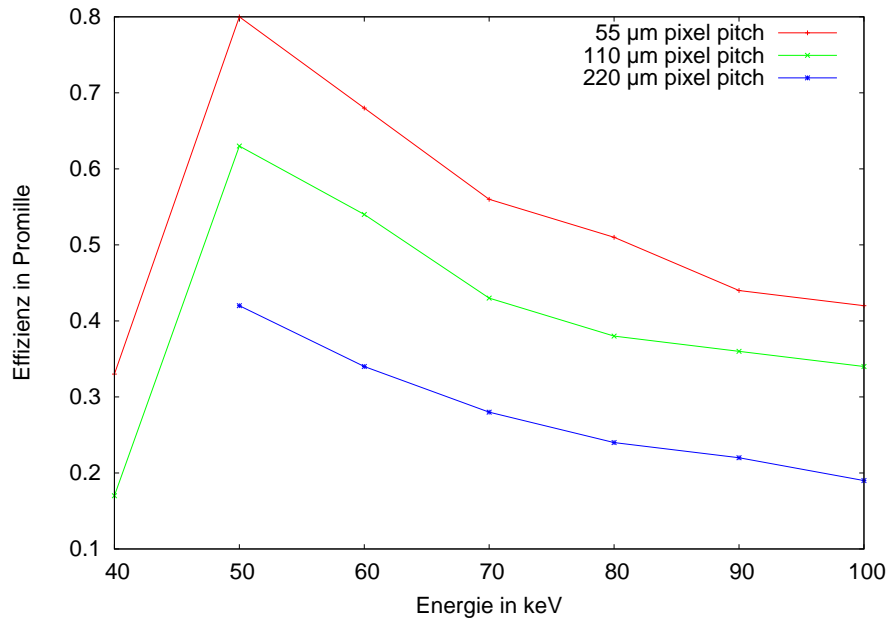


Abbildung 7.2 Detektionseffizienz für eine $700\text{ }\mu\text{m}$ dicke pixelierte Silizium-Sensorschicht unter Vernachlässigung weiterer Detektorbestandteile. Für den Pixel Pitch von $220\text{ }\mu\text{m}$ war bei der Photonenenergie von 40 keV durch die gewählte Statistik die Anzahl der nachgewiesenen Koinzidenzen für eine korrekte Auswertung zu gering.

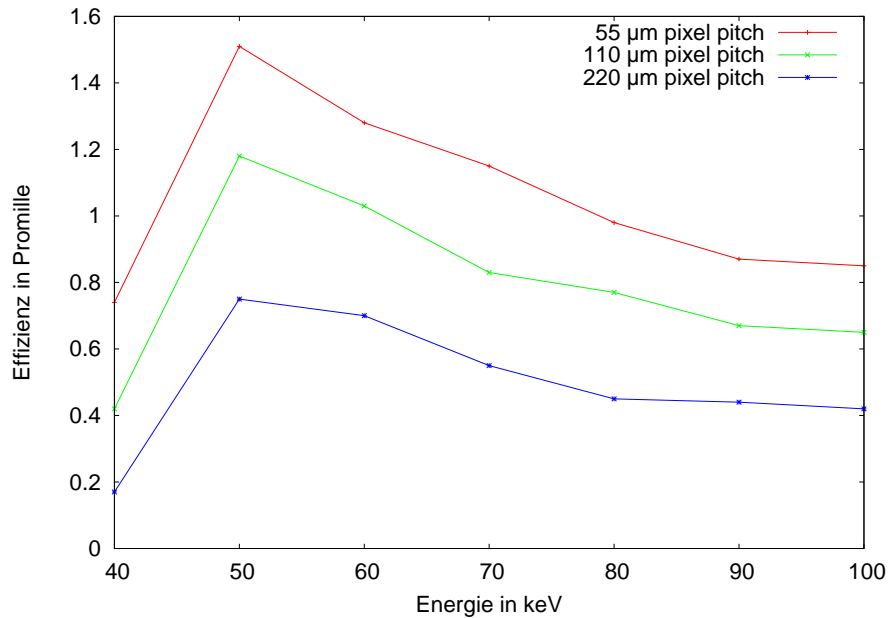


Abbildung 7.3 Detektionseffizienz für eine $1000\text{ }\mu\text{m}$ dicke pixelierte Silizium-Sensorschicht unter Vernachlässigung weiterer Detektorbestandteile. Man erkennt die gleiche Systematik wie bei der $700\text{ }\mu\text{m}$ dicken Schicht (siehe Abbildung 7.2). Insgesamt steigt die Detektionseffizienz im Vergleich zu einem dünneren Sensor deutlich.

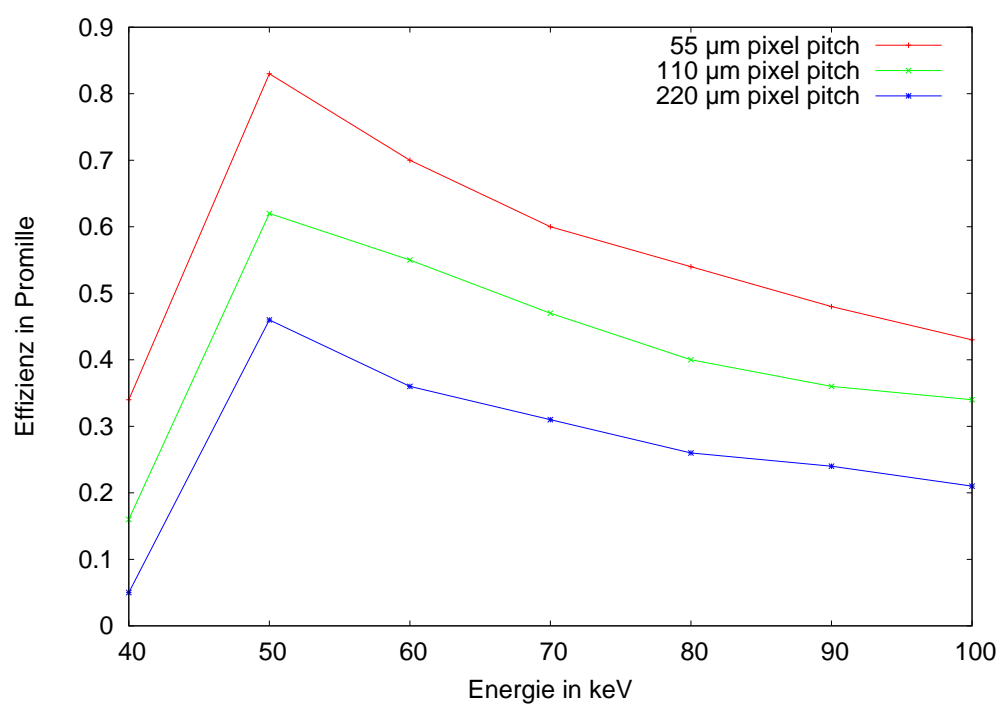


Abbildung 7.4 Detektionseffizienz für den 700 µm dicken Timepix-Detektor. Die Hinzunahme der realen Detektorbestandteile führt zu einer geringen Zunahme der Effizienz. Diese zusätzlichen Koinzidenzen müssen allerdings als fehlerbehaftet angesehen werden.

entsprechend dicken reinen Siliziumschicht in Abbildung 7.2 zeigt einen leichten Anstieg der jeweiligen Werte der Detektionseffizienz. Dieser Anstieg ist auf zusätzlich ausgewertete Koinzidenzen zurückzuführen, die ihren Ursprung in Photonen-Interaktionen in Bump-Bonds, ASIC und PCB haben. Die Zunahme fällt allerdings gering aus, so dass die Auswirkungen etwa der Bump-Bonds auf die *MDP* vernachlässigt werden können.

7.1.4 Vollständiger Polarimeteraufbau mit CdTe-Schichten

Auch für den vollständigen Polarimeteraufbau mit CdTe-Stopdetektoren kann die Detektionseffizienz dargestellt werden. Für monoenergetische Röntgenstrahlung ist sie in Abbildung 7.5 für die Silizium-Sensordicke von $1000\text{ }\mu\text{m}$ dargestellt. Die Ausmaße der Stopdetektoren sind hierzu in der Auswertung als quadratisch mit der Kantenlänge $25,6\text{ mm}$ ausgeführt. Sie sind mittig an der Siliziumschicht positioniert, so dass aus der implementierten CdTe-Länge von 7 cm nur $12,3\text{ mm}$ zu beiden Seiten des Siliziums berücksichtigt werden. Wie zu sehen ist, liegt die Detektionseffizienz eine Größenordnung über den

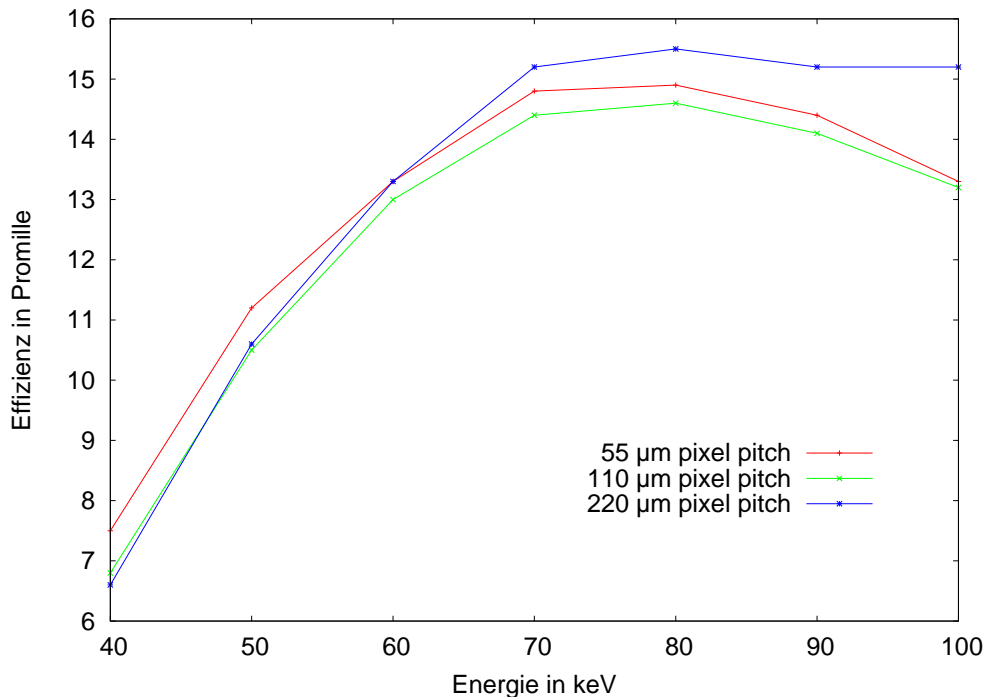


Abbildung 7.5 Detektionseffizienz für den vollständigen Polarimeter-Aufbau mit umringenden CdTe-Stopdetektoren.

Werten für den einzelnen Timepix-Detektor. Die Anzahl an auswertbaren Koinzidenzen steigt also wesentlich durch die Verwendung von Cadmiumtellurid-Stopdetektoren, die seitlich aus der Detektorebene herausgestreute Photonen nachweisen. Auch bei der Abhängigkeit von der Energie zeigt sich ein anderes Bild: Ein Maximum wird erreicht im Bereich von 70 keV bis 90 keV . Die Pixelierung übt in dieser Konfiguration keinen merklichen Einfluss auf die Detektionseffizienz ε mehr aus. Der Grund hierfür ist darin zu sehen, dass sich “Golden Events“ hier zu einem großen Teil dann ereignen, wenn die

erste Interaktion im Silizium-Sensor stattfindet, die zweite im Cadmiumtellurid. Durch den Abstand, der zwischen diesen Schichten existiert, ist der geforderte Mindestabstand koinzidenter Treffer aus Tabelle 6.1 im Regelfall erfüllt. Die Anzahl der innerhalb der Silizium-Sensorschicht registrierten Koinzidenzen übt nur einen geringen Einfluss aus. In den Tabellen 7.1, 7.2 und 7.3 sind die Detektionseffizienzen auch für die in Kapitel 6.3.2 erläuterten Spektren aufgeführt. “Krebsnebel“ kennzeichnet das unbeeinflusste Krebsnebelspektrum aus Gleichung 4.1, “Krebs*Optik“ das Spektrum nach Transmission durch die HERO-Röntgenoptik und “Krebs*Optik*Atmosphäre“ das Spektrum mit zusätzlich auch den absorbierenden Einflüssen der Erdatmosphäre. Hierfür werden Siliziumschichtdicken von $700\text{ }\mu\text{m}$, $1000\text{ }\mu\text{m}$ und $2000\text{ }\mu\text{m}$ verwendet. Die restliche Geometrie bleibt gleich. Für die $2000\text{ }\mu\text{m}$ dicke Siliziumschicht erkennt man im Vergleich zu dünneren Schichtdicken deutlich höhere Werte für die Detektionseffizienz.

