

ECAP-2011-003

Diplomarbeit

# Spezielle Methoden zur Berechnung der Geometrie des ANTARES-Detektors

Andreas Gleixner

Februar 2011



Physikalisches Institut der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

# Abstract

Die Neutrinoastronomie ist eine, verglichen mit anderen Bereichen der Astronomie, relativ junge Wissenschaft. Die Natur der Neutrinos ermöglicht das Studium weit entfernter Objekte und sogar den Einblick in das Innere von ausgedehnten, kompakten Objekten. Neutrinos bieten daher ein großes Potential für die Astronomie. Gleichzeitig stellen diese hohe Anforderungen an die Detektoren. Der zur Zeit vielversprechendste Weg zur Beobachtung von kosmischen hochenergetischen Neutrinos ist die Beobachtung des Cherenkovlichts, welches von geladenen Teilchen, welche aus Wechselwirkung mit Neutrinos hervorgegangen sind, emittiert werden kann. Dazu werden große Mengen an Targetmaterial benötigt, was außerdem für Cherenkovlicht weitestgehend transparent sein muss. Zusätzlich muss gewährleistet sein, dass möglichst wenig Licht aus anderen Quellen die Beobachtung stört. Ansätze dazu sind, einen Detektor entweder im Eis (wie es IceCube tut) oder im Meer (wie es ANTARES tut) zu versenken. Neben der für erdgebundene Detektoren ungewöhnlichen Anforderungen an das Material kommt damit beim ANTARES-Detektor hinzu, dass dieser durch die Meeresströmung eine starke, zeitlich veränderliche Kraft erfährt. Damit ist die Geometrie des Detektors, insbesondere die Position und Ausrichtung der Messinstrumente, zeitlich veränderlich. Es wurde daher ein System entwickelt, welches es ermöglicht, die Geometrie des ANTARES-Detektors in etwa 2500 m Tiefe zu berechnen. Diese Berechnung erfolgt mit den von verschiedenen Messinstrumenten aufgezeichneten Datenpunkten unter Berücksichtigung der physikalischen Eigenschaften des Detektors, wie etwa dem Strömungswiderstand der einzelnen Komponenten. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Methoden entwickelt, welche eine Bestimmung der Geometrie auch bei Wegfall von bestimmten Messdaten ermöglichen. Dies mindert einerseits die Auswirkung von ausgefallenen Messinstrumenten (welche in dieser Tiefe nicht ohne weiteres ersetzt werden können), und kann zum anderen die Berechnung erheblich beschleunigen (was nötig ist wenn der Detektor als Trigger für andere Detektoren verwendet werden soll). Weiterhin wurden Verbesserungen an den bisherigen Methoden und Daten beschrieben, welche die Genauigkeit der Berechnungen erhöhen.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Hochenergie-Neutrino-Astronomie</b>	<b>1</b>
1.1	Neutrinos . . . . .	1
1.2	Quellen von hochenergetischen Neutrinos . . . . .	2
1.3	Nachweis von Neutrinos . . . . .	4
1.4	Der Cherenkov-Effekt . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Der ANTARES Detektor</b>	<b>9</b>
2.1	Messung des Cherenkovlichts . . . . .	12
2.2	Vermessung der Geometrie des Detektors . . . . .	13
2.2.1	Definition der Koordinatensysteme . . . . .	14
2.2.2	Acoustic Positioning System . . . . .	15
2.2.3	Kompass und Tiltmeter . . . . .	19
2.3	Berechnung der Geometrie des Detektors . . . . .	20
2.3.1	Form einer Line . . . . .	20
2.3.2	Fitten der Geschwindigkeit . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Verbesserungen der Methoden und Daten zur Geometriebestimmung des Detektors</b>	<b>25</b>
3.1	Das Sliding Average . . . . .	25
3.1.1	Auswirkungen des Fehlers . . . . .	25
3.1.2	Die Korrektur . . . . .	29
3.1.3	Abweichungen in den Positionen . . . . .	33
3.2	Berechnung der Ankerpositionen . . . . .	36
3.2.1	Hinweise auf fehlerhafte Ankerpositionen . . . . .	36
3.2.2	Bestimmung der Ankerpositionen über die Positionsdifferenzen der Stockwerke . . . . .	43
3.2.3	Bestimmung der Ankerpositionen über Linefits . . . . .	47
3.2.4	Die neuen Ankerpositionen . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Neue Methoden zur Bestimmung der Geometrie des Detektors</b>	<b>57</b>

4.1	Online-Fit . . . . .	57
4.1.1	Fitting Algorithmus . . . . .	57
4.1.2	Fehler des Fits . . . . .	60
4.2	Berechnung des Headings eines Stockwerks . . . . .	62
4.2.1	Theoretische Überlegungen zur Bewegungsgleichung eines Stockwerks . . . . .	62
4.2.2	Modell einer statischen Line . . . . .	67
4.2.3	Modell einer lokal statischen Line . . . . .	68
<b>5</b>	<b>Ausblick</b>	<b>73</b>
<b>A</b>	<b>Der Fitting Algorithmus</b>	<b>75</b>
<b>B</b>	<b>Beweis zur Strömungsunabhängigkeit des Drehmoments</b>	<b>79</b>
<b>C</b>	<b>Plots der Daten zur Bestimmung der Ankerpostionen</b>	<b>81</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>85</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>87</b>
	<b>Erklärung</b>	<b>89</b>

# 1 Hochenergie-Neutrino-Astronomie

Die ersten astronomischen Beobachtungen wurden mit keinem anderem Detektor als dem menschlichen Auge ausgeführt. Die Beobachtungen mussten sich also auf das sichtbare Licht beschränken. Mit zunehmendem Wissen und Technologie kamen immer neue Möglichkeiten zur Beobachtung kosmischer Objekte hinzu. So erweiterte sich beispielsweise das Spektrum des beobachtbaren Lichts in den Röntgen- und Radiobereich. Photonen sind jedoch nicht die einzigen für die Astronomie nutzbaren Informationsträger. Verglichen mit anderen Gebieten der Astronomie ist für die Neutrino-Astronomie bezeichnend, dass die Informationsträger, also Neutrinos, einen sehr geringen Wechselwirkungsquerschnitt haben und weder stark noch elektromagnetisch wechselwirken. Dies ist gleichzeitig ein Vor- und Nachteil. Einerseits können, da die Neutrinos Materie weitestgehend ungehindert durchdringen und auch nicht von Magnetfeldern abgelenkt werden, auch weit entfernte Quellen oder das Innere von ausgedehnten Quellen beobachtet werden. Andererseits ist es aus den gleichen Gründen schwierig, Neutrinos mit einem Detektor nachzuweisen. Daher werden hohe Anforderungen an einen Detektor, insbesondere an seine Ausmaße, gestellt:

Der Neutrino-Nukleon Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung eines geladenen Leptons (wobei über Neutrinos und Antineutrinos gemittelt wird) liegt für einen Energiebereich von  $1 - 3000 \text{ GeV}$  bei etwa  $0.5 \cdot 10^{-38} \text{ cm}^2 \cdot E_\nu (\text{GeV})$  (der Wirkungsquerschnitt verläuft in diesem Bereich also linear mit der Energie des Neutrinos) [2]. Damit benötigt man, wie von Greisen und Reines bereits 1960 festgestellt wurde, unter Berücksichtigung des atmosphärischen Neutrinoflusses mehrere Kilotonnen sensitiven Materials um Interaktionen von atmosphärischen Neutrinos untersuchen zu können [2].

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem ANTARES-Detektor, einem Detektor dessen Hauptziel es ist, hochenergetische, kosmische Neutrinos zu beobachten. Im Folgenden werden zunächst die für diesen Detektor relevanten Grundlagen der Hochenergie-Neutrino-Astronomie erläutert.

## 1.1 Neutrinos

Neutrinos sind ungeladene Elementarteilchen von sehr geringer Masse (welche jedoch von Null verschieden ist [4]). Sie wechselwirken nur über die schwache Wechselwirkung und die Gravitation, nicht jedoch über die elektromagnetische oder starke Wechselwirkung. Neutrinos existieren nach heutigem Wissensstand in drei so genannten Flavors (dies kann aus der Breite der  $Z_0$ -Resonanz gefolgert werden [4]):

- $\nu_e$ : Elektroneneutrinos
- $\nu_\tau$ : Tauoneutrinos
- $\nu_\mu$ : Myoneneutrinos

Damit existieren drei Arten von Neutrinos und drei Arten von Antineutrinos. Diese bilden zusammen mit den Elektronen, Myonen, Tauonen und ihren Antiteilchen die Gruppe der Leptonen. Diesen kann jeweils eine Leptonenfamilienzahl  $L_e$ ,  $L_\mu$  und  $L_\tau$  zugeordnet werden. Diese ist 1 für die entsprechenden Teilchen und  $-1$  für die Antiteilchen. Die Leptonenfamilienzahl ist an sämtlichen Wechselwirkungsvertices der schwachen Wechselwirkung erhalten. Die Einschränkung, dass dies nur an den Wechselwirkungsvertices gilt, ist dabei wichtig. Prinzipiell können Neutrinos in einen anderen Flavorzustand übergehen. Dies wird als Neutrinooszillation bezeichnet. Voraussetzung dafür ist eine Neutrino-Masse ungleich Null [4]. Erlaubte Wechselwirkungen für Neutrinos sind damit beispielsweise:

$$e^- + \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (1.1)$$

$$\tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau \quad (1.2)$$

$$n + \nu_\mu \rightarrow p + \mu^- \quad (1.3)$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (1.4)$$

Man unterscheidet dabei zwischen geladenen Strömen ('Charged Current', 'CC') welche ein  $W^-$  oder  $W^+$  als Austauscheteilchen haben und neutralen Strömen ('Neutral Currents', 'NC'), welche ein  $Z^0$  als Austauscheteilchen haben [4].

## 1.2 Quellen von hochenergetischen Neutrinos

Der Hauptzweck des ANTARES-Detektors ist der Nachweis hochenergetischer, kosmischer Neutrinos. Im Folgenden soll auf die Art der Quellen und den Prozess der Erzeugung eingegangen werden. Der grundlegende Prozess der Erzeugung ist dabei ähnlich den Prozessen, die zur Erzeugung atmosphärischer Neutrinos führen [2]. Diese entstehen hauptsächlich durch den Zerfall hochenergetischer Pionen (welche eine mittlere Lebensdauer von  $2.60 \cdot 10^{-8}$  s haben [1]) oder Kaonen (mit einer mittleren Lebensdauer von  $1.24 \cdot 10^{-8}$  s [1]) [2]. Hochenergetische Neutrinos können ebenfalls beim Zerfall von extrem kurzlebigen Mesonen mit einem charmed Quark entstehen [8]. Der Fluss dieser 'prompten' Neutrinos wird jedoch erst ab Energien von etwa 10 TeV relevant gegenüber den vorher genannten Reaktionen [8].

Für Pionen haben die Reaktionen folgende Form (für Kaonen analog) :

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (1.5)$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (1.6)$$

Die Myonen zerfallen nach durchschnittlich  $2.20 \cdot 10^{-6}$  s [1]:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (1.7)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \quad (1.8)$$

Der Ursprung der Pionen und Kaonen sind Zusammenstöße von hochenergetischen Protonen (oder Kernen) mit anderen Nukleonen oder Photonen [3]:

$$p + N \rightarrow \pi^\pm, K^\pm, \text{ weitere Teilchen} \quad (1.9)$$

$$p + \gamma \rightarrow \pi^\pm, K^\pm, \text{ weitere Teilchen} \quad (1.10)$$

Potentielle Quellen von hochenergetischen Neutrinos aus Pionen- und Kaonen-Zerfall, an welchen Protonen beschleunigt und dann, wie beschrieben, mit der umgebenden Materie wechselwirken sind:

- **Supernovae** sind das Ende eines ausreichend massereichen Sterns. Dabei wird Masse des Sterns mit großer Geschwindigkeit (die Geschwindigkeit der äußeren Hülle liegt bei etwa 3% der Lichtgeschwindigkeit [2]) abgestoßen. Treffen diese Supernovaüberreste ('Supernova Remnant', 'SNR') auf das umgebende interstellare Medium ('Interstellar Medium', 'ISM'), so kommt es zur Ausbildung einer Schockfront, wenn die Auftreffgeschwindigkeit größer ist als die Schallgeschwindigkeit im ISM. In dieser können geladene Teilchen (wie Protonen) mittels Fermi-Beschleunigung erster Ordnung [2] auf enorm hohe Energien beschleunigt werden (bis zu 100 TeV [2]). Ebenfalls möglich ist eine Beschleunigung der Protonen ohne Schock durch Fermi Beschleunigung zweiter Ordnung [2].
- **Aktive galaktische Kerne** ('Active Galactic Nuclei', 'AGN') sind Galaxien, in deren Zentrum sich wahrscheinlich ein supermassives schwarzes Loch befindet. Auf dieses einfallende Masse sammelt sich in einer Akkretionsscheibe. Senkrecht zu dieser Akkretionsscheibe bilden sich Jets aus, in denen Protonen auf sehr hohe Energien beschleunigt werden können [3].
- **Doppelsterne** bestehen aus zwei gravitativ aneinander gebundenen Sternen. Falls einer davon ein kompaktes Objekt wie ein Neutronenstern ist und sein Partner über seine Roche-Sphäre hinausragt, so strömt Materie auf den kompakten Stern über. Dabei bildet sich eine Akkretionsscheibe. Die Akkretionsscheibe wirkt dann wie ein



Dynamo im starken Magnetfeld des kompakten Objekts, so dass sich ein starkes elektrisches Feld ausbildet [3]. Dadurch können geladene Teilchen wie Protonen stark beschleunigt werden.

- **Gamma Ray Bursts** ('GRB') sind kurze, heftige Ausbrüche von Gammastrahlung. Ihre Ursache ist nicht genau bekannt. Kandidaten sind eine sogenannte Hypernova (eine besondere Art Supernova, die ein schwarzes Loch zur Folge hat) oder verschmelzende Neutronensterne. Falls hadronische Beschleunigungsmechanismen stattfinden, wäre dies eine potentielle Quelle für hochenergetische Neutrinos.

Weitere Szenarien zur Erzeugung hochenergetischer Neutrinos sind:

- **Dark matter:** Aus dem Zerfall oder der Annihilation von WIMPS (Weakly Interacting Massive Particles) können hochenergetische (im GeV- bis TeV-Bereich) Neutrinos entstehen [7].
- **GZK-Effekt** : Aus der Wechselwirkung von Protonen mit dem kosmischen Mikrowellenhintergrund können ultrahochenergetische Neutrinos entstehen ([6] und enthaltene Referenzen).

### 1.3 Nachweis von Neutrinos

Neutrinos können indirekt über die Produkte bei Wechselwirkung mit Materie nachgewiesen werden. In diesem Abschnitt soll speziell auf die Mechanismen zum Nachweis hochenergetischer Neutrinos mit Wasser und Fels als Targetmaterial (das Targetmaterial des ANTARES Detektors) mit einem optischen Detektor eingegangen werden.

Die Neutrinos können mit Nukleonen wechselwirken, dies kann durch geladene oder neutrale Ströme geschehen (siehe Kapitel 1.1). Die Wechselwirkungen haben folgende Form:

$$\nu_l + N \rightarrow l^- + \text{Hadronen (CC)} \quad (1.11)$$

$$\bar{\nu}_l + N \rightarrow l^+ + \text{Hadronen (CC)} \quad (1.12)$$

$$\nu_l + N \rightarrow \nu_l + \text{Hadronen (NC)} \quad (1.13)$$

$$\bar{\nu}_l + N \rightarrow \bar{\nu}_l + \text{Hadronen (NC)} \quad (1.14)$$

Dabei ist  $N$  ein Nukleon und  $l = e, \mu, \tau$  (vergleiche [5]). Ein Neutrino kann also durch entsprechende Wechselwirkung geladene Leptonen und hadronische Schauer erzeugen. Bei genügend hoher Energie der Neutrinos entspricht die Bewegungsrichtung der Leptonen etwa der der Neutrinos. So kann der mittlere Winkel  $\Theta_{\nu\mu}$  zwischen dem eingehen

Neutrino und dem ausgehende Myon wie folgt genähert werden [5]:

$$\Theta_{\nu\mu} \leq \frac{0.6^\circ}{\sqrt{E_\nu(\text{TeV})}} \quad (1.15)$$

Die Beobachtung dieser Leptonen erlaubt also Rückschlüsse auf die Bewegungsrichtung und die Energie des Neutrinos. Bei der Beobachtung dieser Reaktionen mit ANTARES kann man vier Prozesse unterscheiden (wobei nicht zwischen Neutrinos und Antineutrinos unterschieden werden kann, daher gilt das im Folgenden über Teilchen Gesagte auch für die entsprechenden Antiteilchen).

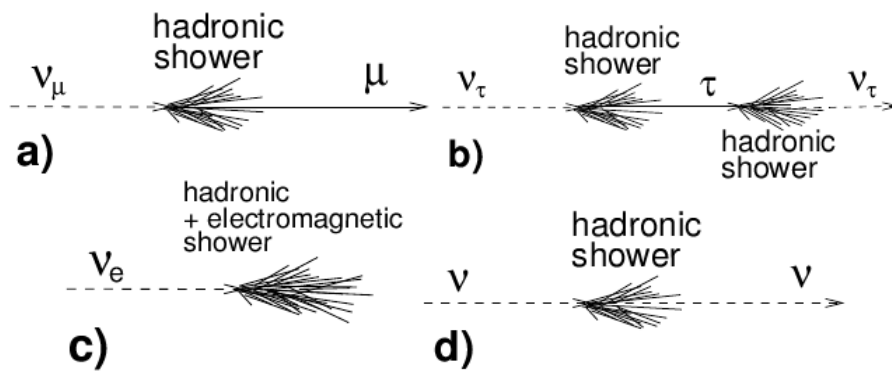
- die NC-Prozesse zeichnen sich durch einen einzelnen **hadronischen Schauer** aus. Es ist dabei nicht möglich, die unterschiedlichen Flavors des Neutrinos zu unterscheiden. Das emittierte Neutrino trägt einen Teil der Energie weg, was eine Bestimmung der Energie des ursprünglichen Neutrinos schwierig macht. Vergleiche mit Abbildung 1.1 d.
- Ein CC-Prozess erzeugt ein hochenergetisches **Elektron**. Da die Strahlungslänge in Wasser etwa 36 cm beträgt [5], emittieren die Elektronen im Wasser mit hoher Wahrscheinlichkeit bereits nach wenigen Dezimetern Bremsstrahlung und verlieren so Energie [5]. Dabei kommt es zur von Positron-Elektron-Paarbildung:

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+ \quad (1.16)$$

Diese Positron-Elektron-Paare können wieder Bremsstrahlung emittieren. Insgesamt entsteht dadurch zusätzlich zum hadronischen Schauer ein elektromagnetischer Schauer. Wird eine bestimmte Energie der Bestandteile des Schauers unterschritten, kommt dieser Prozess zum Erliegen und die verbleibende Energie wird über Ionisation und Anregung abgegeben [5]. Der Schauer hat eine im Vergleich zu seiner Länge vernachlässigbare Breite von etwa 10 cm. Die Länge ist energieabhängig und beträgt  $3.04 + 1.09 \log_{10}(E(\text{GeV}))$  m (wobei die Länge als die Strecke definiert ist, in der 95% der Schauerenergie abgegeben wird, vergleiche Abbildung 1.2) [5]. Da mit dem ANTARES-Teleskop elektromagnetische Schauer nicht von hadronischen Schauern unterschieden werden können, ist es schwierig, diese Ereignisse von NC-Ereignissen zu trennen. Vergleiche mit Abbildung 1.1 c.

- Ein CC-Prozess erzeugt ein hochenergetisches **Myon**. Myonen haben in Wasser eine freie Weglänge von mehreren Kilometern [5] (vergleiche 1.2). Damit entsteht eine lange Spur aus Cherenkovlicht (siehe 1.4). Da Myonen auch im Fels eine große mittlere freie Weglänge haben, ist es auch möglich, Myonen zu detektieren, die bereits in der Erde erzeugt wurden (siehe Abbildung 1.3). Vergleiche mit Abbildung 1.1 a.