Tabelle 7.1 Detektionseffizienz für den vollständigen Detektoraufbau mit CdTe-Stopdetektoren mit der Silizium-Schichtdicke von $700\text{ }\mu\text{m}$ für die Krebsnebelspektren.

Pixel Pitch:	$55\text{ }\mu\text{m}$	$110\text{ }\mu\text{m}$	$220\text{ }\mu\text{m}$
Krebsnebel	0,88%	0,85%	0,88%
Krebs*Optik	0,76%	0,77%	0,78%
Krebs*Optik*Atmosphäre	0,75%	0,75%	0,75%

Tabelle 7.2 Detektionseffizienz für die Silizium-Schichtdicke von $1000\text{ }\mu\text{m}$ für die Krebsnebelspektren.

Pixel Pitch:	$55\text{ }\mu\text{m}$	$110\text{ }\mu\text{m}$	$220\text{ }\mu\text{m}$
Krebsnebel	1,20%	1,16%	1,21%
Krebs*Optik	1,06%	1,04%	0,99%
Krebs*Optik*Atmosphäre	1,07%	1,03%	1,01%

Tabelle 7.3 Detektionseffizienz für die Silizium-Schichtdicke von $2000\text{ }\mu\text{m}$ für die Krebsnebelspektren.

Pixel Pitch:	$55\text{ }\mu\text{m}$	$110\text{ }\mu\text{m}$	$220\text{ }\mu\text{m}$
Krebsnebel	2,30%	2,23%	2,25%
Krebs*Optik	2,03%	1,90%	1,91%
Krebs*Optik*Atmosphäre	2,07%	1,95%	1,96%

7.2 Modulationsfaktor in Abhängigkeit von der Geometrie

7.2.1 Pixelierte Silizium-Sensorschicht

Nun sollen die Auswirkungen der Detektorgeometrie auf den Modulationsfaktor μ gezeigt werden. Hierzu werden in den Abbildungen 7.6 bis 7.8 zunächst die Modulationskurven

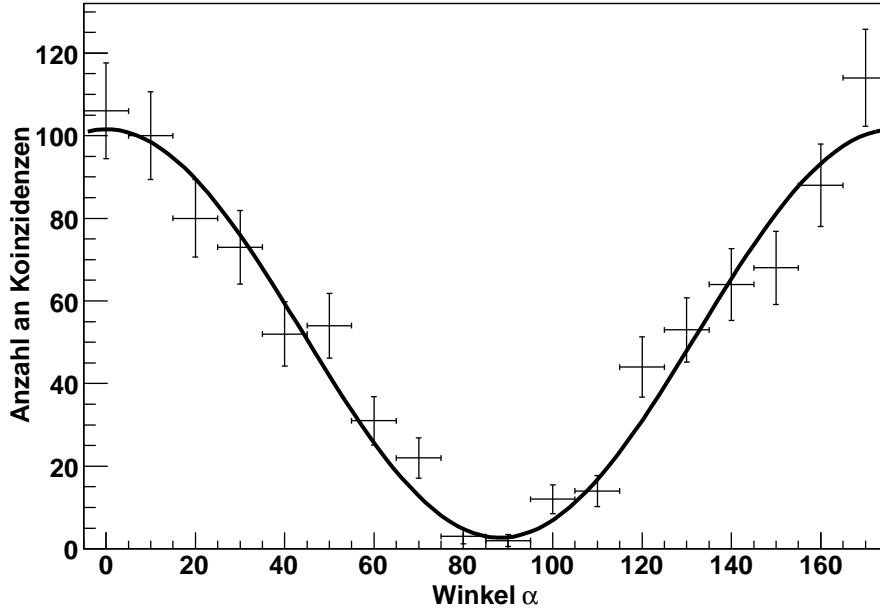


Abbildung 7.6 Modulationskurve für die Silizium-Sensorschicht mit einer Dicke von $700\text{ }\mu\text{m}$, pixeliert mit einem Pixel Pitch von $55\text{ }\mu\text{m}$ bei monoenergetischer Einstrahlung von 70 keV -Photonen.

der reinen Silizium-Sensorschicht mit einer Dicke von $700\text{ }\mu\text{m}$ sowie den Pixel Pitches von $55\text{ }\mu\text{m}$, $110\text{ }\mu\text{m}$ und $220\text{ }\mu\text{m}$ bei monoenergetischer Einstrahlung von 70 keV -Photonen dargestellt. Wie zu erkennen ist, nimmt die Anzahl der in die Histogramme geschriebenen Koinzidenzen infolge der unterschiedlichen Detektionseffizienz ab. Dies hat zur Folge, dass der Modulationsfaktor μ bei größeren Pixeln mit einem höheren Fehler verbunden ist. Die Bineinträge folgen gut der miteingezeichneten gefitteten $\cos^2(\alpha)$ -Funktion. Für $220\text{ }\mu\text{m}$ große Pixel schwanken die Einträge infolge der Pixelierung zunehmend um die Funktion. Dies wirkt sich jedoch nicht auf die Qualität der angenäherten Kurve aus. Es ist zu beachten, dass die gefitteten Kurven (Parameter siehe Gleichung 3.2) keinen Phasenversatz zeigen. Die Phase α_0 ist Null. Das bestätigt, dass keine systematischen Fehler in der Simulation auftreten und die gesetzten Raumrichtungen für die Polarisierung und die Ausrichtung der Geometrie korrekt wiedergegeben sind.

Die Berechnung der Modulationsfaktoren μ für die hier dargestellten Modulationskurven ergibt $(94, 85 \pm 1, 90)\%$ für den Pixel Pitch von $55\text{ }\mu\text{m}$, $(89, 52 \pm 2, 73)\%$ für $110\text{ }\mu\text{m}$ und $(94, 23 \pm 3, 19)\%$ für $220\text{ }\mu\text{m}$. Gerade der Wert für den großen Pixel Pitch ist hierbei zu beachten: Wie auch für andere Schichtdicken zu erkennen ist, ist dessen Modulationsfaktor vergleichsweise gut. Dieser Sachverhalt kann ansatzweise damit in Verbindung gebracht werden, dass die koinzidenten Punkte für diesen Pixel Pitch den vergleichsweise großen Mindestabstand von $1,32\text{ mm}$ erfüllen müssen. Die ausgewerteten Koinzidenzen geben dadurch exakter den Azimutwinkel α wieder, Störungen durch sekundäre Effekte werden vermindert. Durch den hohen Mindestabstand reduziert sich zwar die Detektionseffizienz ε , wie gezeigt steigt der Modulationsfaktor allerdings etwas.

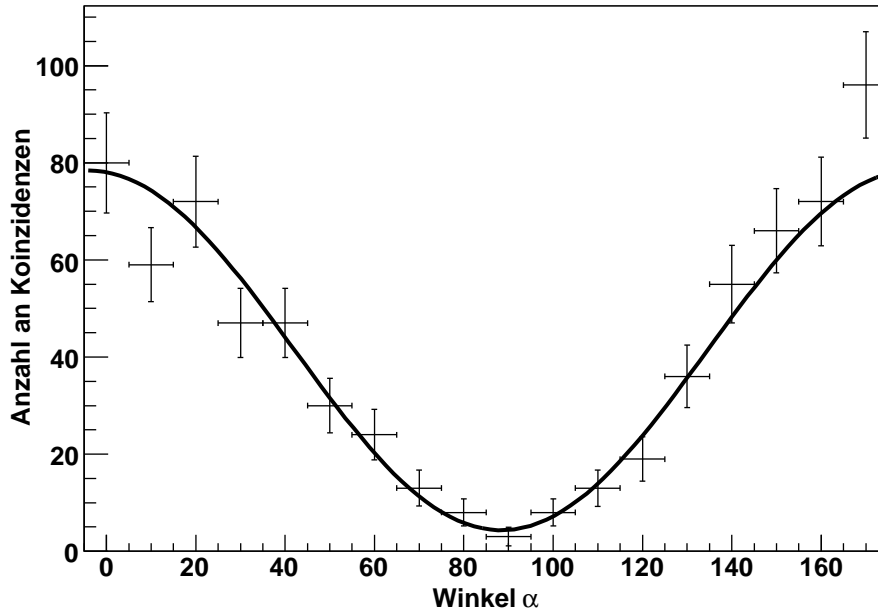


Abbildung 7.7 Modulationskurve für die Silizium-Sensorschicht mit einer Dicke von $700\,\mu\text{m}$, pixeliert mit einem Pixel Pitch von $110\,\mu\text{m}$ bei monoenergetischer Strahlung von $70\,\text{keV}$.

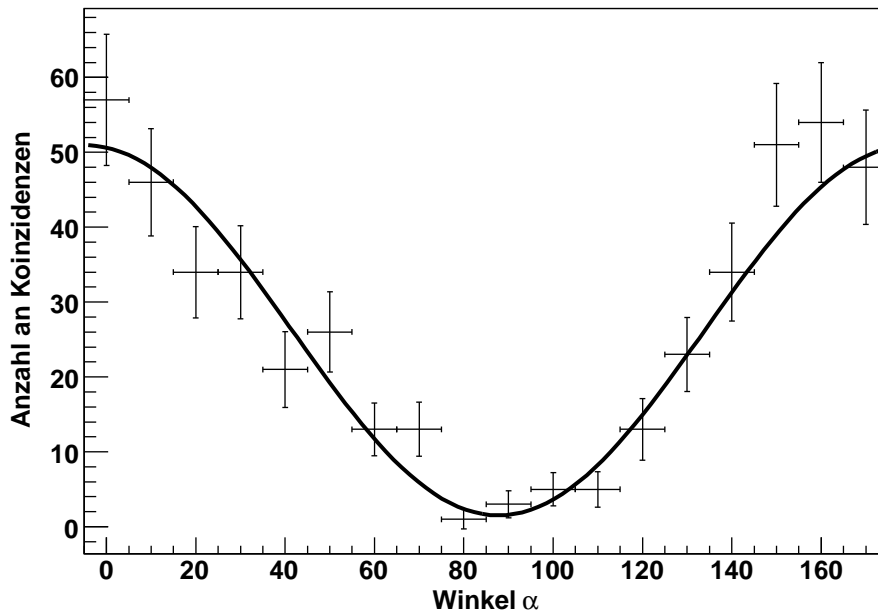


Abbildung 7.8 Modulationskurve für die Silizium-Sensorschicht mit einer Dicke von $700\,\mu\text{m}$, pixeliert mit einem Pixel Pitch von $220\,\mu\text{m}$ bei monoenergetischer Strahlung von $70\,\text{keV}$.

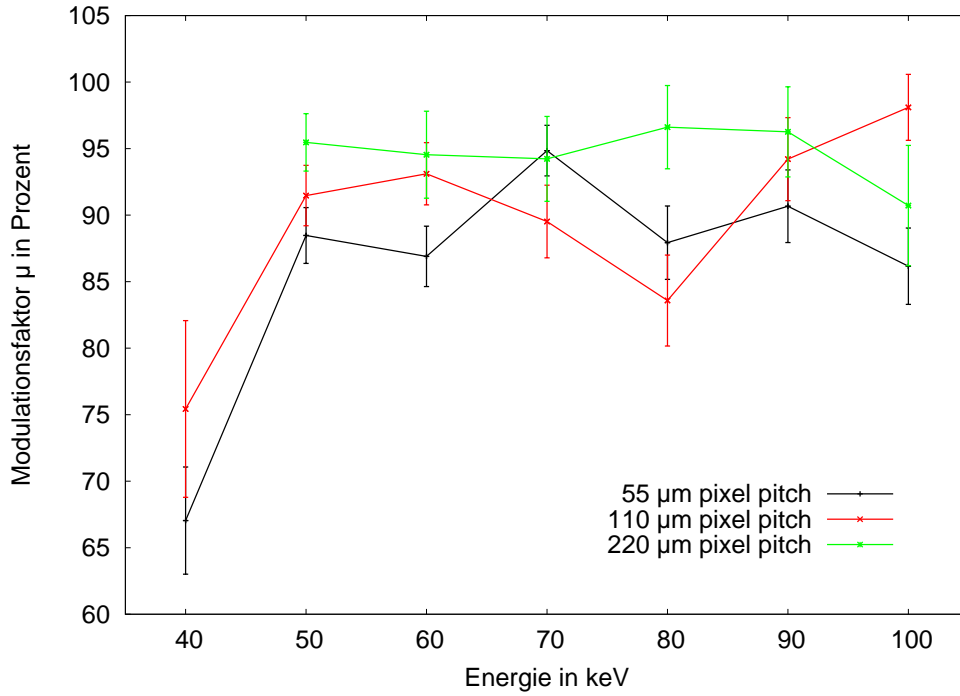


Abbildung 7.9 Modulationsfaktor μ für die Silizium-Sensorschicht mit einer Dicke von $700\ \mu\text{m}$ bei monoenergetischer Röntgenstrahlung.

In den Abbildungen 7.9 und 7.10 ist der Modulationsfaktor μ für die reine Siliziumschicht bei monoenergetischer Röntgenstrahlung für verschiedene Energien aufgetragen.

Wie der Vergleich der Schichtdicken $700\ \mu\text{m}$ und $1000\ \mu\text{m}$ zeigt, sind die Modulationswerte entsprechend der jeweiligen Pixelierung bei der dickeren Sensorschicht im Mittel etwas kleiner. Dieser Sachverhalt ist systematisch und kann auch bei anderen Schichtdicken und anderen Polarimetergeometrien gezeigt werden. Der Grund hierfür liegt in der die Streuwinkel des Comptoneffekts bestimmenden Klein-Nishina-Gleichung (Gleichung 2.2): Für die Näherungen im Fall von Röntgenstrahlung, also $E_0 \ll m_e c^2$ und hieraus des weiteren als Folge von Gleichung 2.1 die Beziehung $E \approx E_0$, ist der entscheidende Bestandteil der Faktor:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto (1 - \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \phi)$$

Nimmt man die Sensorschicht als infinitesimal dünn an, so beträgt der für Koinzidenzen einzig mögliche Wert für den Streuwinkel $\theta = 90^\circ$. In diesem Fall reduziert sich der entscheidende Faktor zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto (1 - \cos^2 \phi)$$

Das bedeutet, dass der Wirkungsquerschnitt also nur noch vom Azimutwinkel ϕ abhängt und durch diesen die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit von Null bis zum vollen Wert bei $\phi = 90^\circ$ moduliert wird. Der Modulationsfaktor beträgt für diesen Fall einer infinitesimal dünnen Schicht daher 100%. Vergrößert man nun durch die Sensordicke eines realen

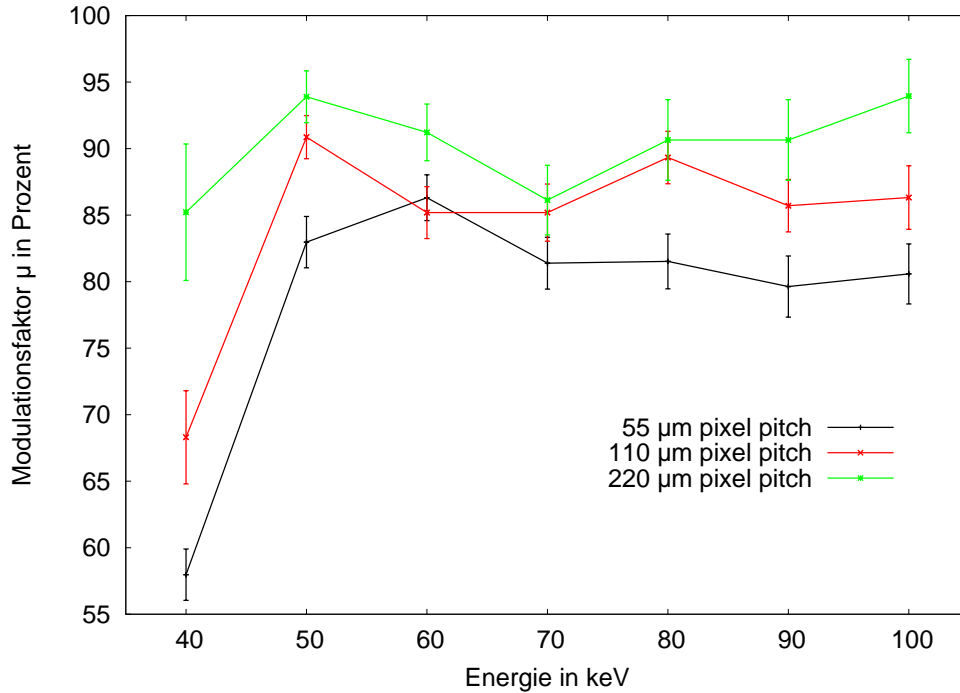


Abbildung 7.10 Modulationsfaktor μ für die Silizium-Sensorschicht mit einer Dicke von $1000\ \mu\text{m}$ bei monoenergetischer Röntgenstrahlung.

Detektors auch den Winkelbereich von θ , in dem “Golden Events“ nachgewiesen werden können, so verschlechtert man den Modulationsfaktor: Indem $\sin^2 \theta$ nicht mehr nur den Maximalwert Eins annimmt, reduziert sich die Bedeutung des Faktors $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \phi$ gegenüber der Eins. Der “Festanteil“ in der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit steigt, die Modulation durch den Winkel ϕ verliert an Bedeutung. Infolgedessen treten zunehmend auch Photonen auf, die nach $\phi = 0^\circ$ oder 180° gestreut werden. In den Modulationshistogrammen der hier verwendeten Auswertung zeigt sich dies dadurch, dass mehr Koinzidenzen in die Bins um $\alpha = 90^\circ$ gebucht werden. Dadurch erhöht sich der Offset der angenäherten Funktion $f(\alpha)$, der Modulationsfaktor μ wird definitionsgemäß verringert. Beim großen Pixel Pitch von $220\ \mu\text{m}$ tritt dieser Effekt nicht allzu ausgeprägt auf: Koinzidente Pixel müssen hier in der Detektorebene den Mindestabstand von $1,32\ \text{mm}$ einhalten. Hierdurch wird der mögliche Raumwinkel eingegrenzt: Im Falle eines $1000\ \mu\text{m}$ dicken Sensors können Koinzidenzen mit einem Winkel von bis zu $37,1^\circ$ bezüglich der Detektorebene auftreten. Nimmt man hingegen den Mindestabstand $330\ \mu\text{m}$ für den Pixel Pitch von $55\ \mu\text{m}$, so ist ein Wert von bis zu $71,7^\circ$ vorstellbar. Dieser Einfluss ist beim Vergleich der Modulationswerte in den Abbildungen 7.9 und 7.10 deutlich erkennbar.

Die Modulationswerte für den Timepix-Detektoraufbau entsprechen im Rahmen ihrer Fehler denen der Siliziumschicht. Daher wird auf eine gesonderte Darstellung der Modulation für diese Geometrie verzichtet.

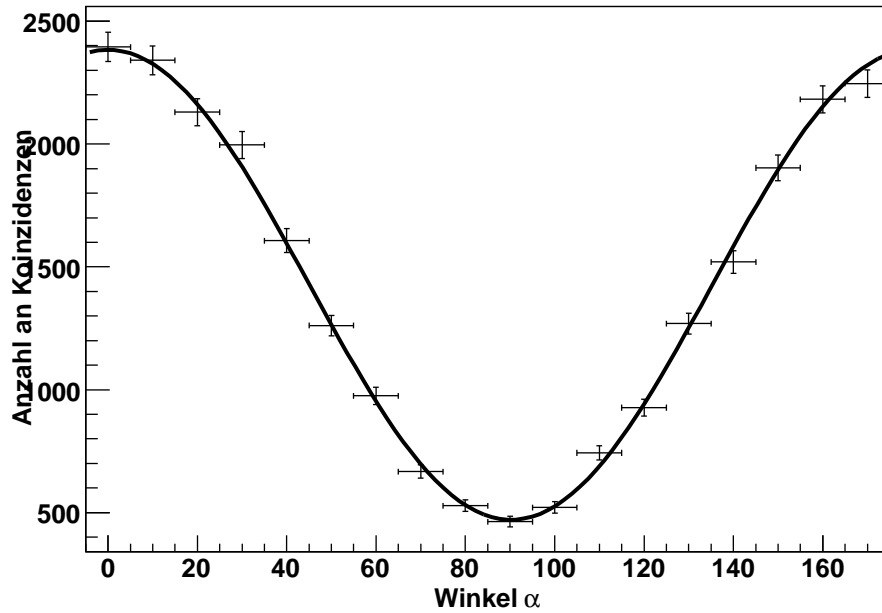


Abbildung 7.11 Modulationskurve für den Detektoraufbau mit CdTe-Stopdetektoren bei monoenergetischer Strahlung von 70 keV. Der Pixel Pitch der Siliziumschicht beträgt $55 \mu\text{m}$.

7.2.2 Vollständiger Polarimetraufbau mit CdTe-Schichten

Für den vollständigen Detektoraufbau mit CdTe-Stopdetektoren sind die Modulationskurven bei monoenergetischer Röntgenstrahlung von 70 keV bei einer Siliziumschichtdicke von $1000 \mu\text{m}$ in den Abbildungen 7.11 bis 7.13 zu sehen.

Aufgrund der in Kapitel 7.1.4 beschriebenen Gründe existiert für den vollständigen Aufbau mit CdTe-Stopdetektoren in der Detektionseffizienz keine Abhängigkeit von der Pixelierung. Daher sind die dargestellten Modulationskurven nahezu gleich. Aufgrund der höheren Anzahl von eingetragenen “Golden Events“ reduziert sich der Fehler der gefitteten Modulationsfunktionen. Für den Faktor μ erhält man im Rahmen der Genauigkeit für die verschiedenen Pixelgrößen die gleichen Werte: Für $55 \mu\text{m}$ ergibt sich $(67,04 \pm 0,61)\%$, für $110 \mu\text{m}$ $(67,51 \pm 0,62)\%$ und für den Pixel Pitch von $220 \mu\text{m}$ berechnet sich μ zu $(67,15 \pm 0,61)\%$. Die Abhängigkeit des Modulationsfaktors von der Energie bei monoenergetischer Einstrahlung ist für diese Geometrie in Abbildung 7.14 mit einer $1000 \mu\text{m}$ dicken Silizium-Sensorschicht zu sehen. Die CdTe-Schichten sind auch hier zentral angeordnet und ragen jeweils $12,3 \text{ mm}$ auf der z-Achse über die Siliziumschicht hinaus. Die Modulationswerte liegen im Vergleich zu denen für die Silizium-Sensorschicht und hierdurch auch den Timepix-Detektor mit der gleichen Dicke (siehe Abbildung 7.10) deutlich niedriger. Auch diese weitere Reduzierung gründet sich im möglichen Winkelbereich für θ , der in dieser Geometrie als noch größer angenommen werden kann. Als Modulationsfaktoren für die Einstrahlung der Spektren des Krebsnebels erhält man die Werte, die in den Tabellen 7.4 bis 7.6 aufgelistet sind.

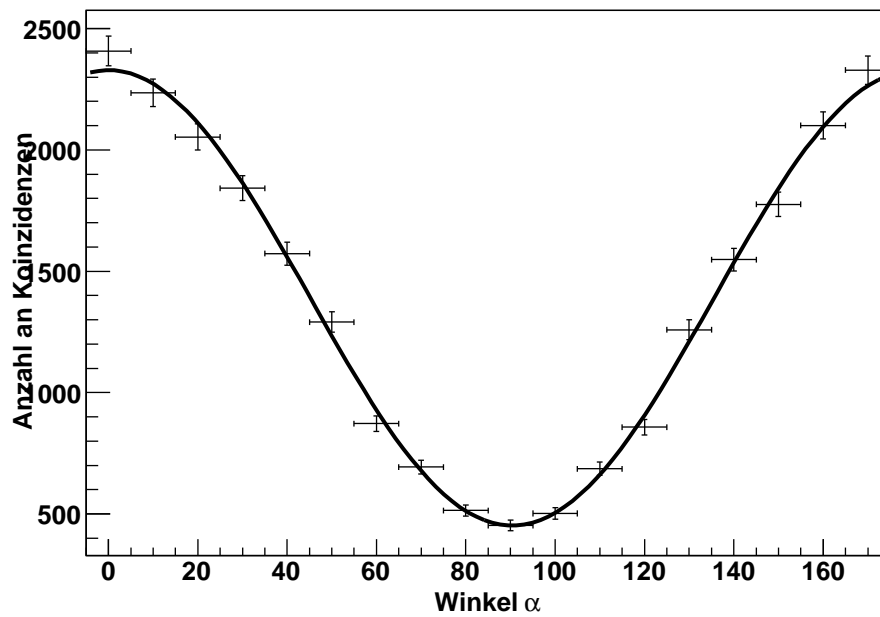


Abbildung 7.12 Modulationskurve für den Detektoraufbau mit CdTe-Stopdetektoren bei monoenergetischer Strahlung von 70 keV. Der Pixel Pitch der Siliziumschicht beträgt $110 \mu\text{m}$.