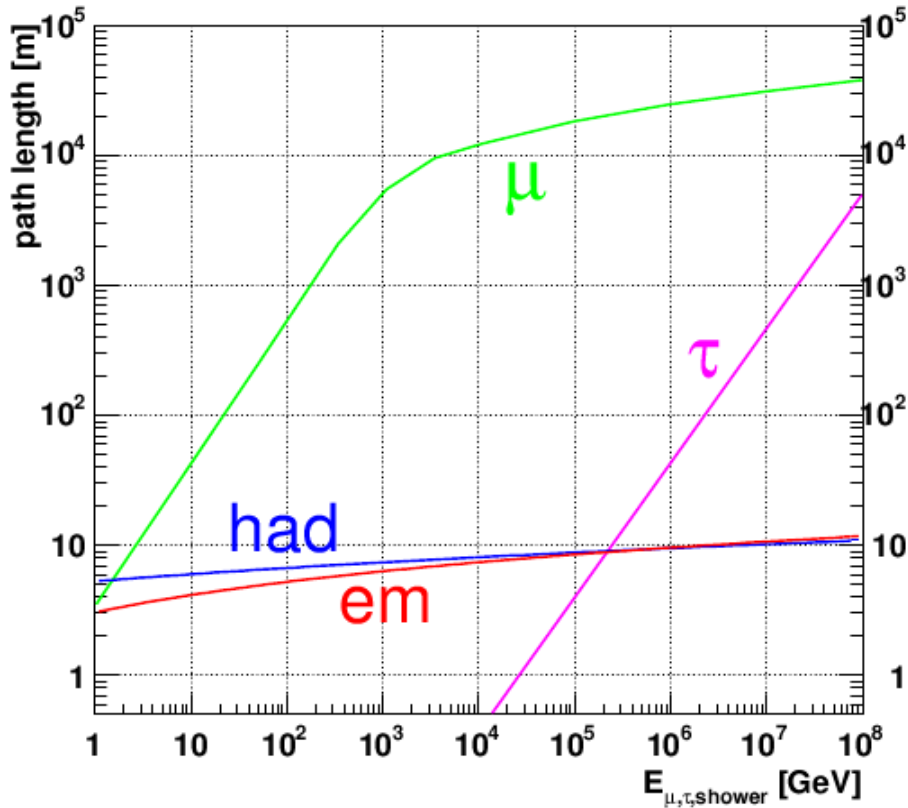
- Ein CC-Prozess erzeugt ein hochenergetisches **Tauon**. Dieses zerfällt nach einer energiabhängigen Strecke im Bereich von Metern bis Kilometern [5] (im Energiebereich ab  $10^4$  TeV, vergleiche Abbildung 1.2). Dabei lösen sie einen weiteren hadronischen Schauer aus. Während ihrer Bewegung durch Wasser emittieren die Tauonen Cherenkovlicht. Die Signatur von Tauneutrinos zeichnet sich also durch zwei räumlich getrennte hadronische Schauer und eine Spur aus Cherenkovlicht aus. Diese Ereignisse müssen allerdings nicht alle im Sichtbereich des Detektors liegen. Dies kann eine Unterscheidung von Myonneutrinos und Tauneutrinos schwierig machen. Vergleiche mit Abbildung 1.1 b.



**Abbildung 1.1** Schematische Darstellung verschiedener durch Neutrino-Wechselwirkung hervorgerufener Ereignis-Signaturen. [5].

Zusätzlich kann es, genügend Energie der Leptonen vorausgesetzt, zu weiteren elektromagnetischen und hadronischen Schauern entlang der Flugbahn des Leptonen kommen. Damit gibt es im Wesentlichen zwei Möglichkeiten zur optischen Detektion der Neutrinos.

- Die hadronischen und elektromagnetischen Schauer können detektiert werden. Da diese eine im Vergleich zur Instrumentierung des ANTARES-Detektors geringe Ausdehnung haben (vergleiche 1.2), erscheinen diese im Allgemeinen als Punktlichtquellen. Damit ist die Rekonstruktion der Richtung der Neutrinos schwierig, die Messung dieser Schauer erlaubt jedoch Rückschlüsse auf die Energie des Neutrinos.
- Das von den geladenen Teilchen ausgesandte Cherenkovlicht kann detektiert werden. Durch die Messung der Ankunftszeiten der Photonen kann die Richtung der Leptonen bestimmt werden. Siehe dazu auch den nächsten Abschnitt.



**Abbildung 1.2** Weglänge verschiedener von Neutrinos erzeugter Teilchen und Schauer im Wasser. [5]

## 1.4 Der Cherenkov-Effekt

Bewegt sich ein geladenes Teilchen mit einer Geschwindigkeit durch ein Medium, die größer ist als die Lichtgeschwindigkeit in diesem Medium, so kommt es zum Cherenkov-Effekt. Dabei wird Licht in einem von der Geschwindigkeit und vom Medium abhängigen Winkel (Cherenkovwinkel) zur Flugbahn des Teilchens emittiert. Es bildet sich also ein Lichtkegel in Bewegungsrichtung des Teilchens. Der Cherenkovwinkel  $\phi$  errechnet sich zu:

$$\cos \phi = \frac{c'}{v} = \frac{1}{n\beta} \quad (1.17)$$

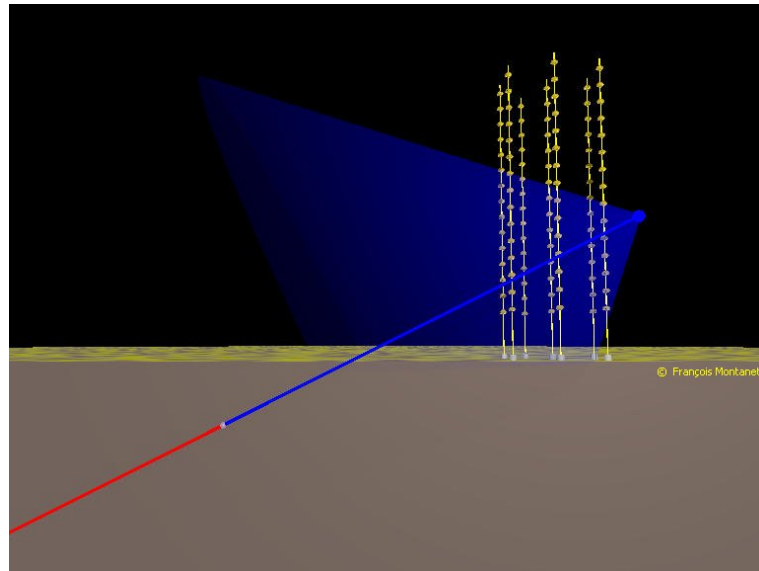
Dabei ist  $c'$  die Lichtgeschwindigkeit im Medium und  $n$  der Brechungsindex des Mediums (womit der Cherenkovwinkel auch von der Wellenlänge des Lichts abhängt, dieser

Effekt kann jedoch vernachlässigt werden). Im den ANTARES Detektor umgebenden Meerwasser beträgt der Cherenkovwinkel etwa  $42^\circ$ . Durch die Messung der Ankunftszeiten der Photonen kann also der Cherenkovkegel und somit die Richtung der Teilchen bestimmt werden.

Mit bekanntem Brechungsindex ist es möglich, die Schwellenenergie für den Cherenkov-Effekt für Teilchen bekannter Masse  $m$  anzugeben:

$$E_{kin} = (\gamma - 1)mc^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - (1/n)^2}} - 1 \right) mc^2 \quad (1.18)$$

Im den ANTARES Detektor umgebenden Meerwasser beträgt diese für Myonen (welche eine Masse von  $106 \text{ MeV}/c^2$  haben [1])  $51.8 \text{ MeV}$ .



**Abbildung 1.3** Ein Myonenneutrino (rote Bahn) wechselwirkt in der Erde und erzeugt ein Myon (blaue Bahn), welches ungehindert Fels und Wasser durchdringt. Bei der Bewegung durch das Wasser erzeugt dieses einen Kegel aus Cherenkovlicht. Aus der Messung des Cherenkovlichts kann die Spur des Myons und damit des Myonenneutrinos rekonstruiert werden.

## 2 Der ANTARES Detektor

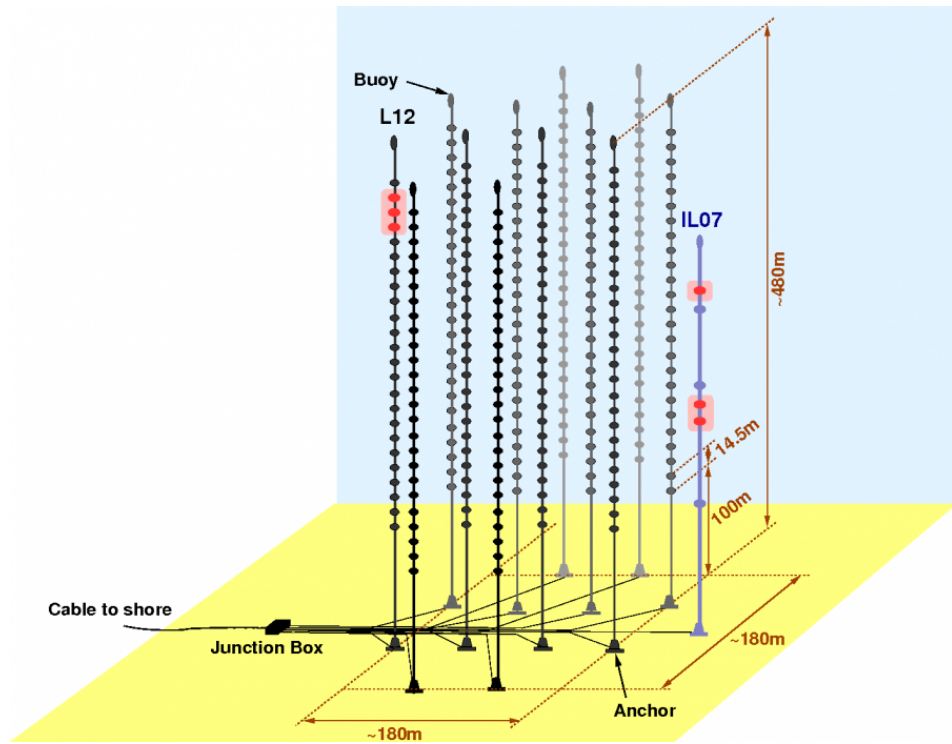
Bei dem ANTARES Detektor handelt es sich um einen Wasser-Cherenkovdetektor, welcher sich in etwa 2500 m Tiefe vor der südfranzösischen Küste im Mittelmeer befindet. Er hat eine Abmessung von etwa  $180\text{ m} \times 180\text{ m} \times 480\text{ m}$ . Als Targetmaterial dient das den Detektor umgebende Wasser und der unter dem Detektor befindliche Fels. Da die optischen Module (siehe nächste Abschnitt) zum Meeresboden gerichtet sind, dient die Erde als Schild gegen atmosphärische und kosmische Myonen (welche prinzipiell nicht von den von Neutrinos ausgelösten Ereignissen zu trennen wären, aber weitaus häufiger vorkommen). Die Energie und Richtung der Neutrinos wird zur Zeit primär über die Messung von Richtung und Intensität des Cherenkovlichts bestimmt, prinzipiell ist aber auch eine Rekonstruktion über die elektromagnetischen und hadronischen Schauer möglich.

Die Detektion des Lichts erfolgt mit zwölf sogenannten Lines, an welchen die für die Detektion verwendeten Messinstrumente angebracht sind. Diese Lines sind bis auf kleine Unregelmäßigkeiten gleich aufgebaut.

Auf einer Line befinden sich 25 Stockwerke. Diese Stockwerke sind mit flexiblen Kabeln der Länge 14.5 m verbunden. Am oberen Stockwerk befindet sich nach weiteren etwa 15 m Kabel eine Boje (die Kabellänge variiert von Line zu Line). Das unterste Stockwerk ist mit einem etwa 100 m langen Kabel (auch diese Länge variiert von Line zu Line etwas) mit dem Bottom String Socket (kurz: 'BSS') verbunden. Der Bottom String Socket befindet sich fest auf dem Meeresgrund. Die BSSs sind mit einer sogenannten Junction Box verbunden, von welcher aus ein Kabel zur Küste verlaufen. Sämtliche Messinstrumente (auch die, welche nicht ausschließlich für optische Messungen zuständig sind) dieser Lines sind auf den Stockwerken oder der BSS angebracht. Die optischen Messungen erfolgen ausschließlich mit Messinstrumenten auf den Stockwerken.

Zusätzlich existiert noch eine Instrumentation-Line, welche für Messungen der Eigenschaften des Wassers und die Detektorkalibration und nicht für die Detektion von Cherenkovlicht verwendet wird.

Die Boje und die Stockwerke haben jeweils eine insgesamt geringere Dichte als Wasser und sorgen dafür, dass die Line etwa senkrecht auf im Meer steht. Eine Line kann jedoch durch die Meeresströmung horizontal um einige Meter ausgelenkt werden. Der schematische Aufbau des Detektors ist in Abbildung 2.1 zu sehen. Die Struktur einer Line ist auf Abbildung 2.2 dargestellt.



**Abbildung 2.1** Der ANTARES Detektor. Die roten Markierungen zeigen Stockwerke an, auf denen sich keine OMs befinden. Stattdessen befinden sich dort Sensoren zur akustischen Neutrino-Detektion [9].

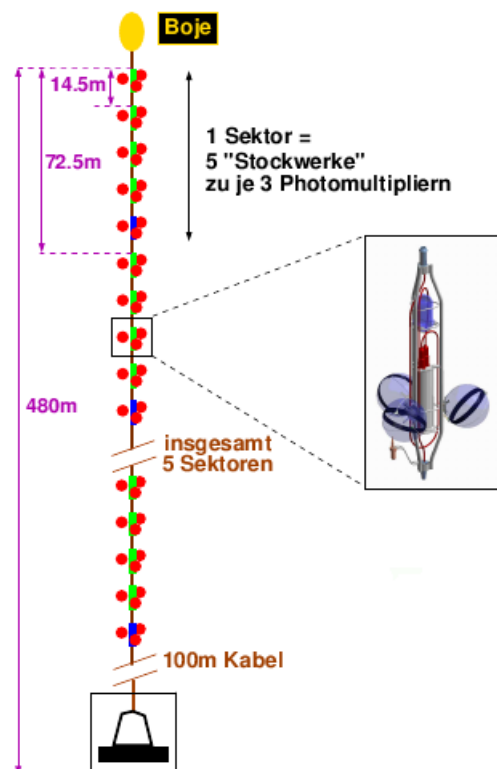


Abbildung 2.2 Schematische Darstellung einer Line.



## 2.1 Messung des Cherenkovlichts

Die Messung des Cherenkovlichts erfolgt mit kugelförmigen optischen Modulen ('OMs') von etwa 0.5 m Durchmesser [10], welche mit Photomultipliern ausgestattet sind. An jedem Stockwerk sind drei gleichartige OMs in einem Abstand von 0.59 m [11] von der Symmetrieachse eines Stockwerks starr angebracht. Diese OMs liegen auf einer Ebene, welche die  $x'-y'$  Ebene eines Stockwerks definiert und im Allgemeinen etwa der Horizontalen entspricht (näheres dazu in Kapitel 2.2.1). Diese sind in einem Winkel von jeweils  $120^\circ$  zueinander angeordnet. Die OMs sind so angeordnet, dass sie von der Symmetrieachse eines Stockwerks aus radial nach außen gerichtet und um  $-45^\circ$  zur  $x'-y'$  Achse geneigt sind. Sie schauen also 'nach schräg unten' (vergleiche dazu Abbildung 2.3). Die Ausrichtung der optischen Module wird dadurch begründet, dass von unten kommende Neutrinos beobachtet werden sollen (vergleiche mit dem vorangegangenen Abschnitt). Die Akzeptanz der optischen Module ist richtungsabhängig [10]. Um aus der gemessenen Intensität des Cherenkovlichts auf die reale Intensität zu schließen, muss also die Ausrichtung der OMs zum Zeitpunkt der Messungen bekannt sein. Um Astronomie betreiben zu können ist es also notwendig, sowohl Position als auch Ausrichtung der OMs zu kennen. Dabei kann wegen des unveränderlichen Aufbaus eines Stockwerks, um Position und Ausrichtung jedes OMs eindeutig anzugeben, auch die Position und Ausrichtung eines Stockwerks angegeben werden. Wie im Folgenden beschrieben wird, sind weder Position noch Ausrichtung der Stockwerke konstant. Damit ergibt sich das Problem, die Geometrie eines Detektors dieser Ausmaße am Meeresgrund zu bestimmen. Dazu werden, wie im Folgenden beschrieben wird, verschiedene Messinstrumente und Methoden verwendet. Ziel dieser Arbeit war, die bisher bestehenden Verfahren zu verbessern und durch neue Methoden zu ergänzen.



**Abbildung 2.3** Ein Stockwerk des ANTARES Detektors. Zwei der drei optischen Module sind deutlich zu erkennen (das dritte OM ist verdeckt).

## 2.2 Vermessung der Geometrie des Detektors

Die Verbindungen zwischen Kabel und BSS sowie Kabel und Stockwerk sind fix, das Kabel selbst ist flexibel. Es kann sowohl ausgelenkt als auch verdrillt werden. Daher besitzt der Detektor keine konstante Geometrie, die Position und Ausrichtung der Stockwerke und somit die Position der optischen Module sind zeitlich variabel. Um zu gewährleisten, dass die Position und Ausrichtung der Stockwerke dennoch ausreichend genau bekannt sind, werden bestimmte Werte der Geometrie in regelmäßigen Zeitabständen vermessen. Im Wesentlichen geschieht dies mit zwei Messsystemen. Eines ist dabei für die Bestimmung von Positionen und eines für die Bestimmung von Ausrichtungen zuständig. Eine Kombination dieser Daten wird dann dazu verwendet, die Geometrie des Detektors zu berechnen. Dies soll im Folgenden erläutert werden, wobei zunächst auf die verwendeten Koordinatensysteme eingegangen wird.

### 2.2.1 Definition der Koordinatensysteme

Die Angabe von Position und Ausrichtung von Punkten eines Stockwerks erfolgt mit zwei Koordinatensystemen [11]. Im ersten, globalen Koordinatensystem  $S$  werden Positionen relativ zur Erde angegeben. Im zweiten, lokalen Koordinatensystem werden Positionen relativ zu einem Punkt im Stockwerk angegeben. Die globalen Positionen und Ausrichtungen der OMs können damit in  $S$  angegeben werden, wenn die Beziehungen zwischen  $S'$  und  $S$  bekannt sind.

#### Globales Koordinatensystem

Dieses Koordinatensystem  $S$ , ist euklidisch und erdgebunden. Der Ursprung liegt ein paar Kilometer vom Detektor entfernt auf Höhe des Meeresspiegels. In UTM Koordinaten liegt dieser bei einem Northing von 4740000 m und Easting von 260000 m der Zone 32 N. In geographischen Koordinaten liegt dieser bei  $42^\circ 46' 29.868''$  N und  $6^\circ 3' 58,687''$  E [11].

Die Achsen haben folgende Ausrichtung:

- die x-Achse zeigt nach Osten (unter Berücksichtigung der UTM-Konvergenzwinkel).
- die y-Achse zeigt nach Norden (unter Berücksichtigung der UTM-Konvergenzwinkel).
- die z-Achse steht senkrecht auf der Erdoberfläche und zeigt vom Erdmittelpunkt weg.

#### Lokales Koordinatensystem

Dieses stockwerksgebundenen Koordinatensystem  $S'$  ist ebenfalls euklidisch und verwendet die kanonische Einheitsbasis. Der Ursprung liegt dabei im Schwerpunkt des Stockwerks auf einer Ebene, welche durch die Mittelpunkte aller optischen Module des Stockwerks verläuft.

- die x'-Achse zeigt auf den Mittelpunkt von OM 0.
- die z'-Achse zeigt entlang der Symmetrieachse des Stockwerks in die Richtung, welche für ein eingebautes, ruhendes Stockwerk der Richtung der z-Achse entspricht.
- die y-Achse ist definiert als das Kreuzprodukt von  $\vec{e}_x'$  und  $\vec{e}_z'$ .

#### Ausrichtung der Koordinatensysteme zueinander

Die Ausrichtung von  $S'$  zu  $S$  wird mit drei Winkeln angegeben:

- Heading ist definiert als der Winkel zwischen der  $x'$ -Achse und der  $y$ -Achse, projiziert auf die  $x$ - $y$ -Ebene (positiv im Uhrzeigersinn, wenn die  $x$ - $y$  Ebene entgegen der Richtung des  $z$ -Vektors betrachtet wird).
- Pitch ist definiert als der Winkel zwischen der  $x'$ -Achse und der  $x$ - $y$ -Ebene (positiv in Richtung der  $z$ -Achse).
- Roll ist definiert als der Winkel zwischen der  $y'$ -Achse und der  $x$ - $y$ -Ebene (positiv in Richtung der  $z$ -Achse).

Zu bemerken ist, dass diese Winkel keine allgemein gültige Beschreibung der Ausrichtung eines Stockwerks ermöglichen. Wenn Pitch oder Roll  $\pi/2$  betragen, so kann die Ausrichtung des Stockwerks nicht eindeutig beschrieben werden. Da jedoch Pitch und Yaw für jedes Stockwerk nur sehr kleine Werte annehmen, tritt dieser Fall nicht auf. Siehe dafür Abbildung 2.4.

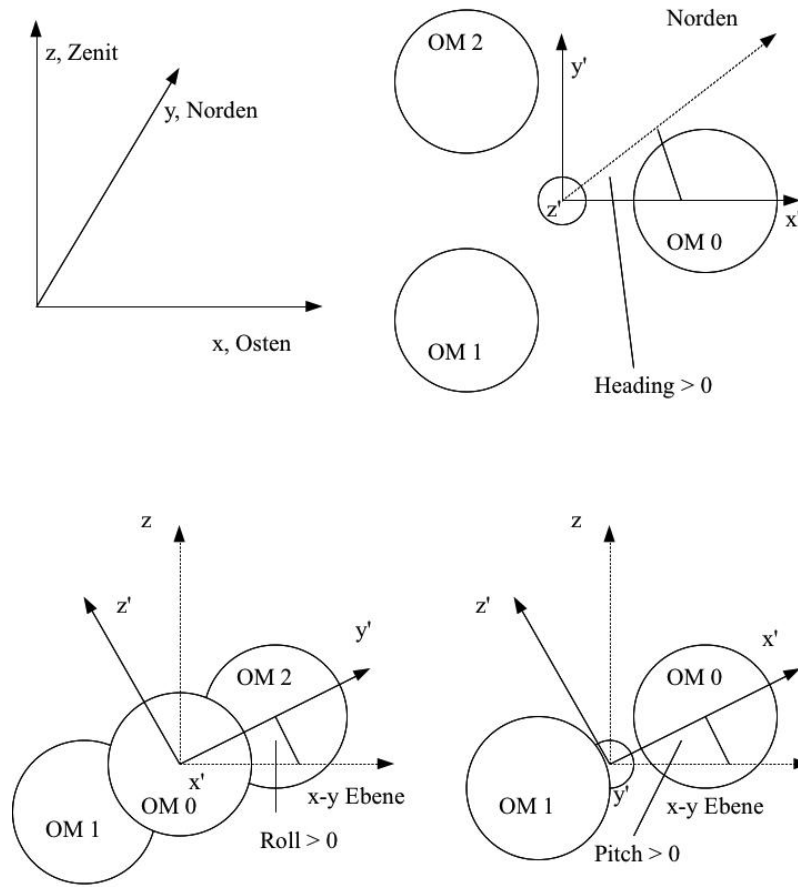
### 2.2.2 Acoustic Positioning System

Das Acoustic Positioning System ('APS') hat die Aufgabe, die Positionen einiger ausgewählter Punkte auf den Lines zu bestimmen. Dazu werden mit Laufzeitmessungen akustischer Signale bei bekannter Schallgeschwindigkeit im Wasser Distanzen zwischen verschiedenen Sender- und Empfangsgeräten errechnet und anschließend per Triangulation die relativen Positionen der Geräte bestimmt.

Das APS besteht aus mehreren, im Detektor verteilten akustischen Empfängereinheiten (Rx-Einheiten) und kombinierten Sender- und Empfängereinheiten (RxTx-Einheiten). Diese senden beziehungsweise empfangen akustische Signale im Bereich von 40 – 60 kHz [13]. Die Abschwächlänge für diese hochfrequenten, akustischen Signale liegt bei 700 – 1000 m [13], was für den ANTARES Detektor ausreichend ist. Der Vorteil hochfrequenter Signale liegt in der höheren Genauigkeit der Positionsbestimmung.

#### Position der Messgeräte

Die Rx-Einheiten, auch Hydrophone genannt, sind an ausgewählten Stockwerken angebracht. Pro Line existieren fünf Hydrophone, diese befinden sich auf Stockwerk 1, 8, 14, 20 und 25. Da der Abstand zwischen zwei Stockwerken etwa konstant ist, wird die Hydrophondichte nach oben hin größer. Der Grund für diese Anordnung ist, dass dort größere Variationen in den Positionen zu erwarten sind. Die Hydrophone befinden sich dabei auf einem Arm, welcher parallel zur der  $x'$ - $y'$ -Ebene des Stockwerks liegt. Damit ist ein Hydrophon 0.297 m vom Schwerpunkt eines Stockwerks entfernt. Auf jedem Sockel befindet sich eine RxTx-Einheit, welche etwa 2.7 m von dem Punkt entfernt ist, an dem die eigentliche Line in der BSS verankert ist (im Folgenden wird dieser Punkt als



**Abbildung 2.4** Lage der Koordinatensysteme relativ zur Erde, zum Stockwerk und zueinander.

Ankerposition einer Line bezeichnet). Zusätzlich existiert noch eine weitere, unabhängige RxTx Einheit etwa 75 m nordwestlich von Line 2 [13].

Die Positionsbestimmung wird alle zwei Minuten durchgeführt. Dabei sendet der Reihe nach jeder der 14 Emitter ein akustisches Signal, welches von den Empfängereinheiten registriert wird. Die Messdaten sind die Laufzeiten der Signale. Die so erhaltenen Daten werden zunächst gefiltert.

### Filter

Zuerst werden alle offensichtlich falschen Messpunkte verworfen. Offensichtlich falsch ist ein Messpunkt dann, wenn er eine Bewegung eines Hydrophons anzeigt, die größer ist als die, die durch die maximal auftretenden Meeresströmung von 0.35 m/s möglich ist.

Aufgrund eines starken Rauschens der Messdaten ist eine weitere Filterung notwendig [13]. Für diese wird das Verfahren des Sliding Average verwendet.

Die Idee dabei ist, die Tatsache zu nutzen, dass die Lines ihre Positionen in wenigen Minuten kaum verändern, und damit für einen bestimmten Messpunkt die Positionsdaten der vorangegangenen und nachfolgenden Positionsmessungen ebenfalls relevant sind. Bei diesem Verfahren wird für jeden Datenpunkt  $T_i$  (wobei  $i$  für einen bestimmten Zeitpunkt steht,  $i+1$  ist dann der Zeitpunkt etwa zwei Minuten nach  $i$ ) ein Mittel  $\langle T_i \rangle$  errechnet, welches sich aus  $n/2$  vorangehenden und nachfolgenden Datenpunkten folgendermaßen ergibt:

$$\langle T_i \rangle = \sum_{m=i-n/2}^{i+n/2} T_m \quad (2.1)$$

Dabei ist  $n$  eine prinzipiell frei wählbare, positive, gerade Zahl. Zur Zeit wird  $n = 6$  verwendet. Falls nun  $|\langle T_i \rangle - T_i|$  größer als ein ebenfalls prinzipiell frei wählbarer Wert ist, wird der entsprechende Datenpunkt verworfen [13]. Dieser Prozess wird dreimal auf alle Daten angewandt. Die so errechneten Datenpunkte  $\langle T_i \rangle$  werden nun als neue Messpunkte aufgefasst. Dieses Verfahren wird noch zweimal (mit den Ergebnissen des jeweils vorangegangenen Verfahrens als neue Basis) angewandt.

Anschaulich findet bei Anwendung dieses Verfahrens ein Verschmieren der einzelnen Datenpunkte über einen größeren Zeitraum statt. Damit wird einerseits das Rauschen, andererseits aber auch eine tatsächlich stattfindende Bewegung der Hydrophone unterdrückt. Bisher wurde angenommen, dass diese Unterdrückung der Bewegung der Hydrophone irrelevant ist, da die Positionen der Lines sich in den Zeiträumen, in denen dieses Verfahren arbeitet, kaum ändern und dies somit auch für die Hydrophone, welche mit den Lines verbunden sind, gelten müsste. Tatsächlich ist diese Annahme nicht ganz korrekt, da für die Bewegung der Hydrophone auch die Rotation der Stockwerke relevant ist. Siehe dafür Kapitel 3.1.

### Distanzberechnung

Mit einer gefilterten Laufzeit  $t_{AB}$  zwischen einem RxTx an Position A und einem Rx Element an Position B kann die Distanz  $d_{AB}$  zwischen den beiden Elementen berechnet werden. Allgemein ist die Laufzeit gleich dem Integral über die vom Schall zurückgelegte Strecke zwischen A und B dividiert durch die Schallgeschwindigkeit  $c_s(a)$  am jeweiligen

Ort der Strecke:

$$t_{AB} = \int_A^B da \frac{1}{c_s(a)} \quad (2.2)$$

Um diese Distanz zu berechnen, werden zwei Näherungen gemacht. Die erste betrifft die Funktion  $c_s(a)$ . Da in dieser Tiefe eine nahezu konstante Wassertemperatur herrscht ( $13.2^\circ \text{ C}$ ), hängt die Schallgeschwindigkeit hauptsächlich vom Druckgradienten ab, welcher näherungsweise linear und nur in  $z$ -Richtung verläuft. Damit ergibt sich eine lineare Änderung der Schallgeschwindigkeit in  $z$ -Richtung, welche zu  $\Delta c_s = 0.01711/\text{s}$  bestimmt werden kann.

Auf BSS 1 befindet sich ein Sound Velocity Profiler, damit ist die Schallgeschwindigkeit auf Höhe von BSS 1 bekannt. Damit lässt sich die Schallgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Höhe berechnen:

$$c_s(a) = c_s(z) = c_s(z_0) + \Delta c_s \cdot (z - z_0) = 1547.02 \text{ m/s} - 0.01711/\text{s} \cdot (z - BSS1_z) \quad (2.3)$$

Die zweite Näherung betrifft die Form der zurückgelegten Strecke. Diese verläuft aufgrund des Geschwindigkeitsgradienten gekrümmt (durch Refraktion). Sie kann jedoch aufgrund des großen Krümmungsradius von etwa 80 km und der geringen im ANTARES Detektor zurückgelegten Strecke von weniger als 1 km als eine Gerade genähert werden [12].

Die Distanz  $d_{AB}$  zwischen den RxTx und Rx Einheiten kann also wie folgt errechnet werden:

$$d_{AB} = sv(z_0) + \Delta c_s \cdot ((A_z + B_z)/2 - z_0) \quad (2.4)$$

Die für diese Rechnung benötigten  $z$ -Koordinaten sind ausreichend genau bekannt. Die Positionen der RxTx Elemente sind konstant, die  $z$ -Koordinaten der Hydrophone ist etwa konstant (bis auf weniger als 2 m). Diese Genauigkeit ist ausreichend, wenn man die Maße des Detektors berücksichtigt und fordert, dass der maximale Fehler in der Distanz nicht größer als 1 cm ist [12].

Nicht berücksichtigt wird bei dieser Berechnung eine Änderung der Laufzeit durch die unterschiedliche Bewegungsrichtung des Mediums relativ zur Ausbreitungsrichtung des Schalls. Daher gelten solche Zeiträume als vertrauenswürdiger, die eine niedrigere Strömungsgeschwindigkeit aufweisen. Tatsächlich ist es so, dass die Hauptursache der Unsicherheit in der Position die Unsicherheit in der Schallgeschwindigkeitsmessung ist [13].

### Triangulation

Mit den Distanzen zwischen den einzelnen Messinstrumenten kann die Position der einzelnen Messinstrumente im dreidimensionalen Raum, in einem durch drei der Instrumente festgelegten kartesischen Koordinatensysteme, berechnet werden. Für den Abstand zweier Instrumente A und B gilt dann:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} \quad (2.5)$$

Die Position einer Einheit  $A$  lässt sich damit bestimmen, wenn Distanzen zu mindestens drei verschiedenen Einheiten  $B_{1,2,3}$  mit bekannten Positionen vorhanden sind. Konkret bedeutet dies: Die Position eines Empfängers wird mit den Abständen zu mindestens drei bekannten Sendern bestimmt. Im Allgemeinen sind mehr als drei Distanzen vorhanden. Die Positionen werden dann mit einem iterativen Prozess bestimmt, welcher die Residuen der Gleichungen minimiert [12].

### 2.2.3 Kompass und Tiltmeter

Pro Stockwerk gibt es eine Einheit, welche aus einem Kompass und einem Tiltmeter besteht. Zusammen geben diese Messinstrumente die Ausrichtung eines Stockwerks im Raum an.

#### Der Kompass

Mit dem Kompass wird das Heading eines Stockwerks bestimmt. Dazu werden die Komponenten des Erdmagnetfeldes in  $x'$  und  $y'$  Richtung bestimmt. Dazu ist zu bemerken, dass die gemessenen Werte  $Bx'$  und  $By'$  mit vier Kalibrationswerten korrigiert werden müssen, um die Erdmagnetfeldstärke zu erhalten. Dies ist aufgrund der Eigenschaften des Kompasses und Überlagerungen des Erdmagnetfeldes durch parasitäre Magnetfeldern in den Elektronikzylindern nötig.

$$Bx = (Bx' - sx) \cdot cx \quad (2.6)$$

$$By = (By' - sy) \cdot cy \quad (2.7)$$

Die Kalibrationswerte folgen aus den Bedingungen an  $Bx$  und  $By$ , dass diese Werte, für jeweils gleiche Zeitpunkte gegeneinander aufgetragen, auf einem Kreis mit dem Radius des Erdmagnetfeldes liegen müssen.

Nimmt man an, dass die  $z'$ -Achse etwa parallel zur  $z$ -Achse verläuft (also  $Pitch \approx 0$  und  $Roll \approx 0$ ), so lässt sich das Heading  $h$  anhand des Winkels zwischen diesen Komponenten bestimmen:

$$h = -\arctan(By/Bx) + \phi \quad (2.8)$$

$\phi$  ist dabei eine konstante Phase, welche gemäss der Definition des Headings gleich dem Winkel zwischen der  $x$ -Achse und der Richtung des Erdmagnetfeldes sein muss (positiv im Uhrzeigersinn, wenn die  $x$ - $y$ -Ebene in Richtung des  $z$ -Vektors betrachtet wird). Die Werte  $Bx'$  und  $By'$  werden jeweils alle 2 Minuten bestimmt.



### Das Tiltmeter

Die Tiltmeter liefern die Werte  $Pitch'$  und  $Roll'$ , welche, mit zwei Kalibrationswerten  $Poffset$  und  $Rollset$  korrigiert,  $Pitch$  und  $Roll$  ergeben:

$$Pitch = Pitch' + Poffset \quad (2.9)$$

$$Roll = Roll' + Rollset \quad (2.10)$$

$$(2.11)$$

Die Werte  $Pitch'$  und  $Roll'$  werden ebenfalls alle 2 Minuten bestimmt.

## 2.3 Berechnung der Geometrie des Detektors

Die Geometrie des Detektors wird berechnet, indem die freien Parameter eines Modells, welches die Geometrie der Lines in der Strömung beschreibt, an die Messdaten gefittet werden.

### 2.3.1 Form einer Line

Beobachtungen zeigen, dass die Meeresströmung sich nur so langsam ändert, dass die Annahme gerechtfertigt ist, dass die Lines sich immer in einem Gleichgewichtszustand zu der aktuellen Meeresströmung befinden. Es genügt also, ein statisches Modell zu verwenden. Weiterhin wird angenommen, dass die Meeresströmung im gesamten Detektor gleich ist [14]. Die Strömung kann also durch die betragsmäßige Geschwindigkeit  $v = |\vec{v}|$  und die Richtung  $\alpha$  parametrisiert werden. Messungen zeigen, dass der Anteil der Geschwindigkeit in z-Richtung vernachlässigt werden kann.  $\vec{v}$  liegt also in der  $x-y$  Ebene.

Zur Modellierung der Form der Line (im folgenden 'Lineshape') werden die auf jeden Punkt der Line (welcher durch seine z-Koordinate parametrisiert werden kann) wirkenden Kräfte betrachtet. In z-Richtung ist die wirkende Kraft gleich der effektiven Gewichtskraft  $W$ , in der  $x-y$  Ebene ist dies die Kraft  $F$  (die Richtung dieser Kraft ist identisch mit der Richtung von  $\vec{v}$ ), welche durch die Strömung auf die einzelne Elemente wirkt. Diese sind jeweils die Summe aller oberhalb des betrachteten Punktes angreifender Kräfte:

$$W(z) = \int_{j=z}^h W(j) \quad (2.12)$$

$$F(z) = \int_{j=z}^h F(j) \quad (2.13)$$

Diese setzen sich zusammen aus  $W_{Stockwerk}$ ,  $W_{Kabel}$ ,  $W_{Boje}$  und  $F_{Stockwerk}$ ,  $F_{Kabel}$ ,  $F_{Boje}$ . Dabei wird angenommen, dass die Kräfte  $F$  unabhängig vom Winkel zwischen Strömung

und Objekt sind. Zur Vereinfachung werden nun alle wirkende Kräfte bis auf die der Boje über die gesamte Line der Höhe  $h$  verschmiert. Damit wird aus den Integralen:

$$W(z) = (25W_{Stockwerke} + 24W_{Kabel_1} + W_{Kabel_2} + W_{Kabel_3})/h \cdot (h - z) + W_{Boje} \quad (2.14)$$

$$F(z) = (25F_{Stockwerke} + 24F_{Kabel} + F_{Kabel_2} + F_{Kabel_3})/h \cdot (h - z) + F_{Boje} \quad (2.15)$$

Dabei steht  $Kabel_1$  für die Kabel, die die einzelnen Stockwerke verbinden (welche alle etwa gleich lang sind) und  $Kabel_2$  beziehungsweise  $Kabel_3$  für die Kabel, die das erste Stockwerk mit der BSS beziehungsweise das letzte Stockwerk mit der Boje verbinden. Für die Kräfte der Strömung auf ein Objekt  $j$  gilt (unter der Annahme turbulenter Strömung):

$$F_j = 1/2 \cdot \rho \cdot A_j \cdot c_{wj} \cdot v^2 = m_j \cdot v^2 \quad (2.16)$$

Damit können die Kräfte geschrieben werden als:

$$W(z) = a - bz \quad (2.17)$$

$$F(z) = (c - dz)v^2 \quad (2.18)$$

Mit:

$$a = W_{Boje} + W_{Stockwerke} \cdot 25 + W_{Kabel_1} \cdot 24 + W_{Kabel_2} + W_{Kabel_3} \quad (2.19)$$

$$b = (W_{Stockwerke} \cdot 25 + W_{Kabel_1} \cdot 24 + W_{Kabel_2} + W_{Kabel_3})/h \quad (2.20)$$

$$c = F_{Boje} + F_{Stockwerke} \cdot 25 + F_{Kabel_1} \cdot 24 + F_{Kabel_2} + F_{Kabel_3} \quad (2.21)$$

$$d = (F_{Stockwerke} \cdot 25 + F_{Kabel_1} \cdot 24 + F_{Kabel_2} + F_{Kabel_3})/h \quad (2.22)$$

Die Steigung der Line an einem Punkt ist gleich dem Verhältnis der Kräfte an diesem Punkt. Damit gilt:

$$\frac{dr_v(z)}{dz} = \frac{F(z)}{W(z)} = \frac{c - dz}{a - bz} \cdot v^2 \quad (2.23)$$

Dabei ist  $r(z)$  der radiale Abstand der Line vom ihrem Zentrum auf Höhe von  $z$ . Damit gilt:

$$\begin{aligned} r_v(z) &= v^2 \cdot \int_0^z \frac{c - ds}{a - bs} ds = \left( \frac{d}{bz} - \frac{cb - da}{b^2} \cdot \ln\left(1 - \frac{b}{az}\right) \right) \cdot v^2 \\ &= (l \cdot z - m \cdot \ln(1 - n \cdot z)) \cdot v^2 =: f(z) \cdot v^2 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Diese Formel wird im Folgenden als 'Lineshape-Formel' bezeichnet.