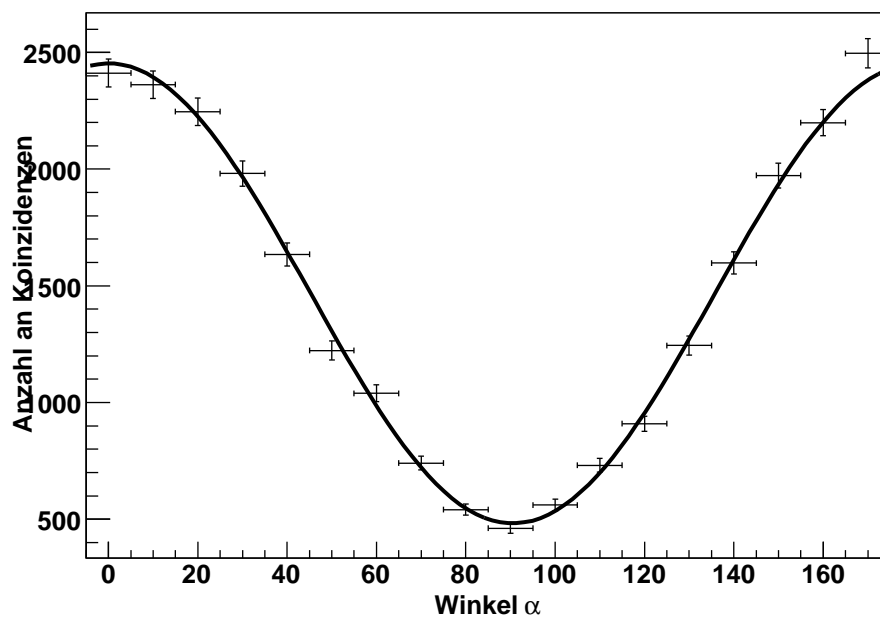


Abbildung 7.13 Modulationskurve für den Detektoraufbau mit CdTe-Stopdetektoren bei monoenergetischer Strahlung von 70 keV. Der Pixel Pitch der Siliziumschicht beträgt $220 \mu\text{m}$.

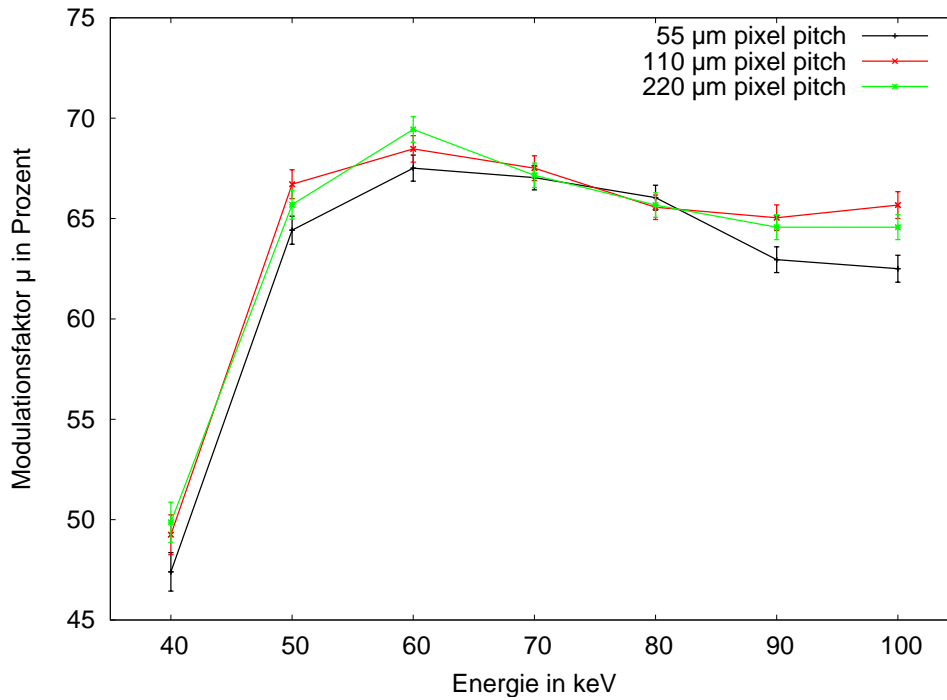


Abbildung 7.14 Modulationsfaktor μ für den vollständigen Detektoraufbau mit CdTe-Stopdetektoren bei monoenergetischer Röntgenstrahlung. Die Dicke des Siliziumsensors im Zentrum beträgt $1000\ \mu\text{m}$.

Wie zu erkennen ist, unterscheiden sich die Modulationswerte für verschiedene Silizium-Sensordicken nur geringfügig. Der Modulationsfaktor für die $700\ \mu\text{m}$ dicke Schicht ist etwas kleiner als derjenige der dickeren Sensoren. Für die $1000\ \mu\text{m}$ und $2000\ \mu\text{m}$ dicken Siliziumschichten ist der Modulationsfaktor im Rahmen der Simulationsgenauigkeit gleich. Für eine Anwendung in einem derartigen Polarimeter ist also eine dicke Sensorschicht zu bevorzugen, wodurch sich wie in Kapitel 7.1.4 gezeigt auch die Detektionseffizienz ε verbessert.

Bezüglich der Pixelgröße kann geschlossen werden, dass sich ein großer Pixel Pitch nicht negativ auf den durch die Fitfunktion (Gleichung 3.2) aus dem Modulationshistogramm errechneten Modulationsfaktor μ auswirkt. Für den Modulationsfaktor muss zusammen-

Tabelle 7.4 Modulationsfaktor μ für die Einstrahlung des Krebsnebelspektrums auf den Detektoraufbau mit CdTe-Stopdetektoren. Die Sensordicke gibt die Dicke des Siliziumsensors an.

Pixel Pitch:	55 μm	110 μm	220 μm
700 μm Sensordicke	$(62,30 \pm 1,04)\%$	$(63,50 \pm 0,82)\%$	$(63,87 \pm 0,80)\%$
1000 μm Sensordicke	$(64,77 \pm 0,68)\%$	$(67,54 \pm 0,69)\%$	$(66,44 \pm 0,68)\%$
2000 μm Sensordicke	$(63,95 \pm 0,50)\%$	$(65,27 \pm 0,52)\%$	$(66,12 \pm 0,50)\%$

Tabelle 7.5 Modulationsfaktor μ für die Einstrahlung des von der Röntgenoptik HERO beeinflussten Krebsnebelspektrums auf den Detektoraufbau mit CdTe-Stopdetektoren.

Pixel Pitch:	55 μm	110 μm	220 μm
700 μm Sensordicke	(58, 56 \pm 1, 68)%	(64, 90 \pm 1, 65)%	(63, 84 \pm 1, 42)%
1000 μm Sensordicke	(64, 23 \pm 1, 40)%	(64, 86 \pm 1, 40)%	(65, 64 \pm 1, 39)%
2000 μm Sensordicke	(64, 05 \pm 0, 97)%	(64, 53 \pm 1, 00)%	(65, 73 \pm 1, 19)%

Tabelle 7.6 Modulationsfaktor μ für die Einstrahlung des von der Röntgenoptik und der Atmosphäre beeinflussten Krebsnebelspektrums auf den Detektoraufbau mit CdTe-Stopdetektoren.

Pixel Pitch:	55 μm	110 μm	220 μm
700 μm Sensordicke	(59, 22 \pm 2, 25)%	(59, 49 \pm 2, 27)%	(69, 51 \pm 2, 09)%
1000 μm Sensordicke	(64, 83 \pm 1, 85)%	(64, 73 \pm 1, 89)%	(67, 68 \pm 1, 84)%
2000 μm Sensordicke	(60, 43 \pm 1, 36)%	(66, 51 \pm 1, 32)%	(64, 60 \pm 1, 35)%

fassend erwähnt werden, dass dieser vollständig abhängig von diesem Fit ist, und dementsprechend u.a. je nach der gewählten Statistik einen Fehler $\Delta\mu$ erhält.

7.3 Winkelaufgelöste Untersuchung

Um einen Eindruck von der Abhängigkeit der Polarimeteereigenschaften vom Streuwinkel θ zu erhalten, werden die Modulation und die Detektionseffizienz ε im folgenden Abschnitt winkelabhängig dargestellt. Hierzu wird im kompletten Polarimeteraufbau der sensitive Bereich der CdTe-Sensorschichten entsprechend eines Winkelbereichs ausgewählt. Da diese Schichten in der Simulation eine Ausdehnung von 7 cm in z-Richtung von beiden Seiten des PCB aus haben, sind folglich vom Zentrum des Siliziumsensors aus Koinzidenzen mit einem Winkel von bis zu 80° aus der Detektorebene heraus konstruierbar.

Für die in diesem Kapitel gezeigten Ergebnisse wurden die Silizium-Sensordicke von $2000\,\mu\text{m}$ und die Photonenzahl $1,74 \cdot 10^6$ verwendet, um für die Koinzidenzen eine ausreichend hohe Statistik zu erreichen. Die Winkel wurden wie in Abbildung 7.15 dargestellt gewählt. Entscheidend für die Zuordnung der Koinzidenz zu einem Winkelbereich ist der zweite Interaktionsort. Seine z-Koordinate muss innerhalb des zugelassenen Bereichs liegen.

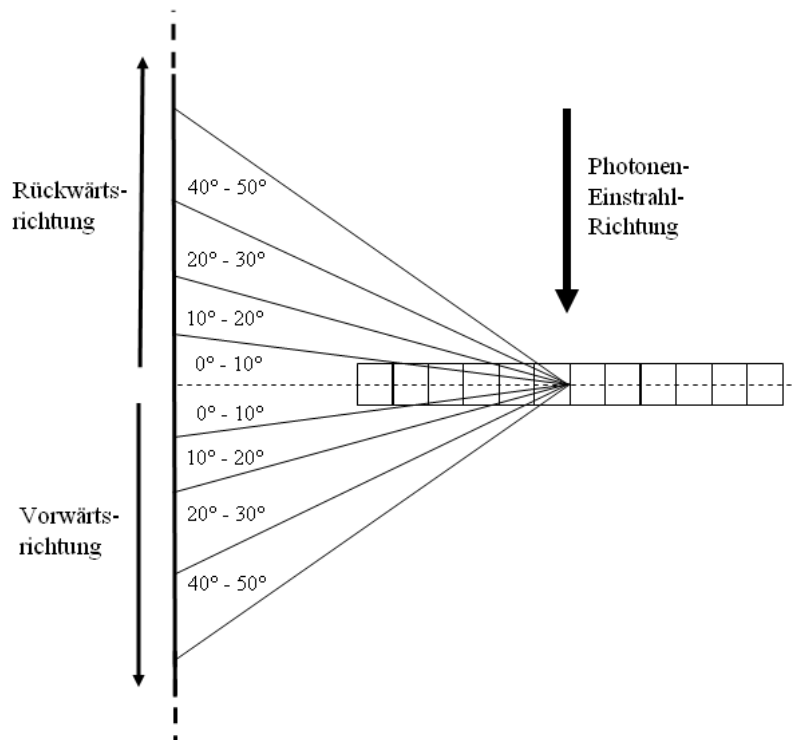


Abbildung 7.15 Dargestellt ist die Zuordnung der in diesem Kapitel verwendeten Winkelbereiche. Die Photonen werden in der dargestellten Richtung auf die Silizium-Sensorschicht eingestrahlt. Entsprechend sind Vorwärts- und Rückwärtsrichtung festgelegt. Die Winkelbereiche der Rückwärtsrichtung erhalten in diesem Kapitel ein Minuszeichen vorangestellt.