Damit kann auch die reale Höhe  $z$  eines Punktes auf der Line ausgerechnet werden, welcher sich nach einer Strecke  $s$  entlang des Kabels vom Ursprung befindet:

$$z_v(s) = \int_0^s \sqrt{1 + r'_v(u)^2} du \quad (2.25)$$

Die Position  $\vec{p}_{i,j}$  eines Stockwerks  $i$  der Line  $j$  bei der Strömung  $(v, \alpha)$  ergibt sich dann zu:

$$\vec{p}_{i,j} = \vec{o}_j + \begin{pmatrix} r_{v,j}(z_{v,j}(s_{i,j})) \cdot \cos(\alpha) \\ r_{v,j}(z_{v,j}(s_{i,j})) \cdot \sin(\alpha) \\ z_{v,j}(s_{i,j}) \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Dabei ist  $\vec{o}_j$  die Ankerposition von Line  $j$  und  $s_{i,j}$  die Strecke entlang des Kabels von  $\vec{o}_j$  bis zu Stockwerk  $i$  von Line  $j$ .

An dieser Stelle sollen ein paar Dinge gezeigt werden, welche aus dieser Beschreibung der Line folgen, die für weitere Teile der Arbeit noch relevant werden:

1. die Abbildung  $v \rightarrow \vec{p}_{z,i,j}$  ist bijektiv. Dies gilt, weil aus  $v$  eindeutig ein  $z(s)$  folgt und  $z(s)$  mit zu- beziehungsweise abnehmendem  $v$  stets ab- beziehungsweise zunimmt.
2. die Abbildung  $(v, \alpha) \rightarrow \vec{p}_{i,j}$  ist bijektiv. Dies folgt aus (1) und der Tatsache, dass  $\alpha$  die Richtung der Auslenkung eindeutig vorgibt.
3. die Abbildung  $r_v(z_v(s)) \rightarrow v$  ist bijektiv. Dies ist, ohne das Integral 2.25 zu lösen, nicht sofort ersichtlich, folgt aber aus der Tatsache, dass bei zunehmender Strömung jeder Punkt der Line stärker ausgelenkt ist, was offensichtlich richtig sein muss.
4. die Abbildung  $(\vec{p}_{x,i,j}, \vec{p}_{y,i,j}) \rightarrow v$  ist injektiv. Dies folgt aus (3).

### 2.3.2 Fitten der Geschwindigkeit

Wie in Kapitel 2.3.1 beschrieben, kann die Lineshape mit einigen (bekannten) Konstanten und den Parametern der Meereströmung  $(v, \alpha)$  beschrieben werden. Die einzigen zu bestimmenden Parameter sind also  $(v, \alpha)$ . Genauso möglich ist demnach eine Parametrisierung der Line durch die Komponenten der Strömung  $(v_x, v_y)$ . Es gilt dann:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (2.27)$$

$$\alpha = \arctan(v_y/v_x) \quad (2.28)$$

Weiterhin sind, wie in Kapitel 2.2 beschrieben, einige Parameter der Line bekannt (welche alle zwei Minuten aktualisiert werden). Die relevanten Daten sind (für jede Line):

1. die Position des Ursprungs  $\vec{o}$
2. die Position von 5 Punkten mit bekanntem Abstand vom Ursprung entlang der Line  $\vec{S}_i$ .
3. die Neigungen der Line an 25 Punkten  $p_i$  und  $r_i$ .

4. die Rotation der Line an 25 Punkten  $h_i$ .

Für die Bestimmung der Lineshape wird ein Least-Square-Fit ausgeführt, um die Parameter  $(v_x, v_y)$  durch Anpassen der Lineshape an die Messdaten zu bestimmen [14]. Die Berechnung wird dabei für jede Line einzeln ausgeführt.

Die zu minimierende Funktion setzt sich aus mehreren Teilen zusammen, welche unterschiedliche Daten berücksichtigt.

1. Es werden die bekannten Positionen der Stockwerke berücksichtigt. Der Term hierfür lautet:

$$(r(z_i) \cdot \cos(\psi_{Line}) - S_{xi})^2 / errS + (r(z_i) \cdot \sin(\psi) - S_{yi})^2 / errS \quad (2.29)$$

Dabei ist  $i$  die Nummer des Stockwerks,  $\psi_{Line}$  der Azimuth der Line,  $z_i$  die Höhe des Stockwerks  $i$  und  $errS = 5$  cm der Fehler in den Positionen.

2. der Azimuth, also die Richtung in die die Line zeigt, wird folgendermaßen berücksichtigt:

$$\frac{\psi_{Line} - \psi_i}{err\psi} \quad (2.30)$$

Dabei ist  $i$  die Nummer des Stockwerks,  $\psi_{Line}$  der Azimuth der Line,  $\psi_i$  der Azimuth des Stockwerks  $i$ ,  $err\psi = 0.1^\circ$  der Fehler im Azimuth der Stockwerke.

3. die Neigung wird berücksichtigt, indem die Neigung jedes einzelnen Stockwerks auf die Ebene der Line projiziert wird:

$$\frac{(r'_i(z) - \sin(\theta_i) \cos(\Delta\psi_i))^2}{(\cos(\Delta\psi_i) \cos(\theta_i) err\psi_i)^2 + (\sin(\Delta\psi_i) \sin(\theta_i) err\psi_i)^2} \quad (2.31)$$

Dabei ist  $i$  die Nummer des Stockwerks,  $\psi_{Line}$  der Azimuth der Line,  $\psi_i$  der Azimuth des Stockwerks  $i$ ,  $\Delta\psi = \psi_{Line} - \psi_i$  und  $err\psi = 0.1^\circ$  der Fehler im Azimuth der Stockwerke.

Da der Fit für jede Line separat ausgeführt wird, ergeben sich für einen Zeitraum mehrere Geschwindigkeiten und Winkel  $v_i, \alpha_i$ , die den einzelnen Lines  $i$  zugeordnet sind. Prinzipiell wäre es sinnvoller, mit den Daten aller Lines eine einzige Geschwindigkeit zu fitten, welche für alle Lines gültig ist (ein so genannter Global-Fit). Dies würde die Genauigkeit erhöhen und die Auswirkung ausgefallener Hydrophone und Tiltmeter verringern. Voraussetzung dafür wäre aber, dass keine systematischen Abweichungen zwischen den einzelnen Geschwindigkeiten  $v_i$  auftreten, etwa durch falsche Parameter der einzelnen Lines (vergleiche Kapitel 2.3.1). Dies ist derzeit nicht gegeben, die Genauigkeit in den Positionen ist besser, wenn die Geschwindigkeiten jeweils einzeln bestimmt werden. Zu systematischen Fehlern siehe auch Kapitel 3.2.



## 3 Verbesserungen der Methoden und Daten zur Geometriebestimmung des Detektors

Im Rahmen dieser Arbeit gab es mehrere Hinweise auf Ungenauigkeiten bei den Daten und Methoden zur Bestimmung der Detektorgeometrie. Im Folgenden soll gezeigt werden, welche Ursachen und Folgen diese haben und wie sie korrigiert werden können.

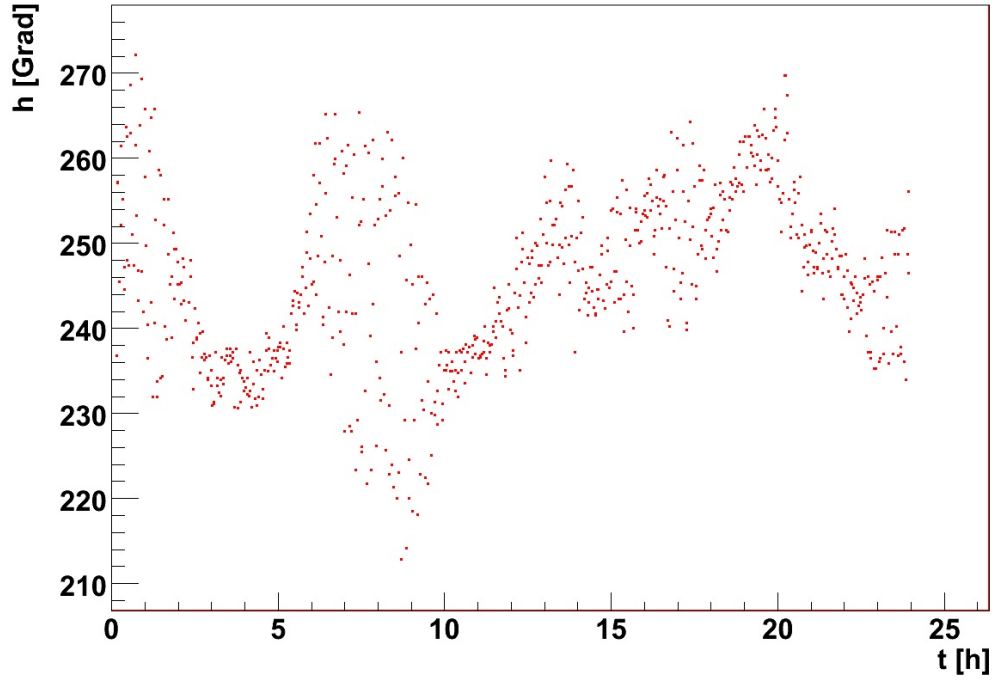
### 3.1 Das Sliding Average

In Kapitel 2.2.2 wurde bereits darauf hingewiesen, dass die bisher durchgeführte Methode des 'Sliding Average' nicht genau das tut, was eigentlich von ihr gefordert wird. Es sollte zeitlich über die Daten gemittelt werden, welche die zeitlich nur schwach variierenden Positionen des Kabels auf Höhe der einzelnen Stockwerke beschreiben. Stattdessen wird über die akustischen Laufzeiten, welche die Positionen der Hydrophone angeben, gemittelt. Diese hängen aber nicht nur von der Position des Kabels, sondern auch vom Heading der Stockwerke ab. Die Positionen der Hydrophone können damit auch bei unveränderlicher Position der Kabel über kurze Zeiten starke Änderungen erfahren. Dies tritt dann auf, wenn sich das Heading über kurze Zeit stark ändert, beispielsweise aufgrund von Drehschwingungen der Stockwerke. Im Folgenden wird gezeigt, dass dies tatsächlich passiert und welche Auswirkungen dies auf die Positionsdaten hat. Anschließend wird gezeigt, wie das Problem behoben werden kann und welche Verbesserung in den Positionsdaten damit zu erwarten ist.

#### 3.1.1 Auswirkungen des Fehlers

Wie in Abbildung 3.1 zu sehen, können große Änderungen des Headings über kurze Zeiträume auftreten. In diesem Fall ändert sich das Heading in wenigen Minuten um über  $40^\circ$ . Bei diesen Änderungen des Headings handelt es sich höchstwahrscheinlich um Drehschwingungen (vergleiche Abbildung 3.2). Die Schwingungsperiode beträgt dabei etwa 10 Minuten.

Es ist anzunehmen, dass die Rotationen des Stockwerks um seinen Schwerpunkt stattfinden, was etwa der Position des Kabels entspricht. Das Hydrophon, welches sich etwa 0.29 m senkrecht zur Rotationsachse vom Schwerpunkt entfernt befindet, führt also eine Bewegung auf einem Kreis aus. Im Folgenden sei:



**Abbildung 3.1** Zeitlicher Verlauf des Heading von Line 3, Stockwerk 19 über den 1.3.2009.

$\vec{k}$  = Position des Hydrophones

$\vec{p}$  = Position des Kabels auf Höhe des Stockwerks

$h$  = Heading des Stockwerks

$\Delta\phi$  = Änderung des Heading

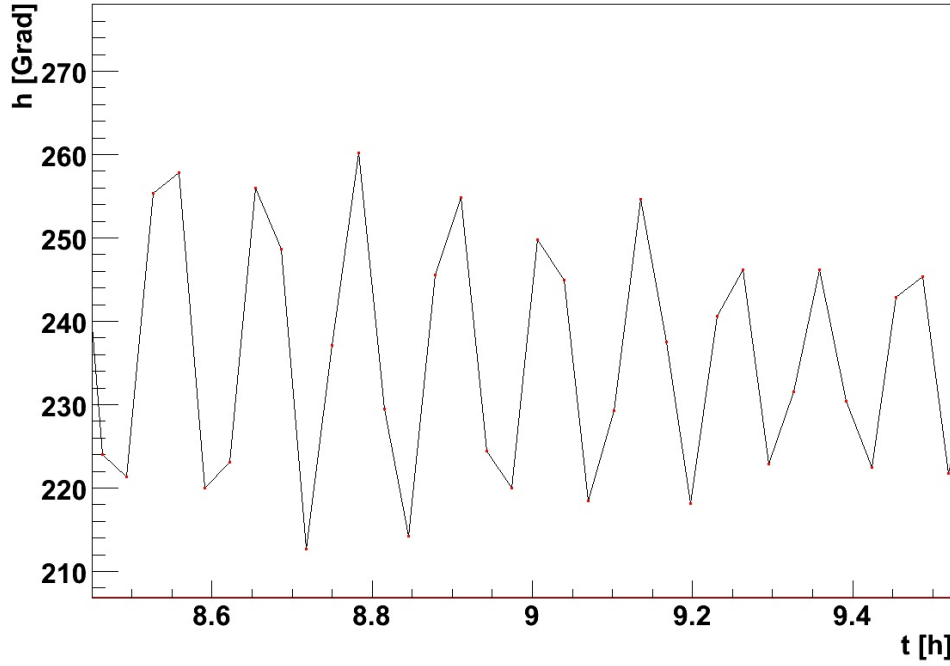
$r = 0.29 \text{ m}$  = Entfernung des Hydrophons senkrecht zur Rotationsachse vom Kabel

Damit gilt für die Position eines Hydrophon:

$$k_x = p_x + r \cdot \cos(h) \quad (3.1)$$

$$k_y = p_y + r \cdot \sin(h) \quad (3.2)$$

Umgekehrt gilt für die Kabelpositionen:



**Abbildung 3.2** Zeitlicher Verlauf des Heading von Line 3, Stockwerk 19 über den 1.3.2009.

$$p_x = k_x - r \cdot \cos(h) \quad (3.3)$$

$$p_y = k_y - r \cdot \sin(h) \quad (3.4)$$

Bleibt der Schwerpunkt eines Stockwerks konstant, so gilt für die Positionsänderung eines Hydrophones:

$$\begin{aligned} \Delta k_{max} &= \sqrt{(p_x + \cos(0) \cdot r - (p_x + \cos(\Delta h) \cdot r)^2 + (p_y + \sin(0) \cdot r - (p_y + \sin(\Delta h) \cdot r)^2)} = \\ &= \sqrt{1 - \cos(\Delta h))^2 + \sin^2(\Delta h) \cdot r} \end{aligned} \quad (3.5)$$

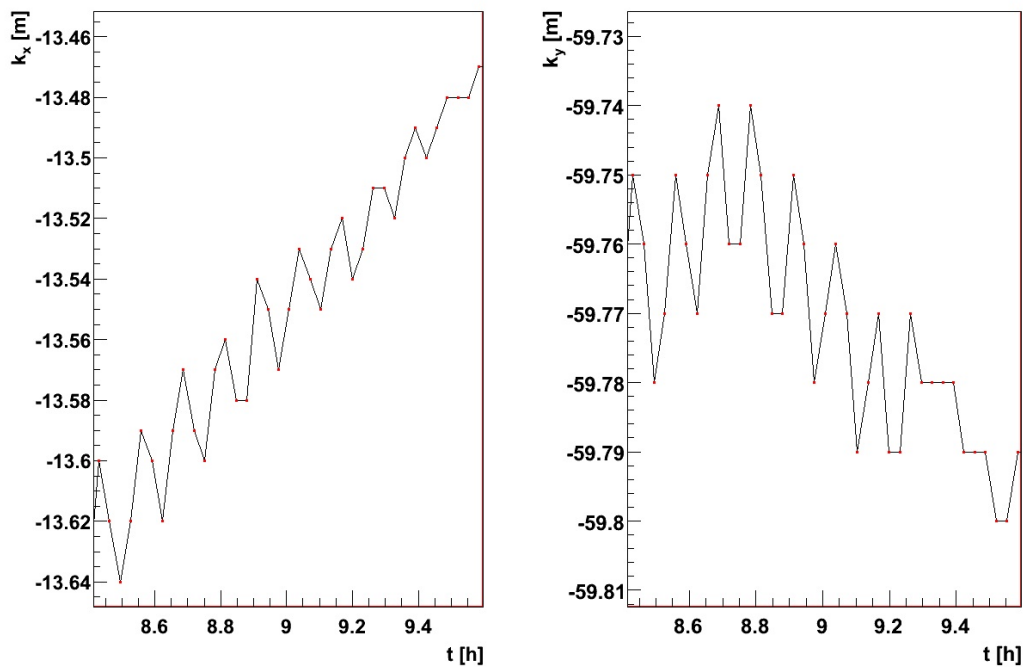
Dabei wurde O.B.d.A angenommen, dass am Ausgangspunkt der Schwingung  $h = 0$  gilt.



Wenn  $h$  nun in 5 min in einem Bereich von  $40^\circ$  variiert (wie es im Zeitraum von Abbildung 3.2 stellenweise gegeben ist) folgt:

$$\Delta k_{max} \approx 0.2 \text{ m}$$

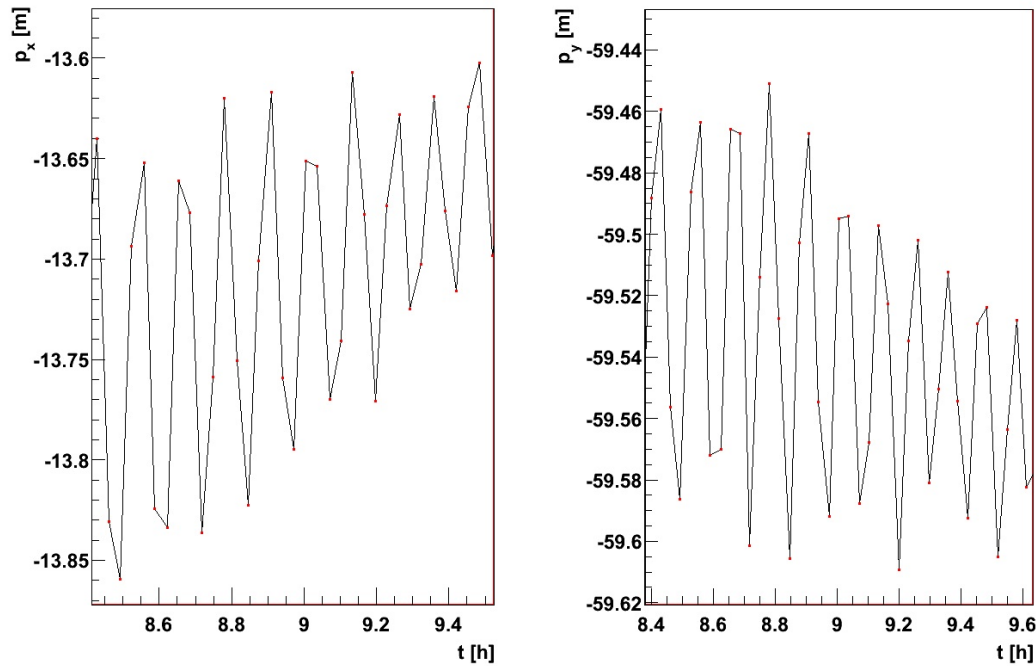
Da die Anwendung des Sliding Average über einen größeren Zeitraum als die halbe Schwingungsperiode erfolgt, ist zu erwarten, dass diese Bewegung des Hydrophons durch das Sliding Average stark gedämpft wird. Die so produzierten Daten sind in Abbildung 3.3 dargestellt.



**Abbildung 3.3** Zeitlicher Verlauf der per Triangulation und Sliding Average bestimmten Hydrophonpositionen von Line 3, Stockwerk 19 über den 1.3.2009. Der Koordinatenursprung wurde willkürlich gewählt.

Für jeden Zeitraum  $\Delta t$  mit  $\Delta t < 10$  Minuten gilt dabei  $\Delta h_{max} < 0.06 \text{ m}$ . Wie zu erwarten sind die durch die Rotation des Stockwerks hervorgerufenen Bewegungen des Hydrophons nicht mehr in der ursprünglichen Größe vorhanden. Damit kann festgestellt werden, dass das Verfahren des Sliding Average die Hydrophonpositionen in Extremfällen um mehrere Dezimeter verfälschen kann.