In den Abbildungen 7.16 und 7.17 sind die Modulationskurven mit den gefitteten Funktionen für die Winkelbereiche 0° bis 10° und 0° bis -10° dargestellt. Die Bineinträge folgen

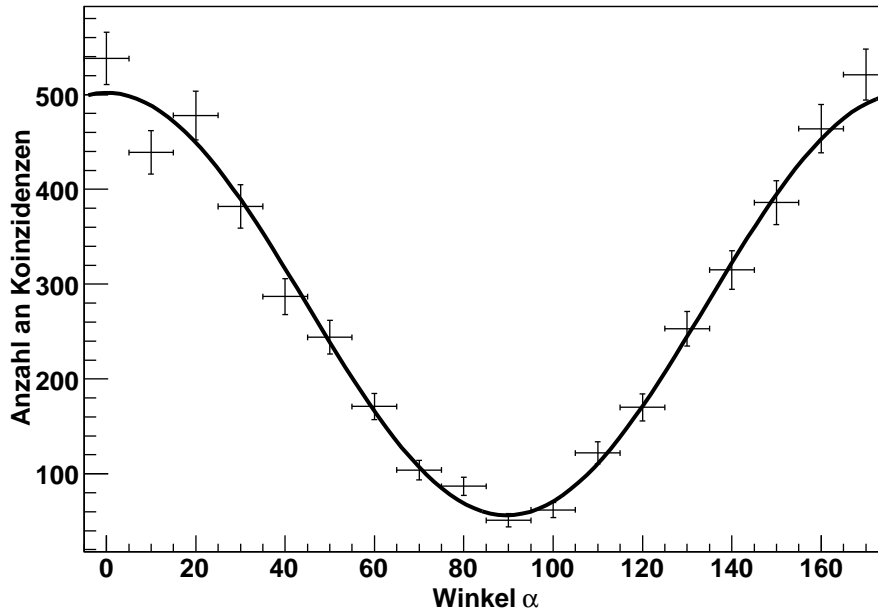


Abbildung 7.16 Modulationshistogramm für den Winkelbereich in Vorwärtsrichtung von 0° bis 10° .

gut einer $\cos^2(\alpha)$ -Funktion. Zu erkennen ist allerdings ein Unterschied in der Anzahl der in diesen Winkelbereichen ausgewerteten Koinzidenzen: Für die Rückwärtsrichtung ist die Anzahl größer. Dies liegt daran, dass in der Rückwärtsrichtung eine größere Energiedeposition im Sensor stattfindet. Die Diskriminatorschwelle wird also leichter überschritten. Der Wert des Modulationsfaktors μ beträgt für die Vorwärtsrichtung in diesem Winkelbereich $(79,84 \pm 1,23)\%$, für die Rückwärtsrichtung $(74,50 \pm 1,07)\%$.

Betrachtet man nun weiter die Winkelbereiche in 10° -Schritten von der Detektorebene aus, so erkennt man eine Abnahme des Modulationsfaktors. Ab einem Winkel größer als 50° jedoch ist es nicht mehr möglich, die Bineinträge sinnvoll mit einer $\cos^2(\alpha)$ -Funktion anzunähern. Wie in Abbildung 7.18 dargestellt, ist dies für den Winkelbereich von 50° bis 60° gerade noch möglich. Für einen größeren Winkel sind die Bineinträge zunehmend gleichverteilt, wie in Abbildung 7.19 zu sehen ist. Die Information über den Azimutwinkel ϕ der Comptonstreuung geht hierin verloren, die Modulationsinformation kann nicht mehr ausgelesen werden. Eine Anordnung von CdTe-Stopdetektoren macht für die hier vorliegende Geometrie, bei der die CdTe-Schichten im Abstand von $5,2\text{ mm}$ vom Siliziumsensor mit der Kantenlänge $14,08\text{ mm}$ entfernt angebracht sind, für die z -Richtung also nur für den Bereich von $\pm 21,2\text{ mm}$ um die Mitte des Siliziumdetektors herum Sinn. In Abbildung 7.20 ist schließlich der Modulationsfaktor μ gegen den betrachteten Winkelbereich in 10° -Schritten aufgetragen. Man erkennt, dass der Modulationsfaktor höher ist, je näher die Koinzidenzen in der Detektorebene, und damit bei $\theta = 90^\circ$, liegen.

Auch die Detektionseffizienz kann mit einer derartigen Winkelabhängigkeit aufgetragen werden. Wie in diesem Kapitel bereits erläutert wurde, ist mit der Zunahme des

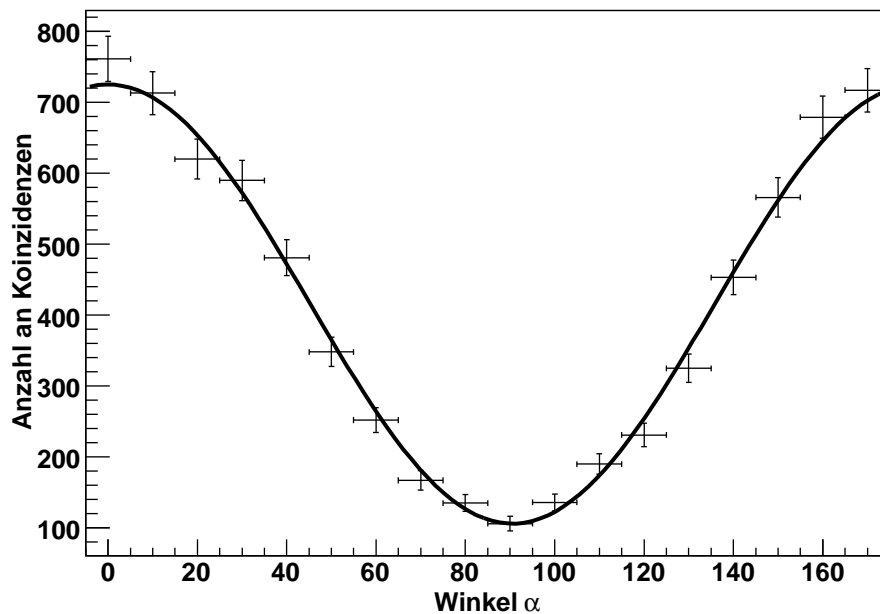


Abbildung 7.17 Modulationshistogramm für den Winkelbereich in Rückwärtsrichtung von 0° bis -10° .

Streuwinkels θ eine höhere Ausbeute an Koinzidenzen zu erwarten. Abbildung 7.21 zeigt diese Abhängigkeit deutlich. Die Abweichung der Werte für die Winkelbereiche um die 0° können dadurch erklärt werden, dass hier auch Koinzidenzen hinzukommen, bei denen beide Interaktionsorte im Siliziumsensor liegen. Für den überwiegenden Teil der Koinzidenzen anderer Winkelbereiche liegt der zweite Wechselwirkungspunkt in einer CdTe-Schicht.

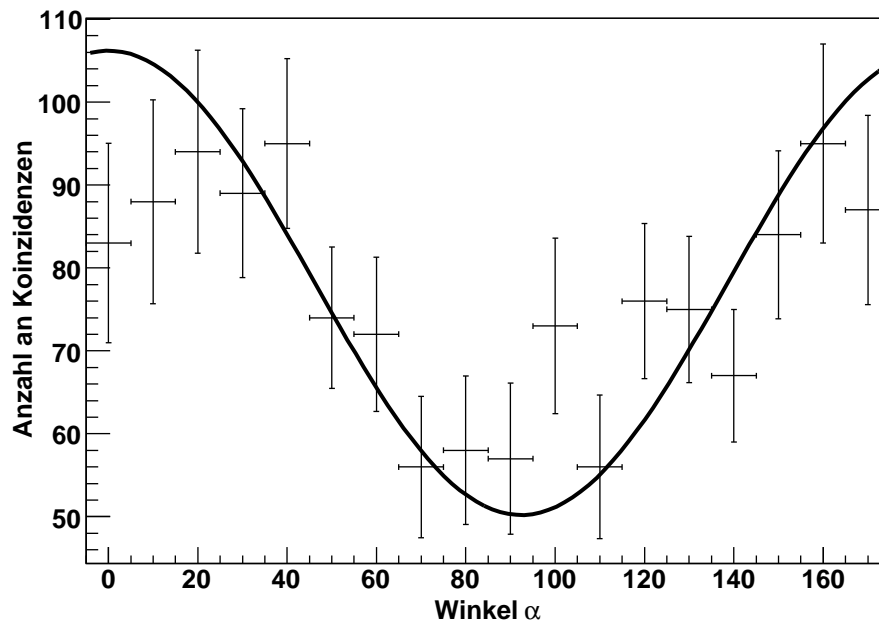


Abbildung 7.18 Modulationshistogramm für den Winkelbereich in Vorwärtsrichtung von 50° bis 60° .

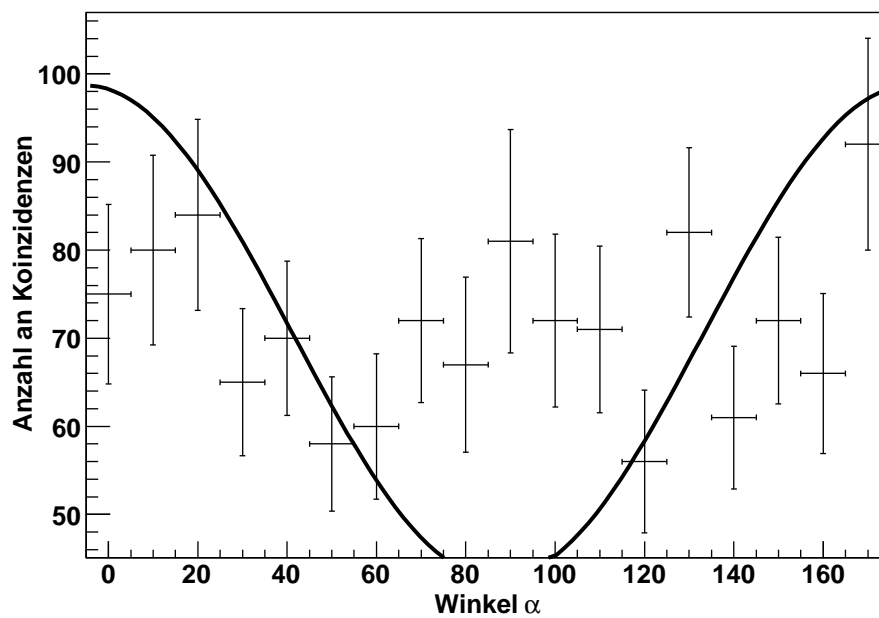


Abbildung 7.19 Modulationshistogramm für den Winkelbereich in Vorwärtsrichtung von 60° bis 70° . Der Fit einer $\cos^2(\alpha)$ -Funktion ist hierfür nicht mehr sinnvoll.

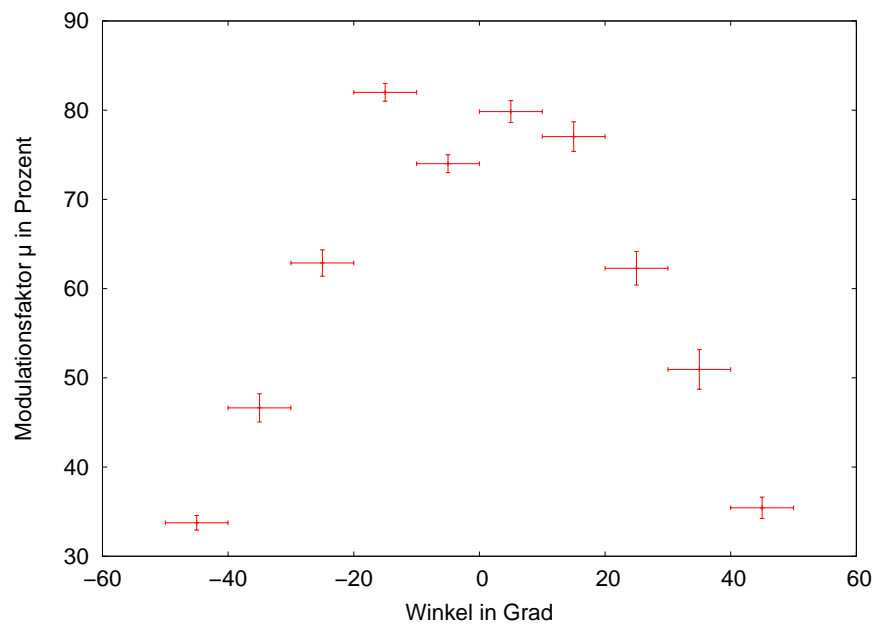


Abbildung 7.20 Modulationsfaktor μ für die 10° -Winkelbereiche. Die horizontalen Fehlerbalken markieren den jeweiligen Winkelbereich.

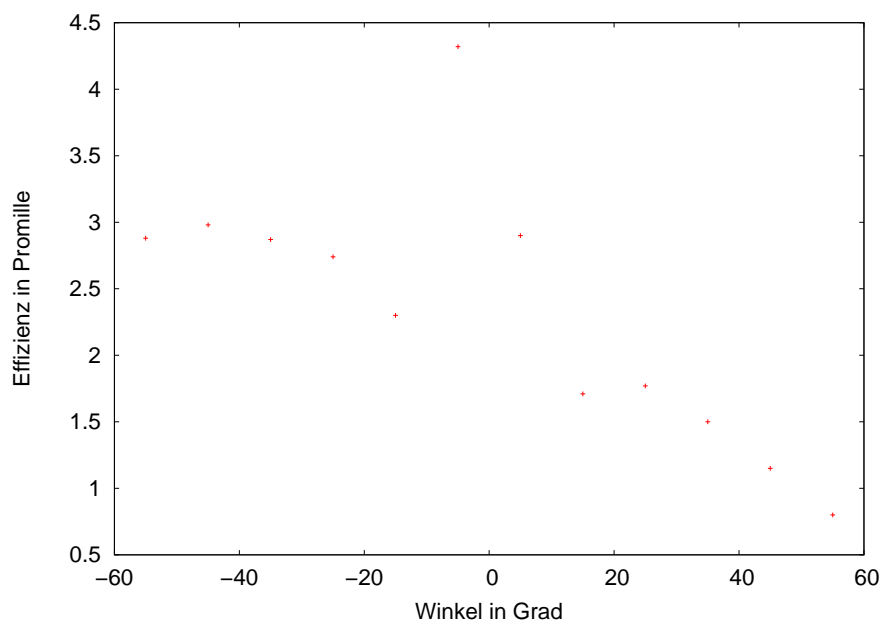


Abbildung 7.21 Detektionseffizienz ε für die 10° -Winkelbereiche.

7.4 Minimum detectable polarisation

Als Resultat der Polarimeter-Kenngrößen μ und ε zusammen mit den Parametern einer Messung werden nun die Werte der Minimum Detectable Polarization MDP (Gleichung 3.4) dargestellt.

7.4.1 Abhängigkeit von der Geometrie

Abbildung 7.22 zeigt die Werte der MDP bei monoenergetischer Röntgeneinstrahlung auf eine $700\text{ }\mu\text{m}$ dicke Siliziumschicht für die Pixel Pitches $55\text{ }\mu\text{m}$, $110\text{ }\mu\text{m}$ und $220\text{ }\mu\text{m}$. Die Einflüsse von Detektionseffizienz und Modulationsfaktor sind klar zu erkennen: Für 40 keV -Photonen sind diese beiden Parameter klein, die MDP erhöht sich hierdurch. Soll ein geringer Polarisationsgrad aufgelöst werden, so ist dies im Falle monoenergetischer Strahlung am besten im Bereich von 50 keV bis 70 keV möglich.

Die angegebenen Fehlerbalken resultieren aus einer Gauß'schen Fehlerfortpflanzung, wobei in dieser Simulation als einzige fehlerbehaftete Größe der Modulationsfaktor μ mit dem aus dem Fit stammenden Fehler $\Delta\mu$ eingeht, wodurch sich nach Gleichung 3.4 für den Fehler ergibt:

$$\Delta MDP = \frac{4,29}{\mu^2 \cdot \varepsilon \cdot \dot{S}_{Det} \cdot T} \cdot \sqrt{(\dot{S}_{Det} + \dot{B}) \cdot \varepsilon \cdot T} \cdot \Delta\mu$$

Um zu veranschaulichen, dass die weiteren Komponenten eines realen Detektors nur geringe Einflüsse auf die MDP haben, ist in Abbildung 7.23 zum Vergleich das Ergebnis mit den ansonsten gleichen Simulationsparametern für den Timepix-Detektoraufbau dargestellt.

Erhöht man die Sensordicke, so fließt die hierfür höhere Detektionseffizienz ein. Der Wert der MDP verringert sich infolgedessen, wie der Vergleich mit dem $1000\text{ }\mu\text{m}$ dicken Sensor in Abbildung 7.24 zeigt.

Erweitert man den Timepix-Aufbau schließlich auch um die CdTe-Stopdetektoren, so erreicht man, dass sich die MDP für die gewählten Parameter in der monoenergetischen Simulation ($1,74 \cdot 10^6$ Photonen in einer angenommenen Messdauer von vier Stunden) im Prozentbereich bewegt. In Abbildung 7.25 ist dies für die Silizium-Dicke von $1000\text{ }\mu\text{m}$ dargestellt. Die Pixelgröße hat aufgrund der in den Kapiteln 7.1.4 und 7.2.2 gezeigten Ergebnisse bei dieser Polarimetergeometrie nur eine sehr geringe Auswirkung auf die MDP . Steigert man die Dicke beispielsweise auf $2000\text{ }\mu\text{m}$, so ist noch eine weitere Reduzierung der MDP möglich: Wie in Kapitel 7.2.2 gefolgert, ist die Veränderung des Modulationsfaktors bei einer dickeren Schicht gering, die Detektionseffizienz allerdings steigt. Infolge der Abhängigkeit $MDP \propto \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$ sinkt damit die MDP .

In einer realen Messung lassen sich die Werte entsprechend verbessern, indem die Messdauer – und damit die Zahl der auswertbaren “Golden Events” – gesteigert wird. So dürfen auch die hier dargestellten Werte für die MDP nur als von ebendiesen Parametern abhängige Größe betrachtet werden. Die grundlegende Information über die Eigenschaften des untersuchten Polarimeters ist in der Detektionseffizienz ε und dem Modulationsfaktor μ enthalten.

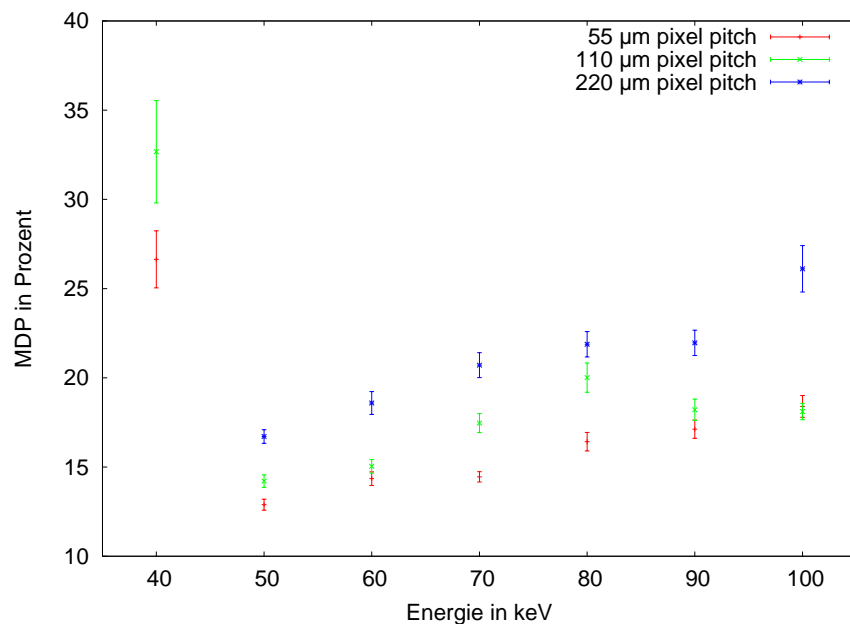


Abbildung 7.22 MDP für eine 700 µm dicke Silizium-Sensorschicht ohne weitere Detektorkomponenten.

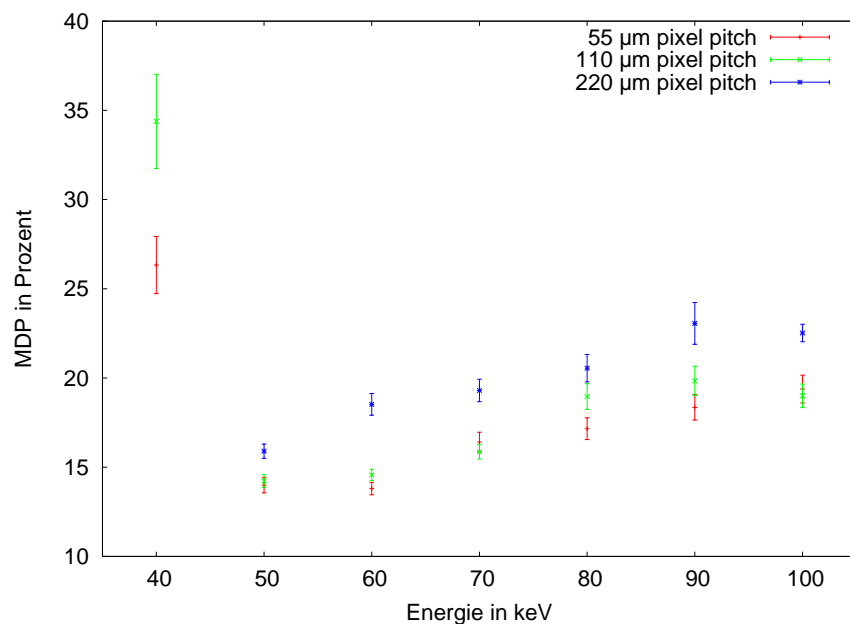


Abbildung 7.23 MDP für den Timepix-Detektoraufbau mit einem 700 µm dicken Sensor.

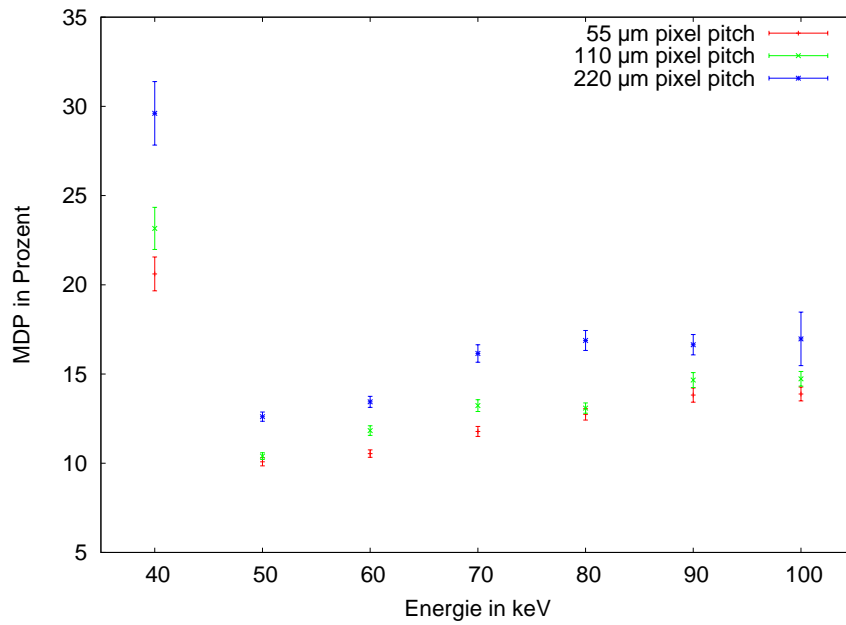


Abbildung 7.24 MDP für eine 1000 µm dicke Silizium-Sensorschicht ohne weitere Detektor-komponenten.

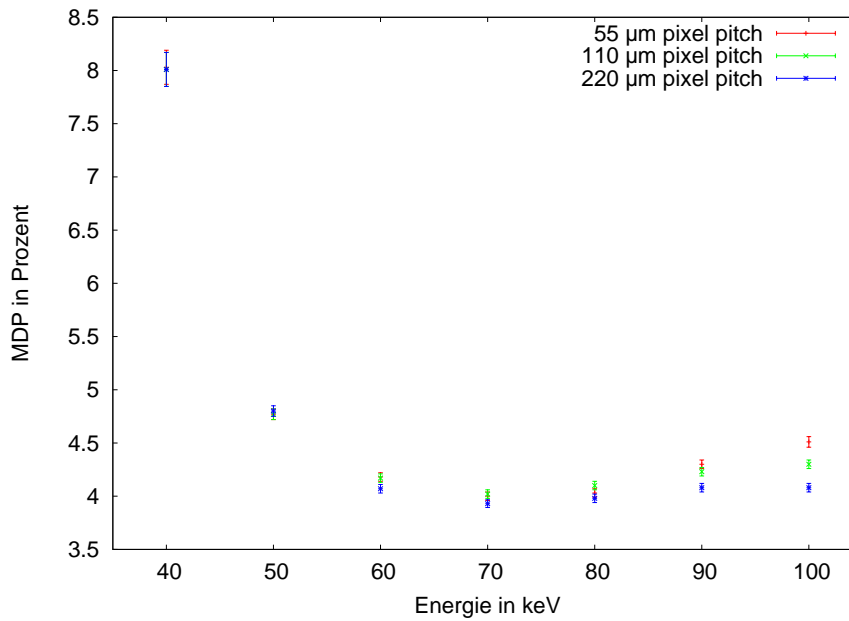


Abbildung 7.25 MDP für den Polarimetraufbau mit CdTe-Stopdetektoren mit der Silizium-Schichtdicke von 1000 µm bei monoenergetischer Röntgenstrahlung.