Da nach der Berechnung des Sliding Average die Hydrophonpositionen nahezu konstant sind, wird, wenn die Berechnung der Linepositionen nach 3.3 und 3.4 ausgeführt wird, die reale Bewegung des Hydrophones als scheinbare Bewegung auf die Line übertragen. Das Resultat ist für den bisher als Beispiel verwendeten Zeitraum in Abbildung 3.4 zu sehen.



**Abbildung 3.4** Zeitlicher Verlauf der errechneten Lineposition von Line 3, Stockwerk 19 über den 1.3.2009. Der Koordinatenursprung wurde willkürlich gewählt.

Wie zu erwarten zeigt nun die Position des Kabels nicht zu vernachlässigende (real nicht vorhandene) Bewegungen, welche auch in der (stellenweise erwarteten) Größenordnung von 0.2 m über Zeitraum von 5 min liegen.

#### 3.1.2 Die Korrektur

Dieses Problem könnte umgangen werden, indem das Sliding Average erst auf die nach 3.3 und 3.4 errechneten Stockwerkspositionen angewandt wird, da in diesem Fall tatsächlich nur über in einem kleinen Zeitraum beinahe konstante Werte gemittelt würde. Dies würde praktisch jedoch erheblichen Aufwand erfordern, da dazu zunächst die Hydrophonpositionen neu berechnet werden müssten. Daher wird im Folgenden nach einer

Lösung des Problems gesucht, welche ohne Neuberechnung der Hydrophonpositionen auskommt.

Dazu wird zunächst die Annahme gemacht, dass die Mittelung über die akustischen Laufzeiten, wie sie mit dem Sliding Average geschieht, äquivalent zu der Mittelung über die mit den ungemittelten Laufzeiten errechneten Hydrophonpositionen ist. Dies ist aufgrund der Art der Berechnung der Hydrophonpositionen (vergleiche Kapitel 2.2.2) nicht ganz korrekt, stellt aber eine akzeptable Näherung dar. Außerdem wird ignoriert, dass zu sehr abweichende Laufzeiten nicht in die Berechnung einfließen (vergleiche wieder Kapitel 2.2.2).

Nummeriert man die einzelnen Messpunkte der Hydrophone in zeitlich aufsteigender Reihenfolge durch (wobei für die momentane Datennahme die benachbarten Messpunkte jeweils etwa 2 Minuten auseinanderliegen), so wird für die Mittelung jeder Messpunkt  $m$  so transformiert, dass über alle Messpunkte von  $m - n/2$  bis  $m + n/2$  summiert und die Summe durch  $n + 1$  dividiert wird. Dabei ist  $n$  eine gerade Zahl. Diese Mittelung wird dreimal hintereinander angewandt (vergleiche wieder Kapitel 2.2.2).

Im Folgenden sei:

$$\vec{k}_i = \text{Position des Hydrophons zum Messpunkt } i$$

Das Verfahren des Sliding Average lässt sich dann (unter Berücksichtigung der Näherung) folgendermaßen formulieren:

$$\vec{k}'_i = \frac{1}{n+1} \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{k}_{i+m} \quad (\text{erste Mittelung}) \quad (3.6)$$

$$\vec{k}''_i = \frac{1}{n+1} \sum_{m'=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{k}'_{i+m'} = \frac{1}{n+1^2} \sum_{m'=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{k}_{i+m+m'} \quad (\text{zweite Mittelung}) \quad (3.7)$$

$$\vec{k}'''_i = \frac{1}{n+1} \sum_{m''=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{k}''_{i+m''} = \frac{1}{n+1^3} \sum_{m''=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{m'=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{k}_{i+m+m'+m''} \quad (\text{dritte Mittelung}) \quad (3.8)$$

kurz:

$$\vec{k}'''_i = \frac{1}{n+1^3} \sum \sum \sum \vec{k}_d \quad (3.9)$$

Dabei ist  $d = i + m + m' + m''$ .

Mit

$$h_i = \text{Heading des Stockwerks zum Messpunkt } i \quad (3.10)$$

$$\vec{a}_i := 0.293 \cdot \begin{pmatrix} \cos(h_i) \\ \sin(h_i) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

wird dann bisher die Position der Line  $\vec{p}_{alt,i}'''$  berechnet (vergleiche Gleichung 3.3 und 3.4):

$$\vec{p}_{alt,i}''' = \vec{k}_i''' + \vec{a}_i \quad (3.12)$$

Nun wird gezeigt, was für die Kabelposition  $\vec{p}_i'''$  gilt, wenn das Sliding-Average direkt auf  $\vec{p}_i$  angewandt wird:

$$\vec{p}_i' = \frac{1}{n+1} \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{p}_{i+m} \quad (\text{erste Mittelung}) \quad (3.13)$$

$$\vec{p}_i'' = \frac{1}{n+1} \sum_{m'=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{p}_{i+m'}' = \frac{1}{n+1^2} \sum_{m'=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{p}_{i+m+m'} \quad (\text{zweite Mittelung}) \quad (3.14)$$

$$\vec{p}_i''' = \frac{1}{n+1} \sum_{m''=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{p}_{i+m''}'' = \frac{1}{n+1^3} \sum_{m''=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{m'=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \vec{p}_{i+m+m'+m''} \quad (\text{dritte Mittelung}) \quad (3.15)$$

Nach Gleichung 3.3 und 3.4 gilt:

$$\vec{p}_i = \vec{k}_i + \vec{a}_i = \text{Position des Stockwerks zum Messpunkt } i \quad (3.16)$$

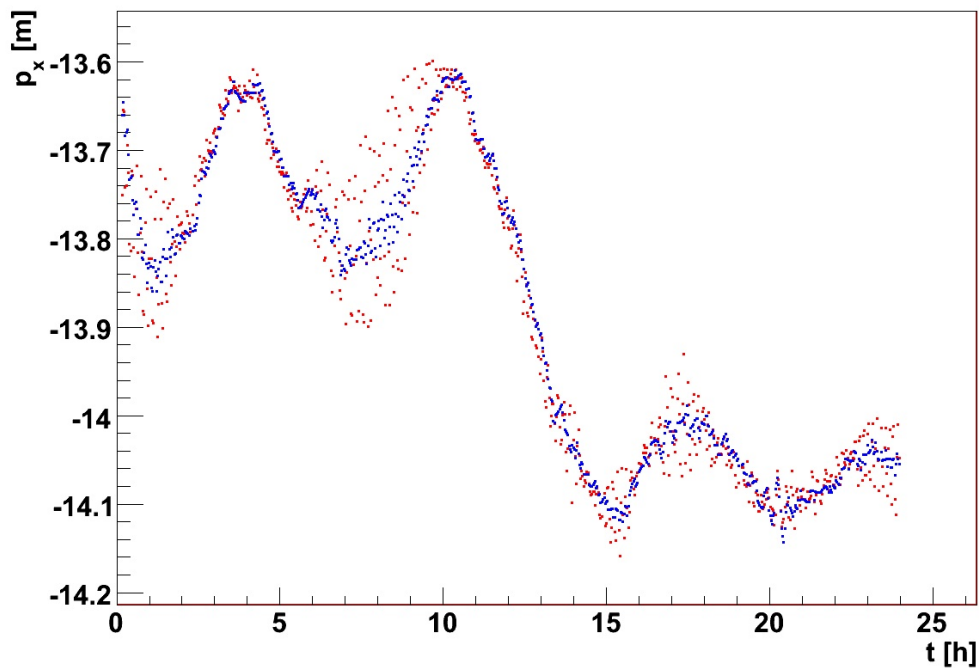
Mit analog zu oben gewähltem  $d$  wird daraus:

$$\begin{aligned} \vec{p}_i''' &= \frac{1}{n+1^3} \sum \sum \sum \vec{p}_d = \frac{1}{n+1^3} \sum \sum \sum (\vec{k}_d + \vec{a}_d) \\ &= \frac{1}{n+1^3} \sum \sum \sum \vec{k}_d + \frac{1}{n+1^3} \sum \sum \sum \vec{a}_d = \vec{k}_i''' + \vec{a}_i''' \end{aligned} \quad (3.17)$$

Es ist also möglich  $\vec{p}_i'''$  aus den separat ermittelten Daten  $\vec{l}_i'''$  und  $\vec{a}_i'''$  zu bestimmen. Das Problem kann also korrigiert werden, indem bei der Berechnung der Lineshape statt wie bisher die Linepositionen mit 3.12 zu berechnen, mit dem Verfahren des Sliding Average ein  $\vec{a}_i'''$  bestimmt wird und dann die Kabelposition mit

$$\vec{p}_i''' = \vec{k}_i''' + \vec{a}_i''' \quad (3.18)$$

berechnet wird.



**Abbildung 3.5** Zeitlicher Verlauf der x-Komponente der Koordinaten von Line 3, Stockwerk 19 über den 1.3.2009. Die roten Punkt entsprechen einer Berechnung nach 3.12, die blauen Punkt entsprechen einer Berechnung nach 3.12. Der Koordinatenursprung wurde willkürlich gewählt.

Der Vergleich dieser beiden Berechnungsmethoden für die Lineposition ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Die Änderung der Position des Kabels ist nun erheblich geringer, sie liegt bei nicht mehr als 2 cm/min, was eher mit einer über kurze Zeiträume nahezu konstanten Kabelposition vereinbar ist.

Auffällig ist, dass die Positionen des Kabels im Bereich stärkerer Oszillationen des Headings immer noch stärkere (periodische) Bewegungen zeigen, es also nach wie vor eine Korrelation zwischen Rotation des Stockwerks und Position des Kabels gibt. Eine mögliche Interpretation dafür wäre, dass der Schwerpunkt des rotierenden Stockwerks sich nicht im angenommenen Abstand  $r = 0.293 \text{ m}$  vom Hydrophon befindet. Dies kann jedoch als Ursache ausgeschlossen werden:

Betrachtet man die Richtung von  $\vec{a}_i'''/r$ , was einem mittels Sliding Average gemittelten Heading  $h'''$  entspricht, so stellt man fest, dass sich diese im Zeitraum der Oszillationen nur sehr schwach ändert und quasi keine Oszillationen mehr zeigt (vergleiche Abbildung 3.6). Die Hydrophonpositionen selbst zeigen nach dem Sliding Average aber noch Oszillationen in der Größenordnung von einigen Zentimetern (vergleiche Abbildung 3.6). Diese können, aufgrund der geringen Änderung von  $h'''$ , nicht durch Berücksichtigung des Abstandes vom Hydrophon zum Schwerpunkt eliminiert werden, wenn dieser Abstand noch in der Größenordnung von  $0.3 \text{ m}$  liegen soll.

Die Ursache für die Bewegungen ist daher vermutlich die Näherung, dass die Mittelung über die akustischen Laufzeiten äquivalent zu der Mittelung über die mit den ungemittelten Laufzeiten errechneten Hydrophonpositionen ist.

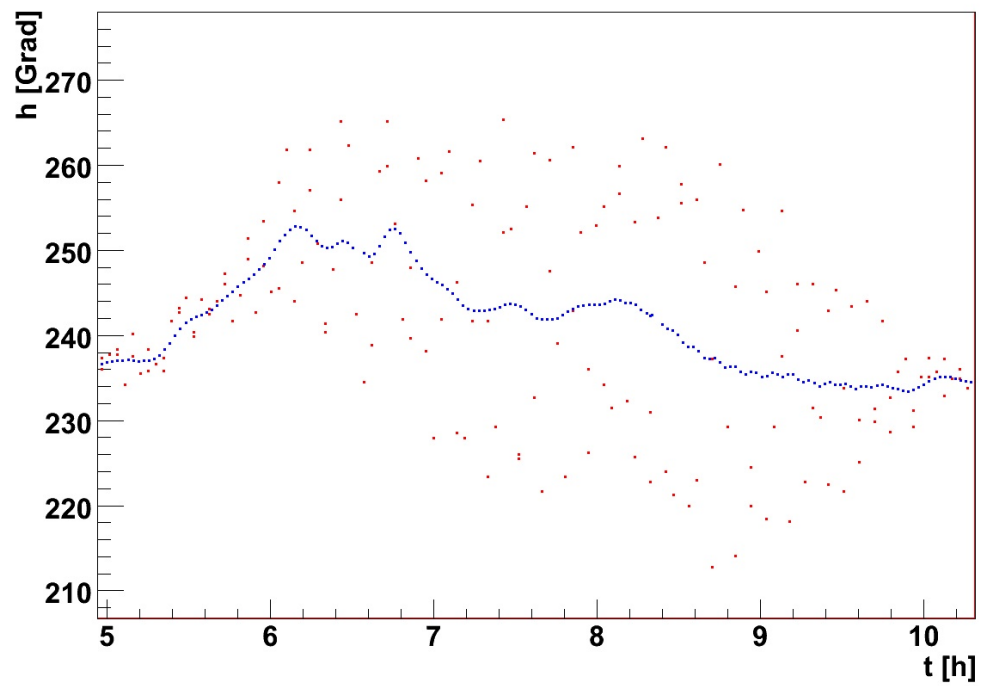
### 3.1.3 Abweichungen in den Positionen

Die Abweichung der realen zu den mit dem bisherigen Verfahren errechneten Positionen  $\Delta p_i$  lauten also:

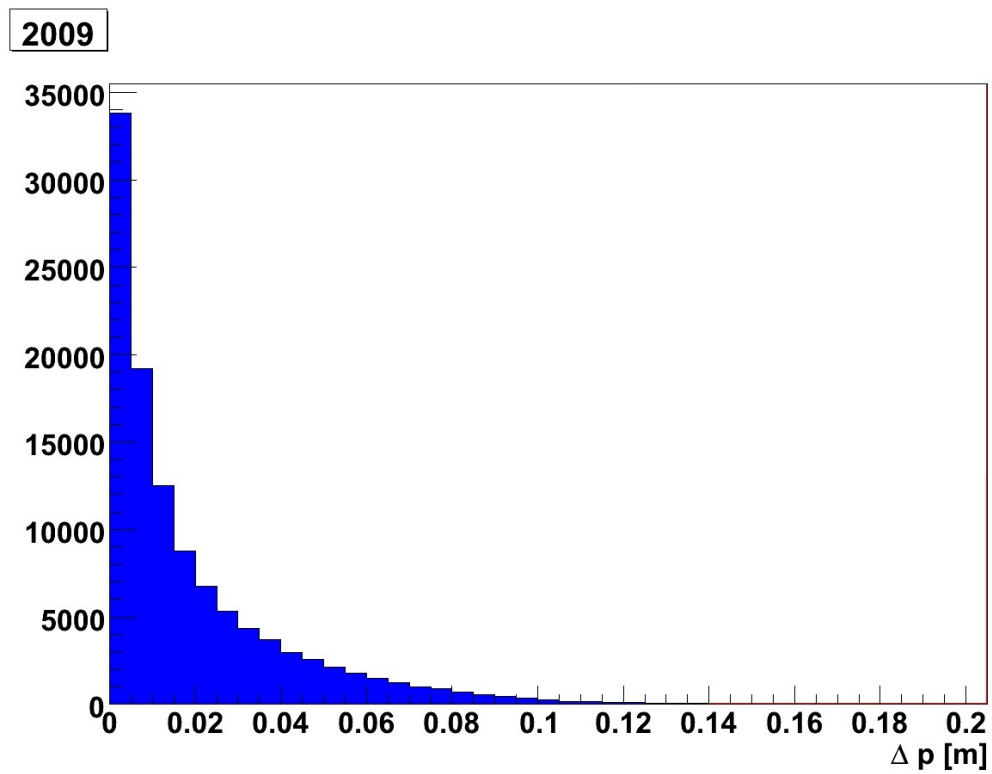
$$\begin{aligned} \Delta p_i &= ((p_{alt,i,x}''' - p_{i,x}''')^2 + (p_{alt,i,y}''' - p_{i,y}''')^2)^{0.5} \\ &= ((a_{i,x} - a_{i,x}''')^2 + (a_{i,y} - a_{i,y}''')^2)^{0.5} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Um eine Abschätzung der real auftretenden Abweichungen zu erhalten, werden die Abweichungen einiger ausgewählter Stockwerke für die gesamten Daten von 2009 betrachtet. Siehe als Beispiel dafür Abbildung 3.7. Es zeigt sich, dass größere Abweichungen relativ selten auftreten. Die mittlere Abweichung hängt dabei auch vom betrachteten Stockwerk ab (die Ursache dafür ist, dass der zeitliche Verlauf des Headings von der Stockwerkshöhe abhängig ist, siehe dafür auch Kapitel 4.2) und liegt bei etwa  $2 \text{ cm}$  mit einer Standardabweichung von etwa  $2.5 \text{ cm}$ . Eine Abweichung von mehr als  $5 \text{ cm}$  tritt zu einem Anteil von etwa  $0.02$  aller Ereignisse auf.

Es wurde also gezeigt, dass die momentane Berechnung des Sliding Average zu einem insgesamt geringen Fehler führt. Dieser Fehler kann mit einer einfachen Methode nahezu vollständig behoben werden. Eine vollständige Korrektur würde dagegen einen Aufwand erfordern, der in keinem Verhältniss zum erwarteten Nutzen steht.



**Abbildung 3.6** Zeitlicher Verlauf des Heading, mit (blau) und ohne (rot) Sliding Average, von Line 3, Stockwerk 19 über den 1.3.2009.



**Abbildung 3.7** Unterschied zwischen den mit dem neuen und dem bisherigen Verfahren berechneten Positionen von Stockwerk 20 der Line 3 von ganz 2009.



## 3.2 Berechnung der Ankerpositionen

Bei Untersuchungen zur Machbarkeit eines Global-Fit hat die Betrachtung der Geometrie- und Strömungsdaten gezeigt, dass bei der Berechnung dieser Daten ein systematischer Fehler vorliegen muss. In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, warum diese Daten auf einen Fehler in den Ankerpositionen schließen lassen, wie die korrekten Ankerpositionen bestimmt werden können und welche Auswirkungen dies hat.