Tabelle 7.7 MDP für das Krebsnebelspektrum bei mit CdTe-Stopdetektoren vervollständigtem Polarimetraufbau.

Pixel Pitch:	55 μm	110 μm	220 μm
700 μm Sensordicke	(7,48 \pm 0,12)%	(7,46 \pm 0,09)%	(7,26 \pm 0,09)%
1000 μm Sensordicke	(6,15 \pm 0,07)%	(5,99 \pm 0,07)%	(5,98 \pm 0,07)%
2000 μm Sensordicke	(4,49 \pm 0,04)%	(4,48 \pm 0,04)%	(4,40 \pm 0,03)%

Tabelle 7.8 MDP bei mit CdTe-Stopdetektoren vervollständigtem Polarimetraufbau für das Krebsnebelspektrum nach HERO-Transmission.

Pixel Pitch:	55 μm	110 μm	220 μm
700 μm Sensordicke	(11,89 \pm 0,34)%	(10,74 \pm 0,27)%	(10,89 \pm 0,24)%
1000 μm Sensordicke	(9,13 \pm 0,20)%	(9,16 \pm 0,20)%	(9,21 \pm 0,20)%
2000 μm Sensordicke	(6,61 \pm 0,10)%	(6,79 \pm 0,11)%	(6,66 \pm 0,12)%

7.4.2 Untersuchung des Krebsnebels im Satellitenexperiment

Ein besserer Eindruck vom tatsächlichen Auflösungsvermögen im Gegensatz zur monoenergetischen Betrachtung ist möglich, wenn für die Simulation die Parameter einer realen Messung, in diesem Fall des Krebsnebels, herangezogen werden.

Tabelle 7.7 zeigt die Werte der *MDP* für den Polarimetraufbau mit CdTe-Detektoren bei der Betrachtung des Krebsnebels im Energiebereich von 40 keV bis 100 keV, sozusagen im Satellitenexperiment. Das Krebsnebelspektrum wird hier nicht beeinflusst. Der Fluss wurde für eine Detektorfläche von 10 cm² berechnet, die Messdauer ist mit 10⁶ Sekunden festgelegt.

Neben der Variante, das Polarimeter der Röntgenquelle direkt zu exponieren, wird die Variante einer abbildenden Optik betrachtet. Hierbei werden die Photonen von der Sammelfläche der Optik auf den Detektor abgebildet. Diese Abbildung ist wie in Kapitel 6.3.2 gezeigt nicht für alle Photonenenergien gleich effizient. Infolgedessen wird das am Polarimeter detektierte Spektrum verändert. Die *MDP* für die Betrachtung des Krebsnebels mit der Röntgenoptik HERO ist in Tabelle 7.8 aufgelistet.

7.4.3 Untersuchung des Krebsnebels im Ballonflug

Des weiteren besteht die Möglichkeit, röntgenastronomische Messungen mit Hilfe von Stratosphärenballons durchzuführen. Trotz der hierbei erreichbaren Höhe absorbiert die Erdatmosphäre bis zu dieser Position einen beträchtlichen Anteil der Photonen. Die Simulation der Messung für ein Polarimeter, das im Fokus der HERO-Optik ausgerichtet ist, ergibt für die *MDP* die in Tabelle 7.9 aufgeführten Werte.

Tabelle 7.9 MDP bei mit CdTe-Stopdetektoren vervollständigtem Detektoraufbau für das Krebsnebelspektrum nach Schwächung durch die Atmosphäre und HERO-Transmission.

Pixel Pitch:	55 μm	110 μm	220 μm
700 μm Sensordicke	(15, 81 \pm 0, 60)%	(15, 63 \pm 0, 60)%	(13, 34 \pm 0, 40)%
1000 μm Sensordicke	(12, 15 \pm 0, 35)%	(12, 46 \pm 0, 36)%	(12, 01 \pm 0, 33)%
2000 μm Sensordicke	(9, 40 \pm 0, 21)%	(8, 80 \pm 0, 17)%	(9, 03 \pm 0, 19)%

7.5 Verbesserung der polarimetrischen Eigenschaften durch Verringerung der Diskriminatorschwelle

Wie schon dargestellt wurde, hängt der Nachweis von “Golden Events“ auch von der Diskriminatorschwelle des Detektors ab. Wie in Abbildung 7.21 zu erkennen ist, können mehr Koinzidenzen nachgewiesen werden, wenn die Photonen in die Rückwärtsrichtung Comptongestreut werden. Das hängt direkt damit zusammen, dass die Energiedeposition im Sensor nach Gleichung 2.1 mit einem größeren Streuwinkel θ ansteigt. Liegt die Energie des einstrahlenden Photons unter 44 keV, so ist es nur möglich, dessen Comptonstreuung zu detektieren, wenn das Photon mit $\theta > 90^\circ$ gestreut wird.

Ein Ansatz, die polarimetrischen Eigenschaften eines Pixeldetektors zu verbessern, ist daher, die Diskriminatorschwelle zu senken. Mit Hilfe einer niedrigeren Schwelle kann man zum einen niederenergetische Photonen besser nachweisen, und zum anderen auch die Koinzidenzausbeute bei Streuung in Vorwärtsrichtung erhöhen. Im Folgenden sind die polarimetrischen Eigenschaften für die Untersuchung der Krebsnebelspektren tabellarisch aufgeführt, wenn die Diskriminatorschwelle nicht wie in den vorherigen Simulationen auf 3,5 keV, sondern auf 2 keV gesetzt wird. Da das Ziel hier eine möglichst niedrige MDP ist, wird lediglich die Siliziumschichtdicke von 2000 μm betrachtet, da diese für die 3,5 keV-Schwelle die besten Resultate liefert. Des weiteren wird nur der Pixel Pitch von 220 μm gezeigt, da für die Anwendung im hier verwendeten Polarimetraufbau mit CdTe-Stopdetektoren die Pixelierung nur einen geringen Einfluss ausübt und die großen Pixel hierbei leichter zu handhaben sind.

Als Simulationsergebnis erhält man für die genannten Parameter für die Detektionseffizienz die in Tabelle 7.10 eingetragenen Werte. Zum Vergleich sind auch die ursprünglichen Detektionseffizienzen für die Schwelle von 3,5 keV dargestellt. Wie zu sehen ist, steigt ϵ mit der niedrigeren Schwelle deutlich.

Tabelle 7.10 Detektionseffizienz ϵ für die verschiedenen verwendeten Krebsnebelspektren für die Diskriminatorschwellen 2 keV und 3,5 keV .

Diskriminatorschwelle:	2 keV	3,5 keV
Krebsnebel	2,68%	2,25%
Krebs*Optik	2,50%	1,91%
Krebs*Optik*Atmosphäre	2,58%	1,96%

In Tabelle 7.11 ist desweiteren der Modulationsfaktor μ aufgelistet. Er bewegt sich im gleichen Rahmen wie die Simulationsergebnisse für die 3,5 keV-Schwelle. Die durch den Fit der Modulationsfunktion verursachten Schwankungen sind zu erkennen.

Tabelle 7.11 Modulationsfaktor μ in Abhängigkeit von der Schwelle für die Krebsnebelspektren.

Diskriminatorschwelle:	2 keV	3, 5 keV
Krebsnebel	$(65,73 \pm 0,62)\%$	$(66,12 \pm 0,67)\%$
Krebs*Optik	$(67,65 \pm 0,86)\%$	$(65,73 \pm 1,19)\%$
Krebs*Optik*Atmosphäre	$(65,62 \pm 1,17)\%$	$(64,60 \pm 1,35)\%$

In Tabelle 7.12 ist als Ergebnis schließlich die *MDP* aufgetragen. Wie man sieht, führt die Senkung der Diskriminatorschwelle also zu einer geringfügigen Reduzierung der *MDP*. Der Einfluss des Modulationsfaktors ist hierbei vernachlässigbar. Die Verbesserung der Werte der *MDP* resultieren aus der gesteigerten Detektionseffizienz.

Tabelle 7.12 *MDP* in Abhängigkeit von der Schwelle für die Krebsnebelspektren.

Diskriminatorschwelle:	2 keV	3, 5 keV
Krebsnebel	$(4,05 \pm 0,04)\%$	$(4,40 \pm 0,04)\%$
Krebs*Optik	$(5,65 \pm 0,07)\%$	$(6,66 \pm 0,12)\%$
Krebs*Optik*Atmosphäre	$(7,75 \pm 0,14)\%$	$(9,03 \pm 0,19)\%$

8 Zusammenfassung

Im abschließenden Kapitel wird noch einmal eine Zusammenfassung über die Funktionsweise eines den Comptoneffekt ausnutzenden Polarimeters gegeben und die wichtigsten Simulationsergebnisse werden dargestellt.

Um den Polarisationsgrad und -winkel einer Röntgenquelle zu untersuchen, bietet sich das Verfahren der Comptonpolarimetrie auf der Basis pixelierter Detektoren an. Bei diesem besteht das Ziel darin, koinzidente Treffer zu detektieren, wobei der erste Pixel durch Comptonstreuung des in die Sensorfläche einfallenden Röntgenphotons ausgelöst wird, und der zweite Pixel durch das gestreute Photon, das wiederum mit dem Sensor material interagiert. Der differentielle Streuquerschnitt der Comptonstreuung zeigt eine Abhängigkeit von der Orientierung der Polarisations Ebene der primären Photonen, so dass vollständig linear polarisierte Strahlung einer mit $\cos^2(\phi)$ modulierten Streuwinkelverteilung folgt. Sofern derart gestreute Photonen im Detektor als koinzidente Treffer nachgewiesen werden, ist eine Analyse dieser Doppeltreffer möglich: In einem Histogramm wird die Anzahl der detektierten Koinzidenzen gegen den Winkel α aufgetragen. Im Idealfall würde der Fit hier eine exakte $\cos^2(\alpha)$ -Kurve und damit einen Modulationswert μ von 100% ergeben. Demgegenüber steht die Ausdehnung der Sensorschicht, so dass die Streuwinkel θ deutlich von 90° abweichen können und die Modulation reduziert wird.

Die Unterteilung des Detektors in möglichst kleine Pixel eröffnet die Möglichkeit, ein sehr exaktes Bild der genauen Interaktionskoordinaten zu erhalten und dadurch die Winkel exakt festzustellen. Mit größeren Pixel Pitches kann die Modulationsinformation verfälscht werden, dafür werden Detektoreffekte wie das “Charge Sharing“ reduziert. Die Simulationen zeigen, dass aufgrund des geforderten Mindestabstands, dem Sechsfachen des Pixel Pitches, der Modulationsfaktor μ bei großen Pixeln höher liegt. Für kleine Pixel Pitches gibt es die Möglichkeit, durch die Erhöhung des geforderten Mindestabstandes den Modulationsfaktor zu verbessern. Ein großer Mindestabstand wirkt sich jedoch negativ auf die Detektionseffizienz ε aus, welche mit der Sensordicke steigt. Je nach Pixelierung und Sensordicke des Detektors ergeben die Simulationen einen Modulationswert zwischen etwa 60% und 95%.

Als Folge von Modulation μ und Detektionseffizienz ε existiert eine Auflösungsgrenze, die angibt, welcher Polarisationsgrad gerade noch als von Null verschieden gemessen werden kann. Zusammen mit den beiden Messparametern Fluss \dot{S}_{Det} und Messdauer T resultiert dies in der Größe MDP . Mithilfe dieser Größe ist eine Abschätzung möglich, inwieweit ein Röntgenpolarimeter zur Untersuchung einer Strahlungsquelle herangezogen werden kann bzw. wie die Messparameter verändert werden müssen, um mit den gegebenen Detektorparametern die Messqualität für diese Quelle zu erreichen. Die Simulation der Detektorgeometrie hat gezeigt, dass bei monoenergetischer Betrachtung ein Optimum oberhalb von 50 keV existiert.

Die MDP hängt wesentlich von den Parametern des Messprozesses ab. Hierzu wurden

Annahmen aus den Eigenschaften des Krebsnebels getroffen. Für die monoenergetische Simulation wurde eine Sammelfläche von 1250 cm^2 festgelegt. Diese Annahme ist nach aktuellem Stand zu optimistisch. Zwar sind bei geplanten Röntgenobservatorien wie etwa dem von der ESA vorgesehenen Projekt XEUS (*X-ray Evolving Universe Spectroscopy*), welches im Juli 2008 zugunsten des von einer großen Kollaboration zusammen mit der NASA und der japanischen JAXA geplanten IXO-Teleskopes eingestellt wurde, Sammelflächen im Quadratmeter-Bereich vorgesehen. Diese Sammelfläche ist allerdings nur für Photonen im 1 keV-Bereich effektiv. Bei einer Photonenenergie von 30 keV etwa reduziert sich die effektive Fläche bei IXO schon auf lediglich 150 cm^2 . In der Anwendung mit einem Polarimeter auf der Basis pixelierter Halbleiterdetektoren ist dies für den überwiegenden Teil galaktischer Röntgenquellen also noch zu gering.