### 3.2.1 Hinweise auf fehlerhafte Ankerpositionen

Im Fall eines korrekten Fits der Strömungsgeschwindigkeiten  $v_j$  anhand der Daten von Line  $j$  (was insbesondere eine korrekte Wahl der Konstanten der Lineshape-Formel bedeutet) sollten alle errechneten Geschwindigkeiten zu einem Zeitpunkt gleich sein:

$$v_i = v_j \forall i, j \in [1, 12] \quad (3.20)$$

Wenn die einzelnen Konstanten der einzelnen Lineshape-Formeln falsch sind (was, wie in Kapitel 2.3.1 erwähnt, in einem gewissen Maß auf jeden Fall zutrifft), so muss dies nicht mehr zwangsläufig gelten. Da die Lineshape-Formel aber immer noch eine bijektive Abbildung zwischen  $r(z)$  und  $v$  ist (vergleiche 2.3.1), muss auch eine eindeutige Abbildung zwischen den errechneten Beträgen der Strömungsgeschwindigkeiten der einzelnen Lines existieren:

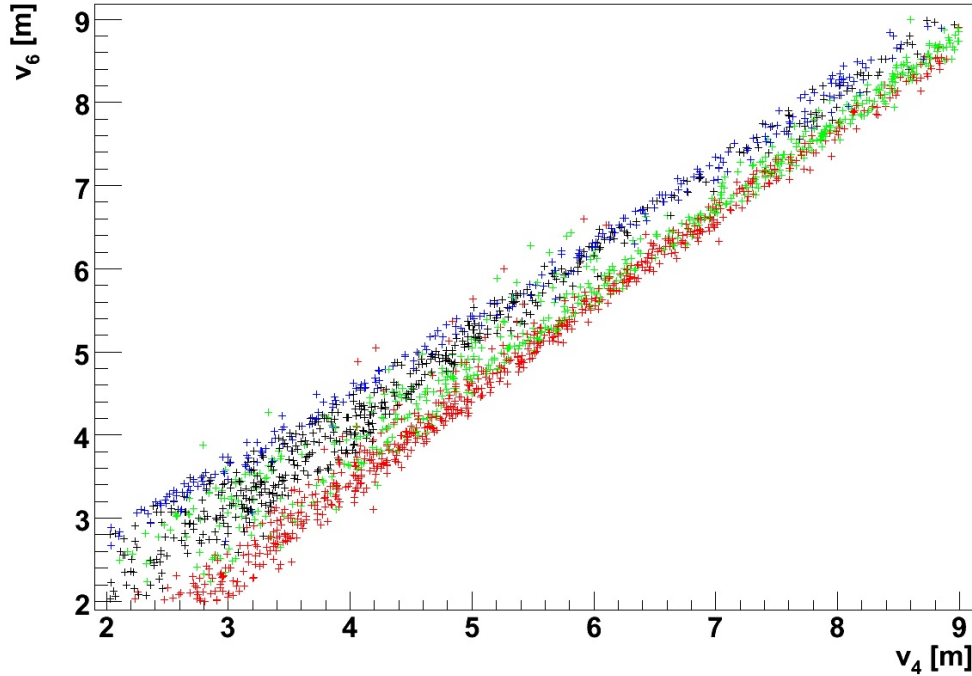
$$v_i = g_{ij}(v_j) \quad (3.21)$$

Abweichungen von dieser Gleichung sollten nur durch statistische Fehler gegeben sein. Die Beschreibung der Richtung der Meereströmung  $\alpha_i$  die von den einzelnen Lines errechnet wird, ist noch einfacher. Unabhängig von den für die Lineshape-Formel verwendeten Konstanten sollten diese Winkel stets gleich sein:

$$\alpha_i = \alpha_j \forall i, j \in [1, 12] \quad (3.22)$$

Im Folgenden werden diese Beziehungen anhand von Messdaten überprüft. Trägt man  $v_i(t)$  gegen  $v_j(t)$  auf, so sollte dieser Graph die (bijektive) Abbildung  $g_{ij}$  aus Gleichung 3.21 erkennen lassen. Abbildung 3.8 zeigt ein Beispiel eines solchen Graphen für Line 4 und 6 (das im Folgenden Gezeigte gilt in ähnlicher Form auch für den Vergleich zwischen anderen Lines):

Dabei fällt auf, dass die Werte von  $v_6$  nicht, wie eigentlich zu erwarten wäre, gleichmäßig um eine Funktion von  $v_4$  verteilt sind. Stattdessen sind im wesentlich zwei Äste zu erkennen, die eine jeweils verschiedene Beziehung zwischen  $v_4$  und  $v_6$  liefern. Auch wenn offenbar  $v_4$  und  $v_6$  stets ähnliche Werte annehmen, so kann aufgrund dieser Struktur die



**Abbildung 3.8** Vergleich der Geschwindigkeiten, welche mit Line 4 und Line 6 zum jeweils gleichen Zeitpunkt bestimmt wurden. Die Farben geben die von Line 4 bestimmte Strömungsrichtung an. Schwarz:  $0^\circ < \alpha_4 < 90^\circ$ . Rot:  $90^\circ < \alpha_4 < 180^\circ$ . Grün:  $180^\circ < \alpha_4 < 270^\circ$ . Blau:  $270^\circ < \alpha_4 < 360^\circ$

Abbildung zwischen  $v_4$  und  $v_6$  nicht mit Gleichung 3.21 beschrieben werden. Dieses Problem lässt sich, wie beschrieben, auch nicht mit abweichenden Fitparametern erklären. Die Farbkodierung in Abbildung 3.8 ergibt sich aus dem Winkelbereich, in welchem die Strömungsrichtung  $\alpha_4$  liegt, welche  $v_4$  zugeordnet ist. Eine Farbe steht dabei jeweils für einen sich mit keinem anderen Winkelbereich überschneidenden Winkelbereich von  $90^\circ$ . Dies lässt vermuten, dass die Abbildung zwischen  $v_i$  und  $v_j$  nur mit der zusätzlichen Variablen  $\alpha_i$  beschrieben werden kann:

$$v_i = g_{ij}(\alpha_j, v_j) \quad (3.23)$$

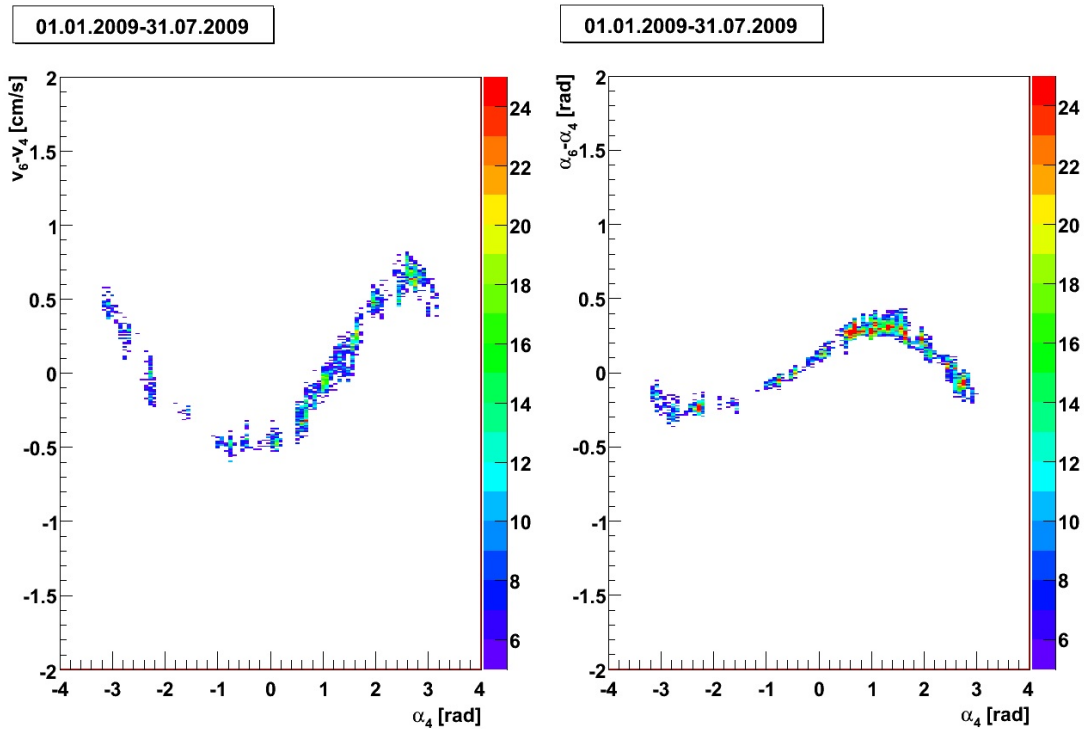
Dies bedeutet, dass entweder die Annahme einer homogenen Meeresströmung falsch ist oder dass es einen systematischen Fehler bei der Berechnung der Strömungsgeschwindigkeiten gibt. Dieser Fehler kann nicht durch die Fitparameter zustande kommen und muss daher ein systematischer Fehler in den verwendeten Positionsdaten sein. Demzu-

folge wäre zu erwarten, dass eine entsprechende Abweichung auch für die gemessenen Richtungen der Meeresströmung  $\alpha_i$  auftritt, dass also statt Gleichung 3.22 eine Gleichung

$$a_i = f_{ij}(a_j, v_j) \quad (3.24)$$

für die Beschreibung der Beziehung zwischen den einzelnen Strömungsrichtungen verwendet werden muss.

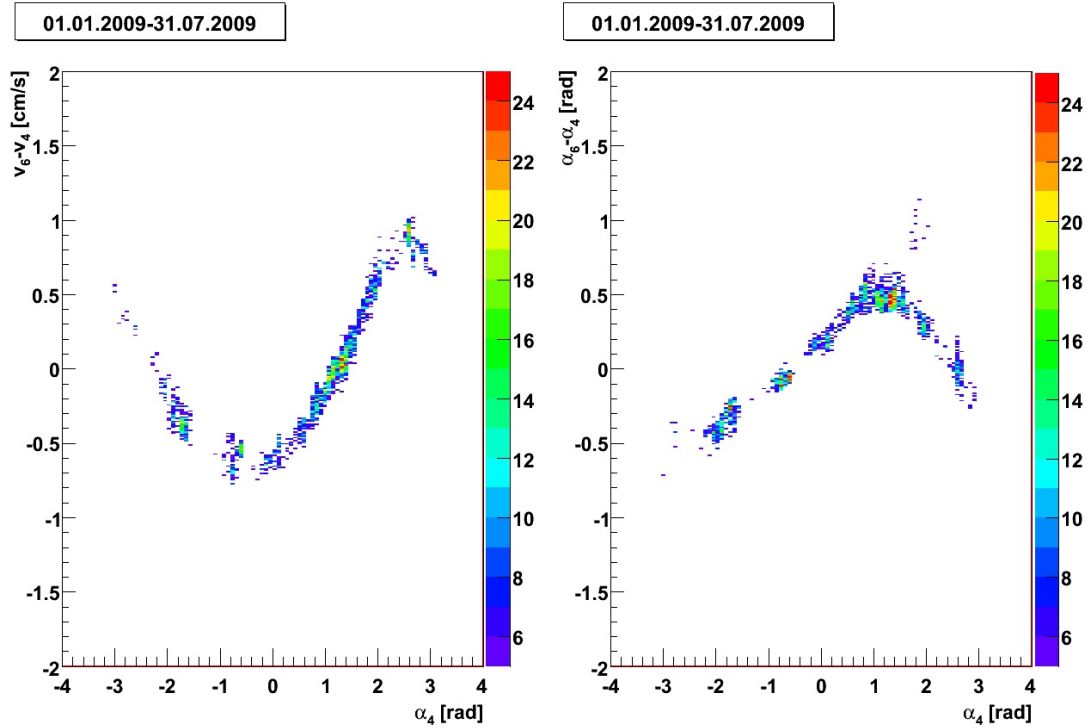
Eine derartige Systematik ist festzustellen, wie in Abbildung 3.9 zu sehen ist. Die Plots zeigen die Differenz zwischen den Geschwindigkeiten  $v_4$  und  $v_6$  und die Differenz zwischen den Winkeln  $\alpha_4$  und  $\alpha_6$ , aufgetragen gegen  $\alpha_4$ , wobei nur solche Geschwindigkeiten berücksichtigt wurden, für die  $3.5 \text{ cm/s} < v_4 < 4.5 \text{ cm/s}$  gilt. Die Plots zeigen also die Funktionen  $g'_{64}(a_4, v_4 \approx 4 \text{ cm/s})$  und  $f'_{64}(a_4, v_4 \approx 4 \text{ cm/s})$  (auch hier gilt, dass Vergleiche von anderen Lines analoge Erkenntnisse liefern).



**Abbildung 3.9** Geschwindigkeits- und Winkeldifferenz der Lines 4 und 6 abhängig von der Strömungsrichtung, die Line 4 misst. Für die Strömungsgeschwindigkeit, die Line 4 misst, gilt  $3.5 \text{ cm/s} < v_i < 4.5 \text{ cm/s}$ .

Weitere Informationen liefert der Vergleich dieser Histogramme mit äquivalenten Histogrammen, die aber Messpunkte für ein anderes Geschwindigkeitsintervall zeigen. Wird

$2.5 \text{ cm/s} < v_i < 3.5 \text{ cm/s}$  als Bedingung gewählt, so kann, wie in Abbildung 3.10 zu sehen, festgestellt werden, dass der grundsätzliche Verlauf der Kurve ähnlich ist, die betragsmäßigen Geschwindigkeits- beziehungsweise Winkeldifferenzen im Mittel jedoch zunehmen.



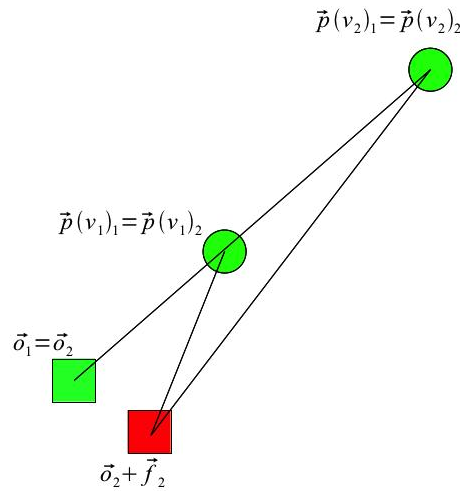
**Abbildung 3.10** Geschwindigkeits- und Winkeldifferenz der Lines 4 und 6 abhängig von der Strömungsrichtung, die Line 4 misst. Für die Strömungsgeschwindigkeit, die Line 4 misst, gilt  $2.5 \text{ cm/s} < v_i < 3.5 \text{ cm/s}$ .

Die Geschwindigkeitsintervalle dieser Histogramme wurden so gewählt, dass für diese genügend Daten vorhanden sind um die Beziehungen erkennen zu können. Für den vermutlich interessanten Vergleich von Geschwindigkeiten nahe Null oder sehr hohen Geschwindigkeiten waren nicht genügend Daten vorhanden.

Festzustellen ist, dass damit eine Inhomogenität der Meereströmung als alleinige Ursache sehr unwahrscheinlich ist, da dann eine nahezu konstante, sehr spezielle Abbildung zwischen den Strömungsdaten an zwei Orten existieren müsste. Daher wird der Fehler

bei der Bestimmung der Positionsdaten gesucht.

Eine mögliche Erklärung wäre eine falsche Ankerposition einer Line in  $x$ - und  $y$ - (nicht notwendigerweise in  $z$ -) Richtung. Diese könnte die Richtungsabhängigkeit der Differenzen als auch die betragsmäßig steigenden Differenzen bei sinkender Auslenkung erklären. Dabei wird angenommen, dass die Positionen der RxTx und Rx Elemente (welche selbstkonsistent bestimmt werden können [13]) keinen systematischen Fehler haben sind und nur die verwendeten Ankerpositionen, welche nicht identisch mit den RxTx-Positionen sind, systematisch von den realen Ankerpositionen abweichen. Als Ursache denkbar wäre beispielsweise eine Ungenauigkeit in der Ausrichtung der BSS (vergleiche Kapitel 2.2.2). Vereinfacht ist dies in Abbildung 3.11 dargestellt. Die Vereinfachung besteht in der Annahme, dass jede Line nur ein Stockwerk besitzt. Dabei werden zwei Lines verglichen, die so verschoben wurden, dass ihre realen Ankerpositionen übereinander liegen. Wenn nun die für die Berechnung angenommen Ankerposition genau einer Line eine gewisse Abweichung von der tatsächlichen Position hat, so wird der Einfluss der abweichenden Position sowohl auf die Geschwindigkeitsdifferenz als auch die Winkeldifferenz zwischen den von beiden Lines gemessenen Werten mit steigender Auslenkung immer geringer.



**Abbildung 3.11** Schematische Darstellung zweier Lines, welche nur aus jeweils einem Stockwerk bestehen in der  $x$ - $y$ -Ebene.  $\vec{o}_j$  sind die tatsächlichen Ankerpositionen,  $\vec{f}_j$  die Abweichung der bei der Berechnung verwendeten Ankerposition von der wahren Ankerposition,  $\vec{p}_j(v_m)$  die Stockwerkspositionen zur (realen) Strömungsgeschwindigkeit  $v_m$ .

Für die errechneten Geschwindigkeiten beziehungsweise die errechneten Winkel gilt in diesem vereinfachten Modell:

$\vec{o}_j$  = Ankerposition von Line  $j$

$\vec{p}_j$  = Stockwerksposition von Line  $j$

$\vec{f}_j$  = Abweichung der bei der Berechnung verwendeten  
von der realen Ankerposition von Line  $j$

$$r_{e,j} = \sqrt{(p_{j,y} - (o_{i,y} + f_{j,y}))^2 + (p_{j,x} - (o_{j,x} + f_{j,x}))^2}$$

= errechnete radiale Auslenkung des Stockwerks von Line  $j$

$$r_{r,j} = \sqrt{(p_{j,y} - o_{i,y})^2 + (p_{j,x} - o_{j,x})^2} = \text{reale radiale Auslenkung des Stockwerks von Line } j$$

Aufgrund von 2.24 gilt:

$$r_{e,j} \approx c_j \cdot v_{e,j}^2 \quad (3.25)$$

und damit

$$v_{e,j} = (r_{e,j}/c_j)^{0.5} \quad (3.26)$$

$$v_r = (r_{r,j}/c_j)^{0.5} \quad (3.27)$$

wobei  $c_j$  eine die Lineshape bestimmende Konstante ist, welche auch von der Höhe des Stockwerks abhängt und für unterschiedliche Lines nicht gleich zu sein braucht (vergleiche mit Kapitel 2.3.1).  $v_{e,j}$  und  $v_{r,j}$  sind die errechneten und realen Geschwindigkeitswerte. Weiterhin gilt:

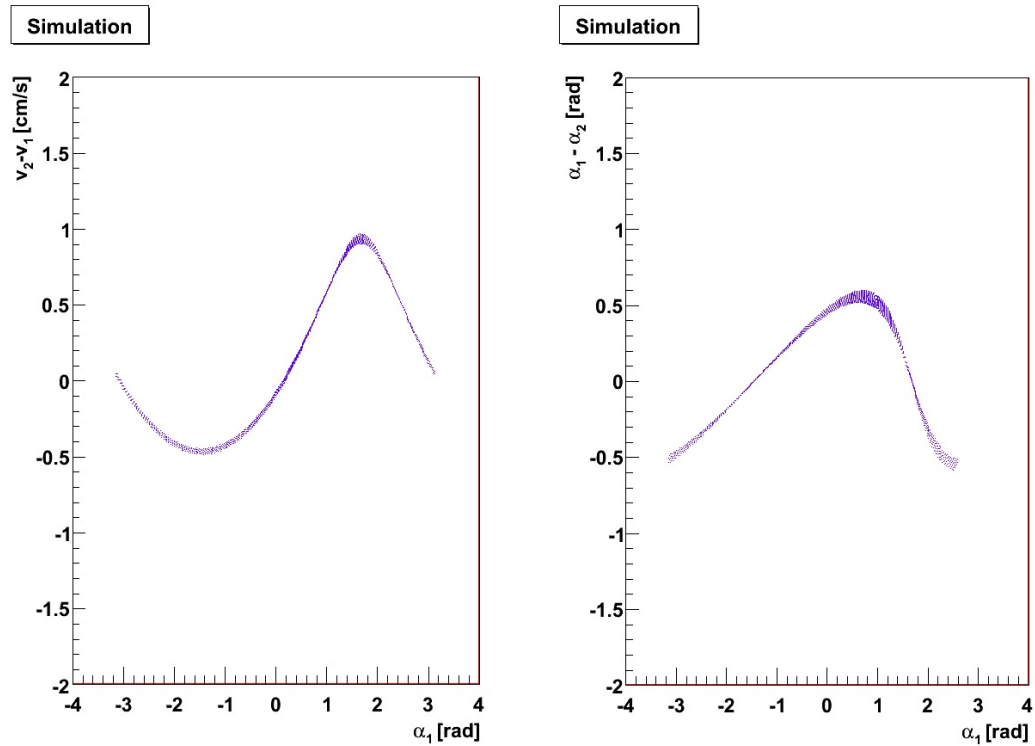
$$a_{e,j} = \arctan((p_{j,y} - (o_{j,y} + f_{j,y})) / (p_{j,x} - (o_{j,x} + f_{j,x}))) \quad (3.28)$$

$$a_r = \arctan((p_{j,y} - o_{j,y}) / (p_{j,x} - o_{j,x})) \quad (3.29)$$

$a_{e,j}$  und  $a_{r,j}$  sind die errechneten und realen Winkel der Strömung.

Dieses Modell kann genutzt werden, um zu überprüfen, ob die Theorie einer fehlerhaften Ankerposition sinnvoll ist. Wenn tatsächlich fehlerhafte Ankerpositionen für den beschriebenen Effekt verantwortlich sind, so sollten sich ähnliche Histogramme wie in Abbildung 3.9 und 3.10 mit einer Simulation, die das oben beschriebene Modell verwendet, erzeugen lassen, wenn passende Fehler in der Ankerposition gewählt werden. Dafür wurden zwei Ankerpostionen, Abweichungen in den Ankerpositionen und Kabelängen zwischen Ankerpositionen und Stockwerken vorgegeben und die Strömungsdaten  $v_r$  und  $\alpha_r$  variiert. Mit den Strömungsdaten und den Kabellängen wurden zunächst die Stockwerkspositionen errechnet und damit dann wie beschrieben  $v_{e,j}$  und  $\alpha_{e,j}$  errechnet. Es wurde dabei versucht,  $\vec{f}_j$  so zu wählen, dass ähnlichen Beziehungen zwischen  $v_{e,1}$  und

$v_{e,2}$  sowie  $\alpha_{e,1}$  und  $\alpha_{e,2}$  auftreten wie sie tatsächlich zu beobachten sind (während die fixen Parameter etwa denen der realen Lines entsprechen). Das Ziel war dabei nicht, die richtigen Ankerpositionen zu finden (was auf diese Weise gar nicht eindeutig möglich wäre), sondern nur mit geringem Aufwand zu überprüfen, ob ein Fehler in den Ankerpositionen prinzipiell für die beobachteten Ergebnisse verantwortlich sein kann, bevor eine (aufwendigere) Methode zur Berechnung der Positionen gesucht wird. Dabei konnte gezeigt werden, dass dies der Fall ist und dass  $f_{j,x}$  im Bereich von Zentimetern bis zu wenigen Dezimetern liegen muss. Ein Beispiel ist in Abbildung 3.12 zu sehen. Da die Simulation einen ausreichend ähnlichen Verlauf zu Abbildung 3.9 zeigt und die Existenz von Fehlern in dieser Größenordnung durchaus plausibel ist, wurde eine weitere Untersuchung in dieser Richtung als gerechtfertigt angesehen (die im Folgenden erläuterte Berechnung der Ankerpositionen hat gezeigt, dass tatsächlich Fehler in dieser Größenordnung vorliegen).