Eine Möglichkeit eröffnet sich hier mit den verfügbaren Röntgenoptiken wie der HERO, die für Photonenenergien bis 80 keV eine effektive Sammelfläche gewährleisten. Entsprechend wurden Simulationen für das Krebsnebelspektrum nach Transmission durch die HERO-Optik gerechnet. Da diese für den ballongestützten Einsatz gedacht ist, wurden des weiteren die Auswirkungen der Erdatmosphäre in die Simulation einbezogen. Für dieses Ballonexperiment mit den entsprechenden Parametern erhält man eine *MDP* von bis zu $(8,80 \pm 0,17)\%$. Kann man das Polarimeter mit der Röntgenoptik oberhalb der Atmosphäre, also auf einem Satelliten, positionieren, so errechnet man hierfür einen Wert von bis zu $(6,61 \pm 0,10)\%$. Eine größere Schichtdicke verbessert hierbei die polarimetrischen Eigenschaften. Für die Pixelgröße hat sich gezeigt, dass bei einem entsprechenden Polarimetraufbau mit CdTe-Stopdetektoren der Pixel Pitch keine große Auswirkung auf die *MDP* hat. Daher kann problemlos auf große Pixel, etwa mit einem Pixel Pitch von $220\text{ }\mu\text{m}$, gesetzt werden. Mit diesen reduziert sich auch der Energieverbrauch des Detektors, was für eine Anwendung in einem Polarimeter ein wichtiges Kriterium sein kann. Untersuchungen mit einer auf 2 keV reduzierten Diskriminatorschwelle haben des weiteren gezeigt, dass sich die polarimetrischen Eigenschaften hierdurch um bis zu 30% verbessern.

Allgemein muss in Bezug auf die Simulation erwähnt werden, dass im Detektor stattfindende Prozesse wie das "Charge Sharing" sowie die Auswirkungen von Diffusion und Drift vernachlässigt wurden. Der Track des Photoelektrons bleibt ebenfalls unberücksichtigt. Hierdurch können durch Energieübertrag in andere Pixel Fehler entstehen. Aufgrund der mittleren Elektronen-Weglänge für die betrachteten Energien kann dieser Effekt allerdings auf direkt benachbarte Pixel eingegrenzt werden.

Die Simulation kann leicht verändert werden, so dass beispielsweise auch weitere Abwandlungen der Polarimetergeometrien bezüglich ihrer polarimetrischen Eigenschaften auf einfache Weise untersucht werden können. Sie ist ein mächtiges Werkzeug, mit der die Anwendung eines Polarimeters auf der Basis eines pixelierten Röntgendetektors untersucht werden kann.

A Anhang

A.1 Durchlassvermögen der Atmosphäre

In der folgenden Tabelle A.1 sind die Werte für das Durchlassvermögen (hier “Transmissivität“ genannt) der Erdatmosphäre in der für ballongestützte astrophysikalische Experimente typischen Flughöhe von $3 \frac{g}{cm^2}$ tabellarisch für verschiedene Photonenenergien E_γ aufgeführt, mit denen das Spektrum des Krebsnebels in der Simulation eines ballongestützten Polarimeters gefaltet wird. Die Einheit $\frac{g}{cm^2}$ wird auf diesem Gebiet verwendet für die Angabe der Höhe über der Erdoberfläche, sie ist zu verstehen als über die Höhe integrierte Dichte der Atmosphäre.

In Abbildung 6.11 ist die Transmissivität der Atmosphäre grafisch dargestellt.

Tabelle A.1 Werte der Transmissivität der Erdatmosphäre in einer Höhe von $3 \frac{g}{cm^2}$ für verschiedene Photonenenergien E_γ

Energie E_γ	Transmissivität
10 keV	2.13421e-07
15 keV	0.00789126
20 keV	0.0969364
30 keV	0.345971
40 keV	0.474497
50 keV	0.535797
60 keV	0.569783
80 keV	0.60738
100 keV	0.629833
150 keV	0.665777
200 keV	0.690803

A.2 Timepix-Detektor

Tabelle A.2 Aufgeführt sind die technischen Daten des Timepix-Detektors. Die geometrischen Dimensionen stellen eine Grundlage für die Annahmen der Simulation dar.

Eigenschaft	Timepix
Aktive Fläche	1.98 cm^2
Kantenlänge	14,08 mm
Anzahl Pixel	256×256
Pixelgröße	$(55 \text{ } \mu\text{m})^2$
Ladungssammlung	Elektronen/Löcher
Maximale Zählrate	$1 \frac{\text{Mhz}}{\text{Pixel}} = 33 \frac{\text{Ghz}}{\text{cm}^2}$
Zählertiefe	13-Bit

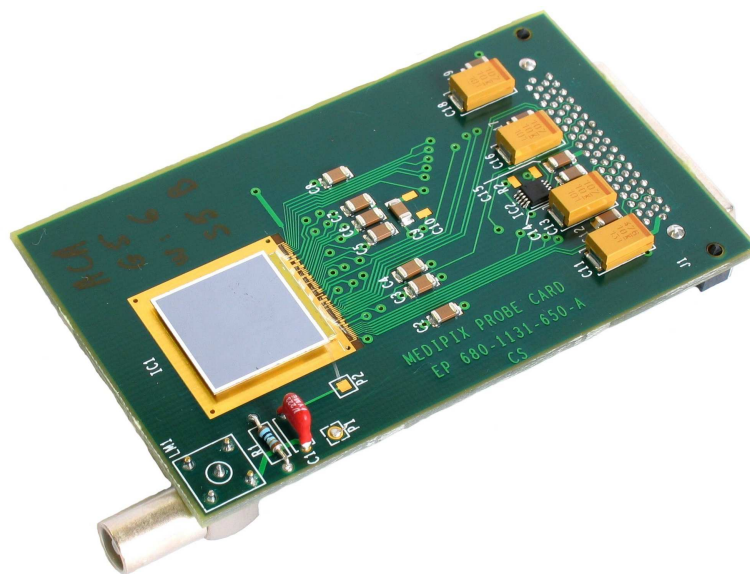


Abbildung A.1 Foto eines Medipix-Chipboards. Die quadratische silberne Fläche ist die eigentliche Silizium-Konversionsschicht. Die vielen weiteren hier sichtbaren Komponenten des Chipboards wurden in der Simulation vernachlässigt, nur die Bestandteile direkt unter der Sensorschicht sind implementiert. Diese Vernachlässigung innerhalb der Simulation ist sinnvoll, da bei Anwendungen auch eine im Vergleich zu dieser Laborversion veränderte Konfiguration möglich ist.

Literaturverzeichnis

- [Ago03] AGOSTINELLI, S. ET AL.: *G4-a simulation toolkit*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 506(3):250 – 303, 2003.
- [Bor89] BORK, T.: *Untersuchungen zur Wechselwirkung eines Pulsars mit seinem Umgebungsnebel anhand von Röntgenaufnahmen des Krebsnebels*. Doktorarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München, 1989.
- [gea07] *Geant4 Physics Reference Manual, Version 9.0*, Juni 2007.
- [Geb07] GEBERT, U.: *Untersuchung von Eigenschaften photonenzählender pixelierter Halbleiterdetektoren der Medipix-Familie*. Diplomarbeit, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, November 2007.
- [Has84] HASINGER, G.: *Beobachtung des Crab im harten Röntgenlicht*. Doktorarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München, 1984.
- [Hei60] HEITLER, W.: *The Quantum Theory of Radiation*. Oxford University Press, London, 3. Auflage, 1960.
- [KGL⁺08] KRAWCZYNSKI, H., A. GARSON, Q. LI, M. BEILICKE, P. DOWKONTT, E. WULF, J. KURFESS, E. NOVIKOVA, G. DE GERONIMO, M. G. BARING, A. K. HARDING, J. GRINDLAY und J. S. HONG: *HX-POL - a balloon-borne hard X-ray polarimeter*. In: *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2008. NSS '08. IEEE*, Seiten 111–117, Oktober 2008.
- [KN29] KLEIN, O. und Y NISHINA: *Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac*. Zs. f. Physik, 52, 1929.
- [Kno89] KNOLL, G. F.: *Radiation detection and measurement*. John Wiley and Sons, New York, 2. Auflage, 1989.
- [LDH97] LEI, F., A.J. DEAN und G.L. HILLS: *Compton Polarimetry in Gamma-Ray Astronomy*. Space Science Reviews, 82(3):309–388, November 1997.
- [MD08] MICHEL, T. und J. DURST: *Evaluation of a hybrid photon counting pixel detector for X-ray polarimetry*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 594(2):188 – 195, 2008.
- [Med] MEDIPIX COLLABORATION. <http://medipix.web.cern.ch/MEDIPIX/>.

- [NAS09] NASA/ESA HUBBLE SPACE TELESCOPE. <http://www.spacetelescope.org>, Mai 2009.
- [Nat09] NATIONAL INSTITUT OF STANDARDS AND TECHNOLOGY: *Standard Reference Data (SRD)*. <http://www.nist.gov>, Mai 2009.
- [Pfe04] PFEIFFER, K.F.: *Evaluation of the Medipix Detectors for Medical X-Ray Imaging, with Special Consideration of Mammography*. Doktorarbeit, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2004.
- [RAA⁺00] RAMSEY, B. D., C. D. ALEXANDER, J. A. APPLE, R. A. AUSTIN, C. M. BENSON, K. L. DIETZ, R. F. ELSNER, D. E. ENGELHAUPT, J. J. KOLODZIEJCZAK, S. L. O'DELL, C. O. SPEEGLE, D. A. SWARTZ, M. C. WEISSKOPF und G. ZIRNSTEIN: *HERO: High-Energy Replicated Optics for a hard-X-ray balloon payload*. In: *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, Band 4138, Seiten 147–153, 2000.
- [Ram] RAMSEY, B. D.: *Persönliche Mitteilung*.
- [Rei90] REICH, H.: *Dosimetrie ionisierender Strahlung*. B.G. Teubner, Stuttgart, 1990.
- [ROO] ROOT HOMEPAGE. <http://root.cern.ch/root/>.
- [Sch97] SCHAEFER, BERGMANN.: *Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 8 Sterne und Weltraum*. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1997.
- [WBE⁺72] WEISSKOPF, M. C., R. BERTHELSDORF, G. EPSTEIN, R. LINKE, D. MITCHELL, R. NOVICK und R. S. WOLFF: *A graphite crystal polarimeter for stellar x-ray astronomy*. *Review of Scientific Instruments*, 43(7):967–976, 1972.
- [WSK⁺78] WEISSKOPF, M. C., E. H. SILVER, H. L. KESTENBAUM, K.S. LONG und R. NOVICK: *A precision Measurement of the X-Ray Polarization of the Crab nebula without Pulsar contamination*. *The Astrophysical Journal*, 220(7):L117–L121, März 1978.

Danksagung

Zu guter Letzt möchte ich mich bei allen bedanken, die zur Entstehung dieser Diplomarbeit beigetragen haben und sie auch erst möglich gemacht haben.

Hervorheben möchte ich dabei:

- Prof. Dr. Gisela Anton für die Überlassung des Themas. Besonders bedanken möchte ich mich für die Möglichkeit, dass ich an der *DPG*-Frühjahrstagung 2009 in München und an der *IEEE NSS/MIC* 2008 in Dresden teilnehmen konnte. Es war hochinteressant, auch bereits als Diplomand eine internationale Konferenz erlebt zu haben.
- Meinen Betreuer Dr. Thilo Michel, der mir des öfteren geholfen hat, den großen Raum an freien Simulationsparametern in meinen Gedanken zumindest etwas zu reduzieren.
- Die gesamte Medphys-Arbeitsgruppe. Herzlichen Dank für die angenehme Arbeitssphäre und die vielen interessanten Gesprächsrunden und Kaffeepausen!
- Meine Zimmerkollegen von Raum 213, die stets zur Klärung von Fragen etc. bereit waren und für ein angenehmes Klima sorgten.

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, Florian Bayer, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel und Quellen verwendet habe.

Erlangen, 31. Mai 2009

Florian Bayer