**Abbildung 3.12** Simulierter Effekt von fehlerhaften Ankerpositionen auf Winkel und Geschwindigkeiten zweier Lines.

Es ist also plausibel, dass ein Fehler in den Ankerpositionen der einzelnen Lines zu finden ist. Im Folgenden wird gezeigt, wie diese bestimmt werden können. Dafür wird

davon ausgegangen, dass die Hydrophonpositionen selbst richtig sind.

### 3.2.2 Bestimmung der Ankerpositionen über die Positionsdifferenzen der Stockwerke

Da die Überlegungen für alle Lines gleichermaßen gelten und nur die Betrachtung genau einer Line erfordern, beziehen sich alle verwendeten Variablen immer auf eine bestimmte Line und auf eine entsprechende Indizierung wird verzichtet. Für die folgenden Überlegungen wird die Line und alle Elemente in die  $x$ - $y$ -Ebene projiziert, sämtliche Rechnungen finden also in einem zweidimensionalen Koordinatensystem statt.

Betrachtet man ein Stockwerk mit einem (funktionierenden) Hydrophon über längere Zeit, so bewegt sich dies in einem Bereich um die Ankerposition. Wie in Kapitel 2.3.1 beschrieben, kann einer bestimmten Stockwerksposition  $\vec{p}_i$  eine eindeutige Geschwindigkeit  $v$  zugeordnet werden (wenn auch nicht einer Geschwindigkeit eine Stockwerksposition):

$$v = v(\vec{p}_i) \quad (3.30)$$

Bei verschwindender Strömung sollte die Position eines Stockwerks identisch mit der Ankerposition sein (und nur dann). Je größer die Geschwindigkeit wird, desto weiter ist das Stockwerk von der Ankerposition entfernt (vergleiche Gleichung 2.24). Wenn es nun eine Möglichkeit gibt, zu entscheiden, wann genau ein Stockwerk sich auf der Ankerposition befindet, so kann man damit die Ankerposition bestimmen. Dies ist also äquivalent zu der Forderung zu wissen, bei welcher Position eines Stockwerks eine verschwindend geringe Meereströmung herrscht.

Im folgenden sei, analog zu Kapitel 2.3.1:

$r_v(z)$  = radiale Auslenkung auf der Line Höhe von  $z$ .

$z_v(s_n)$  = Höhe des Punktes  $n$  einer Line bei einer Geschwindigkeit  $v$ ,

welcher sich nach einer Strecke  $s$  entlang des Kabels vom Ursprung befindet.

Nach 2.24 und 2.25 hängt die quadratische Differenz zweier Stockwerkspositionen nur von der Strömungsgeschwindigkeit ab:

$$d_{n,m}(v) = (r_v(z_v(s_n)) - r_v(z_v(s_m)))^2 \quad (3.31)$$

Weiterhin ist diese Differenz bei verschwindender Strömung gleich Null (bis auf statistische Fehler) und steigt bei zunehmender Strömung an:

$$d_{n,m}(v = 0) = 0 \quad (3.32)$$

$$d_{n,m}(v_1) > d_{n,m}(v_2) \text{ für } v_1 > v_2 \quad (3.33)$$



Damit steigt auch die Summe mehrerer Differenzen mit zunehmender Strömung stetig an:

$$\sum_{n,m} d_{n,m}(v_1) > \sum_{n,m} d_{n,m}(v_2) \text{ für } v_1 > v_2 \quad (3.34)$$

Es ist dabei egal, über welche Differenzen summiert wird, solange nur stets die selben Stockwerke verwendet werden.

Bei verschwindender Strömung sollte eine jede solche Summe daher minimal sein und sich nur durch statistische Fehler von Null unterscheiden, während sie bei steigender Strömung stetig zunimmt. Daher muss eine aus den selben Stockwerken berechnete Summe

$$S(t) := \sum_{n,m} d_{n,m}(t) \quad (3.35)$$

zu allen Zeiten gleich sein, für welche die Geschwindigkeit dieselbe ist:

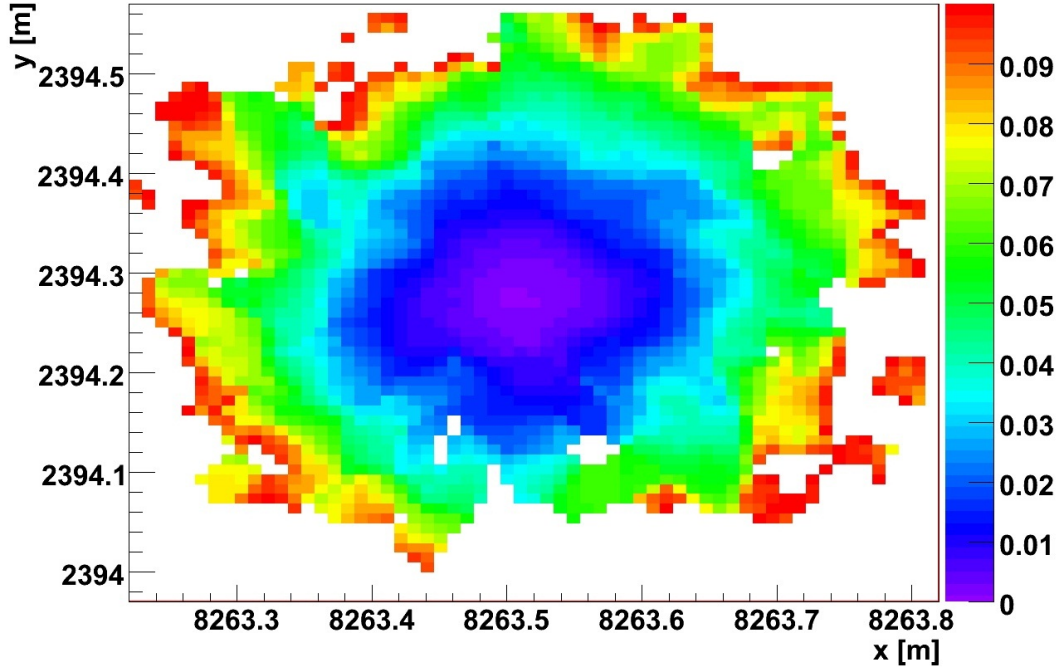
$$S = S(v) \quad (3.36)$$

Mit der eindeutigen Zuordnung einer Geschwindigkeit zu einer Stockwerksposition (vergleiche Kapitel 2.3.1), kann also auch einer Stockwerksposition eindeutig ein  $S$  zugeordnet werden:

$$S(v) = S(\vec{p}_i) \quad (3.37)$$

Also kann die Ankerposition einer Line bestimmt werden, wenn genügend Datenpunkte vorhanden sind, so dass sich  $S$  aus den stets gleichen Stockwerken berechnen lässt, während sich die Positionen eines Stockwerks für die verschiedenen Zeitpunkte nahe genug an allen für die Ankerposition in Frage kommenden Punkten aufhalten. Die Ankerposition befindet sich dann an dem Punkt, an dem  $S$  minimal ist. Der dabei zu erwartende Fehler hängt dabei von der Anzahl und der Verteilung der verwendeten Daten sowie von den verwendeten Stockwerken ab und kann somit schwierig errechnet werden. Ein Vergleich der Resultate mit einem im nächsten Abschnitt vorgestellten, unabhängigen verfahren, zeigt jedoch, dass der Fehler bei Daten aus einem Zeitraum der Länge einiger Monate weniger als 2 cm beträgt.

Um dieses Verfahren anzuwenden, muss ein Zeitraum gewählt werden, aus dem Hydrophondaten verwendet werden sollen (zu Kriterien für die Wahl des Zeitraum siehe auch Kapitel 3.2.4. Zu diesem wird eine Menge an Stockwerken ausgewählt, welche in diesem Zeitraum möglichst durchgängig funktionierende Hydrophone besitzen. Die Anzahl der Stockwerke muss dabei mindestens zwei betragen. Für die Bestimmung der Ankerpositionen von Line 3 wurden beispielsweise der Zeitraum vom 1.1.2009 bis zum 31.6.2009 und die Stockwerke 1, 8, 20 und 25 ausgewählt. Dann wird für alle Zeitpunkte in diesem Zeitraum, für die Daten aller ausgewählter Stockwerke vorhanden sind, die Summe 3.35 über alle mit diesen Stockwerken möglichen Differenzen  $d_{n,m}$  gebildet. Jeder in Frage



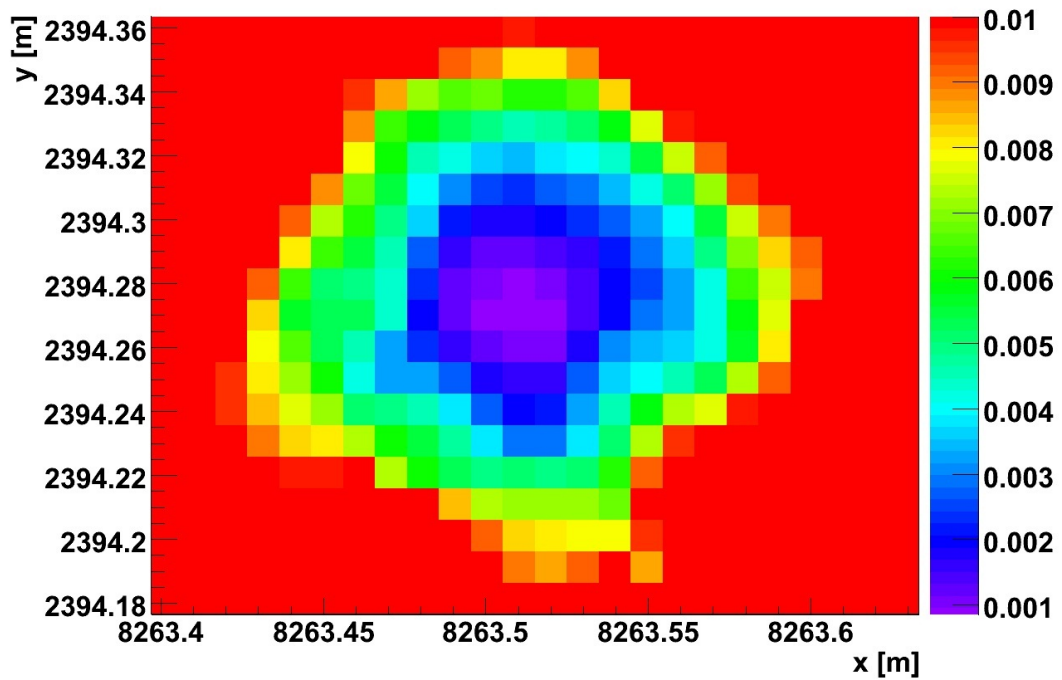
**Abbildung 3.13** Verteilung von  $S$  der Line 4 für den Zeitraum vom 01.01.2009 bis zum 31.06.2009.

kommenden Ankerposition  $\vec{a}$  (da die Positionen nur auf cm genau bekannt sein müssen und die Positionen auf mindestens einen halben Meter genau bekannt sind, sind dies nur ein paar hundert) wird dann der Wert  $S$  zugeordnet, wenn gilt:

$$|\vec{a} - \vec{p}_i| < r \quad (3.38)$$

wobei  $p_i$  die Position des untersten, für die Berechnung von  $S_j$  verwendeten Stockwerks, und  $r$  eine mit  $r = 2$  cm festgelegte Konstante ist (das unterste Stockwerk wird deshalb gewählt, weil die räumliche Varianz mit der Stockwerkshöhe zunimmt. Es hat sich dabei gezeigt, dass allein die Varianz des zweiten, mit einem Hydrophon ausgestatteten Stockwerks eine zu hohe räumliche Varianz hat, um mit den Daten einiger Monate verlässliche Ergebnisse zu liefern). Die Wahl von  $r$  ist dabei willkürlich und erfolgte so, dass ausreichend Datenpunkte ausreichend differenziert auf die Positionen festgelegt werden konnten: Je größer  $r$ , desto ungenauer die Zuordnung von  $S_j$  zu einer Position und je kleiner  $r$ , desto weniger Datenpunkte gibt es im Schnitt pro Position. Dann wird für jeden Punkt  $\vec{x}$  das Mittel  $D(\vec{x})$  aller ihr zugehörigen Werte  $S$  gebildet.

Wenn genügend Daten vorhanden waren, befindet sich die Ankerposition dann an dem Punkt, an dem  $D(\vec{x})$  minimal ist. Die Verteilung der Werte von  $D(\vec{x})$  gibt außerdem Hinweise auf die Richtigkeit der Berechnung. Dies lässt sich mit einem zweidimensionalen Histogramm veranschaulichen. Dabei sollen die Bins den einzelnen, potentiellen Ankerpositionen entsprechen. Jeder Bin erhält dann einen Eintrag, welcher mit dem zur Position gehörenden Wert von  $D(\vec{x})$  gewichtet wird. Um die statistische Unsicherheit dieser Werte zu reduzieren, kann dabei verlangt werden, dass ein Minimum an Werten von  $S$  für jede Mittelung verwendet wird und die Varianz einen bestimmten Wert nicht überschreitet. Die richtige Ankerposition befindet sich also an dem Punkt, an dem die wenigsten Einträge vorhanden sind. Weiterhin muss, wenn keine Fehler existieren, die Anzahl der Einträge radialsymmetrisch um diesen Punkt ansteigen. Ein Beispiel eines solchen Plots ist in Abbildung 3.13 und 3.14 zu sehen.



**Abbildung 3.14** Verteilung von  $S$  der Line 4 für den Zeitraum vom 01.01.2009 bis zum 31.06.2009.

### 3.2.3 Bestimmung der Ankerpositionen über Linefits

Im Folgenden soll eine zweite Methode zur Berechnung der Ankerpositionen gezeigt werden, welche weniger Anforderungen an die Daten stellt. Es gilt wieder: Da die Überlegungen für alle Lines gleichmaßen gelten und nur die Betrachtung genau einer Line erfordern, beziehen sich alle verwendeten Variablen immer auf eine bestimmte Line und auf eine entsprechende Indizierung wird verzichtet. Weiterhin werden für die weiteren Betrachtungen alle Positionen der Line in die  $x$ - $y$ -Ebene projiziert.

Sei nun

$$p_i = \text{aus den Messdaten errechnete Position des Stockwerks } i \quad (3.39)$$

$$t_i = \text{reale Position des Stockwerks } i \quad (3.40)$$

$$\vec{h} := 1/N \sum_{i=1}^N \vec{t}_i \text{ wobei } N \text{ die Zahl der bekannten Stockwerksposition ist} \quad (3.41)$$

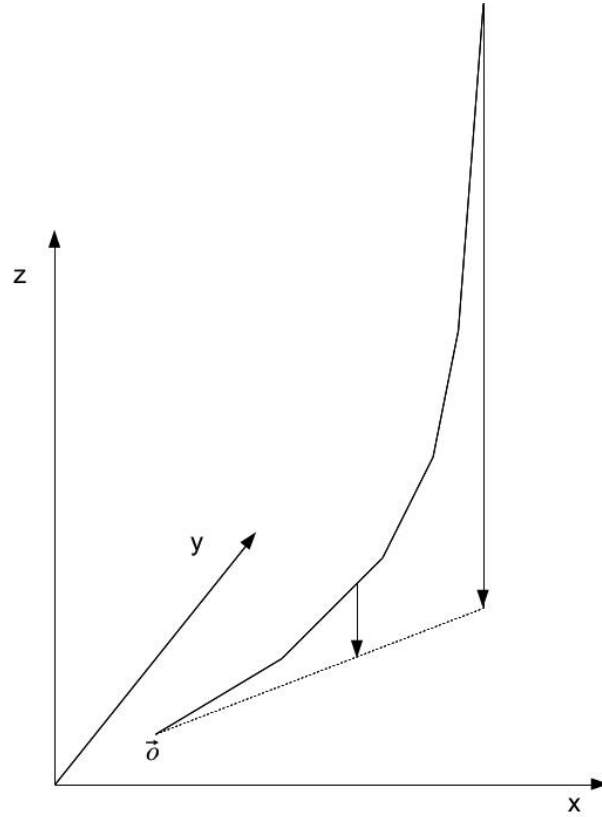
wobei  $N$  die Anzahl der Stockwerke der Line ist.

Für die weitere Argumentation wird die Tatsache verwendet, dass um die Lineshape eindeutig zu parametrisieren, statt Richtung und Betrag der Meeresströmung  $(\alpha, v)$  auch der Parameter  $\vec{h}$  verwendet werden kann (solange in die Berechnung stets die gleichen Stockwerke einfließen). Die Begründung dafür ist einfach:

Wie bereits gezeigt gibt die Meeresströmung  $(\alpha, v)$  alle Punkte  $t_i$  eindeutig an (vergleiche Kapitel 2.3.1). Aus einem bestimmten Satz Punkte  $t_i$  folgt  $\vec{h}$  eindeutig, also folgt aus einem bestimmten  $(\alpha, v)$  eindeutig ein bestimmtes  $\vec{h}$ . Damit muss nur noch gezeigt werden, dass aus  $\vec{h}$  auch eindeutig  $(\alpha, v)$  folgt:

Da die Projektion aller Punkte  $t_i$  auf die  $x$ - $y$ -Ebene auf einer Geraden liegen, die der Richtung der Meeresströmung entspricht, liegt auch  $\vec{h}$  auf dieser Linie. Zusammen mit der konstanten Ankerposition folgt damit, dass  $\alpha$  sich eindeutig aus  $\vec{h}$  ergibt. Ein bestimmter Satz aus Punkten  $t_i$  gibt weiterhin eindeutig den Betrag des Abstandes von  $\vec{h}$  und der Ankerposition  $\vec{o}$  vor. Bei betragsmäßig zunehmender (oder abnehmender) Meeressströmung bei unveränderter Richtung nimmt der Betrag des Abstandes jedes einzelnen Punktes  $t_i$  von  $\vec{o}$  zu (oder ab). Damit nimmt auch  $\vec{h}$  zu (oder ab). Damit ist für jeden Wert von  $v$  ein anderer betragsmäßiger Abstand von  $\vec{h}$  und  $\vec{o}$  vorhanden. Damit gibt es eine bijektive Abbildung zwischen  $(\alpha, v)$  und  $\vec{h}$ .

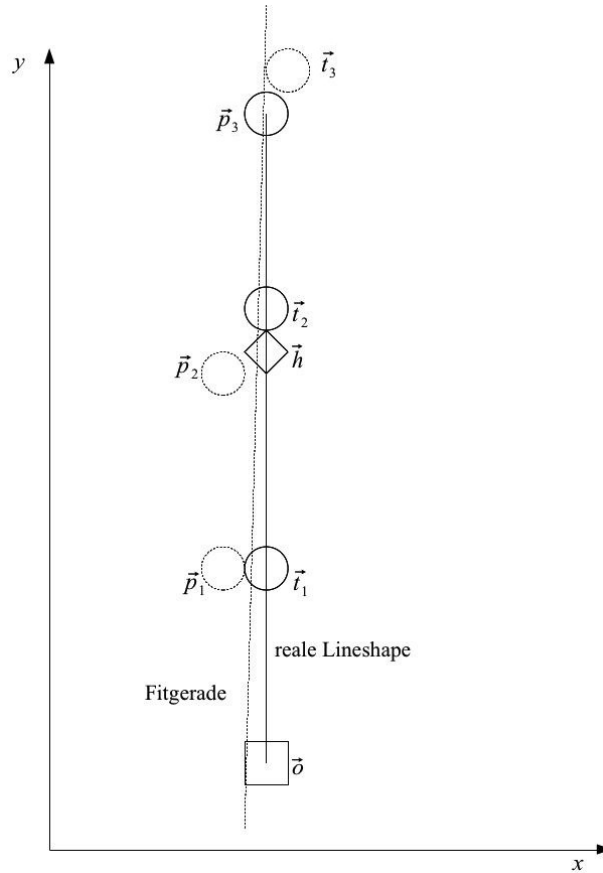
Mit der Projektion in die  $x$ - $y$ -Ebene wird die Lineshape zu einer Geraden. Diese Gerade läuft stets durch die Ankerposition  $\vec{o}$  und ist parallel zur Richtung der errechneten Strömung (welche über die Richtung dieser Geraden definiert ist). Im Fall einer richtig gewählten Ankerposition ist dies auch die Richtung der tatsächlichen Strömung und die Line läuft durch die reale Ankerposition. Siehe Abbildung 3.15. Diese Gera-



**Abbildung 3.15** Projektion einer Line auf die  $x$ - $y$ -Ebene.  $\vec{o}$  ist die Ankerposition dieser Line.

de kann durch einen Fit an die (ebenfalls in die  $x$ - $y$ -Ebene projizierten) bekannten Stockwerks-Positionen  $\vec{p}_i$  genähert werden (welche wie in Kapitel 2.2 beschrieben aus den Hydrophon- und Kompassdaten bestimmt werden). Im zweidimensionalen Fall müssen für den Fit sowohl die  $z$ -Koordinaten als auch die Daten der Tiltmeter unberücksichtigt bleiben (die einzige von den Tiltmetern gelieferte Information ist die Steigung der Line in  $z$ -Richtung). Die Details des hierfür entwickelten Fitting Algorithmus sind in Anhang A zu finden. Schematisch ist dies in Abbildung 3.16 dargestellt.

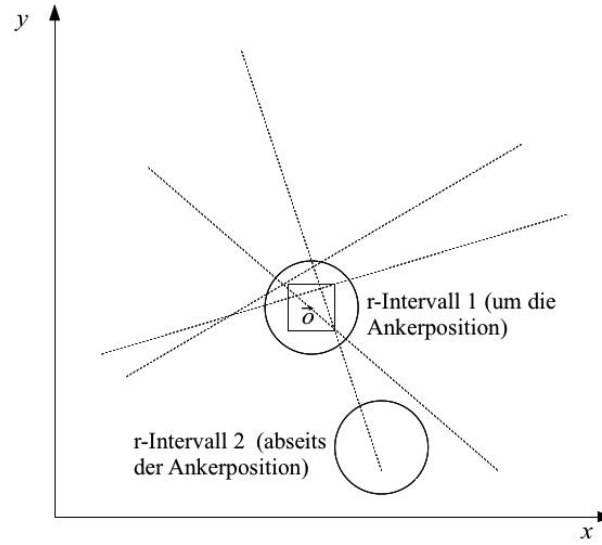
Mit Hilfe dieser Fits können die  $x$ - und  $y$ -Koordinaten der Ankerposition  $\vec{o}$  bestimmt werden kann. Die Idee dabei ist, die Eigenschaft der in die  $x$ - $y$ -Ebene projizierten (realen) Line stets durch den Punkt  $\vec{o}$  zu verlaufen, auszunützen. Betrachtet man, nachdem mehrere Fits an verschiedene Lineshapes aufgeführt wurden, die Häufigkeit  $H(\vec{x})$ , für die sich ein Punkt  $\vec{x}$  im Raum in einem  $r$ -Intervall ( $r \in \mathbb{R}^+$ ) an der Fitgeraden aufhält, so muss sich, solange  $r$  groß genug ist, ein Maximum (oder zumindest Sattelpunkt) dieser



**Abbildung 3.16** Schematische Darstellung eines Linefits mit drei bekannten Stockwerkspositionen.

Häufigkeit am Punkt  $\vec{o}$  ergeben. Anschaulich ist dies in Abbildung 3.17 dargestellt. Es wird nun vermutet, dass sich bei der Wahl eines kleinen  $r$  (so dass keine Sattelpunkte auftreten), etwa  $r = 2$  cm, mit ausreichend Fits stets ein lokales Maximum bei  $H(\vec{o})$  ergibt (oder dass ein lokales Maximum von  $H(\vec{o})$  ausreichend Nahe bei  $\vec{o}$  liegt), aus dem sich dann die Ankerposition ablesen lässt.

Diese Vermutung zu beweisen ist jedoch schwierig, da  $H(\vec{x})$  von der Verteilung der Parameter der Meeresströmung  $(\alpha, v)$  (und damit der Parameter  $\vec{h}$ ) abhängt. Mathematisch lässt sich das folgendermaßen formulieren: Wählt man zu einem Zeitpunkt (dem bestimmte Werten der Meeresströmung  $(\alpha, v)$  und damit ein bestimmter Parameter  $\vec{h}$  zugeordnet werden kann) den zugehörigen Satz Messdaten  $\vec{p}_i$  und führt den Fit aus, so ergibt sich eine bestimmte Wahrscheinlichkeit  $P(\vec{x}, \vec{h})$ , für die sich ein Punkt  $\vec{x}$  im Raum



**Abbildung 3.17** Schematische Darstellung verschiedener Linefits. Durch das  $r$ -Intervall 1, welches auf dem Ankerpunkt (Quadrat) liegt, laufen vier Fitgeraden, durch das weit abseits des Ankerpunkts gelegene  $r$ -Intervall läuft eine Fitgerade.

in einem  $r$ -Intervall ( $r \in \mathbb{R}^+$ ) an der Fitgeraden aufhält. Über diese Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist (aus Symmetriegründen) bekannt (vergleiche dazu Anhang A) :

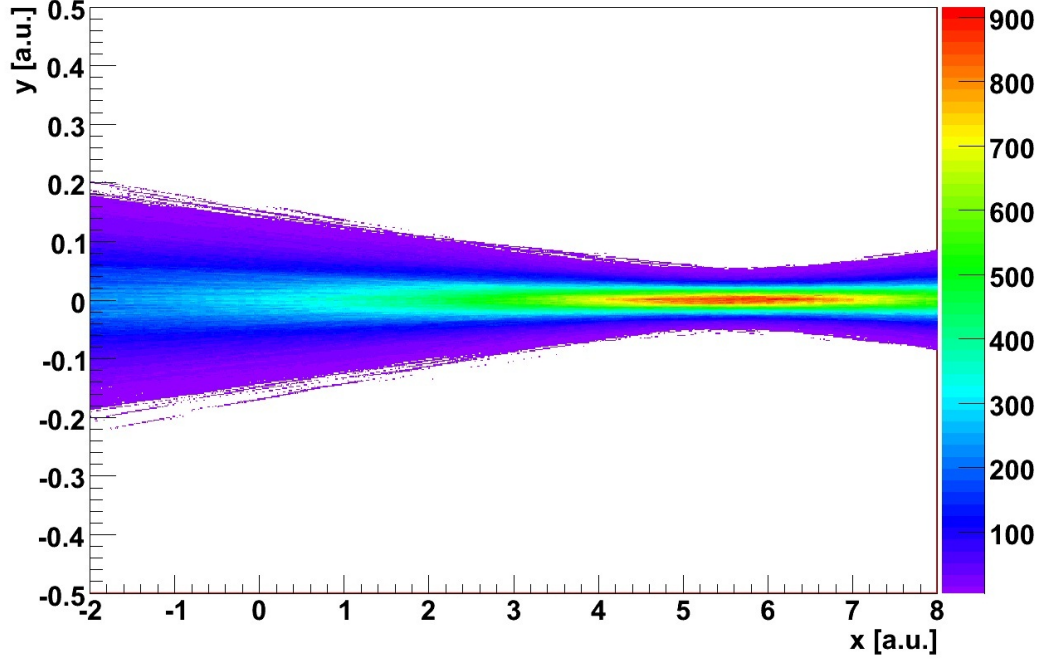
1.  $P(\vec{x}, \vec{h})$  ist achsensymmetrisch zur der Geraden die durch  $\vec{h}$  und der Ankerposition vorgeben ist, wobei die Aufenthaltswahrscheinlichkeit mit zunehmender Entfernung zu dieser Symmetrieachse abnimmt.
2.  $P(\vec{x}, \vec{h})$  ist maximal am Punkt  $\vec{h}$  und nimmt entlang der Symmetrieachse mit zunehmender Entfernung zu  $\vec{h}$  ab (nicht zwangsläufig richtungsunabhängig).

Zusätzlich ist bekannt, dass das Integral über einen Kreis mit dem Mittelpunkt  $\vec{h}$  über  $P(\vec{x}, \vec{h})$  eins ergibt.

Siehe Abbildung 3.18 für eine Auftragung von  $H(\vec{x})$  proportional zu einer Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P(\vec{x}, \vec{h} = \text{const.})$ .

Werden genügend Linefits für verschiedene Werte von  $\vec{h}_n$  ausgeführt (wobei der mögliche Wertebereich für  $\vec{h}$  endlich ist) so gilt:  $H(\vec{x}) \sim \sum_{n=1}^N P(\vec{x}, \vec{h}_n)$ .

Aus den bisher beschriebenen Eigenschaften von  $P(\vec{x}, \vec{h})$  folgt nun nicht zwangsläufig, das bei spezieller Wahl der Randbedingungen (insbesondere der Verteilung der  $\vec{h}$ ) tatsächlich stets ein Maximum von  $H(\vec{x})$  bei  $\vec{x} = \vec{o}$  auftritt. Es sind also weitere Informationen über



**Abbildung 3.18** Verteilung proportional zu  $P(\vec{x}, h_x = 5.65, h_y = 0)$ , wobei  $\vec{o}$  im Ursprung liegt.

$P(\vec{x}, \vec{h})$  nötig. Da die genaue Form von  $P(\vec{x}, \vec{h})$  analytisch (falls überhaupt) nur schwer zu berechnen ist, konnte nicht endgültig bestimmt werden, ob die Vermutung zutrifft. Daher wurde mithilfe einer Simulation abgeschätzt, inwieweit dies der Fall ist.

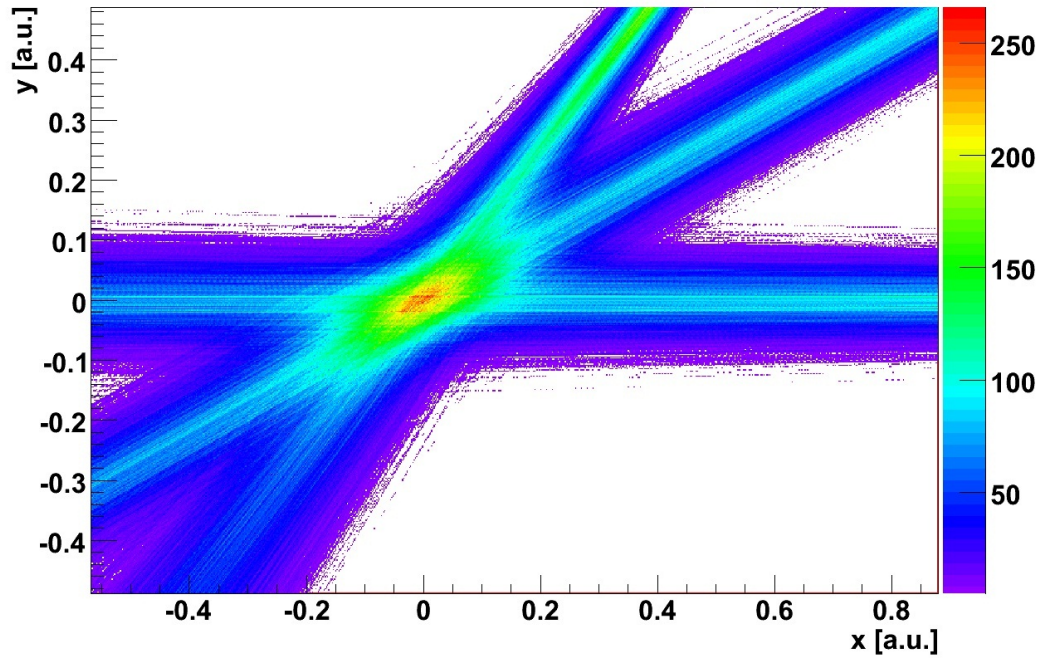
Dabei wurden verschiedene (zufällig, sowohl gleichmäßig als auch sehr ungleichmäßig verteilte) Parameter  $\vec{h}$  der Line vorgegeben und die Summe der daraus resultierenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen dargestellt. Dazu wurden zu jedem  $\vec{h}$  mehrere Sätze von Punkten  $\vec{p}_i$  erzeugt, indem die zu  $\vec{h}$  gehörenden Punkte  $\vec{t}_i$  mit einem zufälligen, gaußverteilten Fehler versehen wurden (die Parameter der Line und die Fehler wurden dabei so gewählt, das sie etwa den realen Werten entsprechen). Anschließend wurde an jeden Satz Positionen der Fit ausgeführt und eine Auftragung von  $H(\vec{x})$  in ein Histogramm vorgenommen (für diese Simulation wurde  $H(\vec{x})$  nur genähert, indem in regelmässigen Abständen entlang der Fitgeraden Punkte in eine Histogramm vorgenommen wurden). Indem die relative Häufigkeit der Abweichungen vom Maximum von  $H(\vec{x})$  und  $\vec{o}$  betrachtet wird, kann der Fehler  $\Delta\vec{o}$  abgeschätzt werden, mit der die Ankerposition behaftet



ist, wenn angenommen wird, dass  $\vec{o}$  dem Maximum der Verteilung entspricht:

$$\Delta\vec{o} < 2 \text{ cm} \quad (3.42)$$

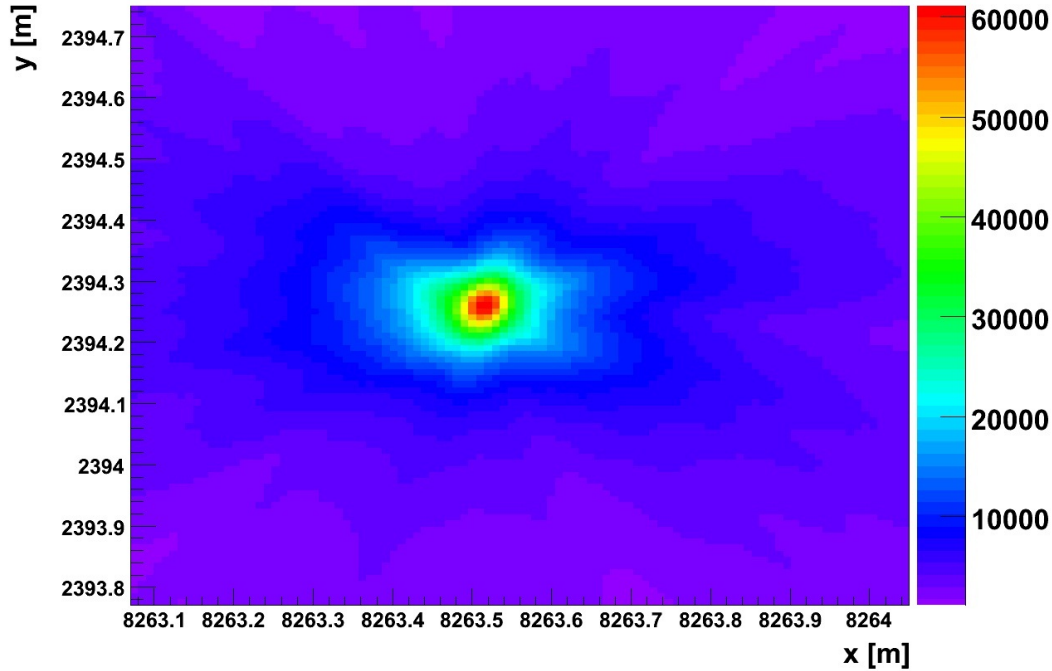
Ein Beispiel für eine solche Simulation ist in Abbildung 3.19 zu sehen. Der Ankerpunkt  $\vec{o}$  wurde dabei auf den Ursprung des Koordinatensystems gelegt und es wurden drei verschiedene  $\vec{h}$  vorgegeben. Das lokale Maximum am Ursprung ist deutlich zu erkennen. Damit können die  $x$ - und  $y$ -Koordinaten der Ankerpositionen mit einem Fehler  $< 2 \text{ cm}$



**Abbildung 3.19** Addition mehrerer Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $P(\vec{x}, \vec{h})$ .  $\vec{o}$  liegt im Ursprung.

bestimmt werden, indem an einen genügend großen Satz realer Daten  $p_i$  die Fitgeraden bestimmt und das Maximum von  $H(\vec{x})$  bestimmt wird.

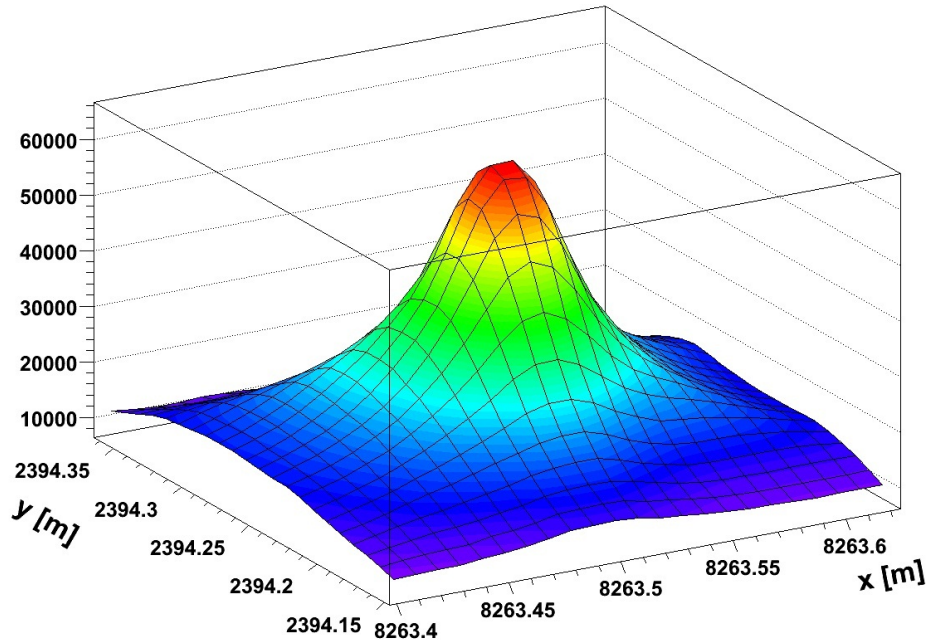
Ein Beispiel eines Resultats ist in Abbildung 3.20 zu sehen. Es existiert dabei genau ein klar definiertes Maximum (welches in Abbildung 3.21 deutlicher zu sehen ist), welches mit der Ankerposition  $\vec{o}$  identifiziert werden kann.



**Abbildung 3.20** Summe der Linefits für Line 1 für den Zeitraum vom 01.01.2009 bis zum 31.06.2009.

### 3.2.4 Die neuen Ankerpositionen

Es wurden zwei Möglichkeiten gezeigt, wie die Ankerpositionen bestimmt werden können. Beachtet werden muss dabei, dass die Positionen der RxTx-Elemente sich ändern können (beispielsweise wenn eine Line ausgetauscht wird) und in unregelmäßigen Abständen korrigiert werden, was einen direkten Einfluss auf die errechneten Hydrophonkoordinaten hat. Eine Berechnung der Ankerpositionen kann also immer nur relativ zu einem bestimmten Satz an Hydrophondaten erfolgen. Beide Methoden der Berechnung setzen eine gewisse Menge Daten voraus, um verlässlich zu sein. Das zweite Verfahren stellt weniger Bedingungen an die Daten, liefert aber Ergebnisse, die möglicherweise mit einem systematischen Fehler (welcher von den verwendeten Daten abhängt) behaftet sind (auch wenn dieser gering ist). Die mit beiden Verfahren gefundenen Positionen sind für einen Zeitraum, für den die meisten der RxTx Positionen genau den heutigen entsprechen, in Tabelle 3.1 und ein Vergleich dieser und der zu diesem Zeitraum tatsächlich verwendeten Daten in Tabelle 3.2 zu sehen. In diesem Zeitraum gab es keine Daten von Line 10 und



**Abbildung 3.21** Summe der Linefits für Line 4 für den Zeitraum vom 01.01.2009 bis zum 31.06.2009. Es ist ein klar definiertes Maximum zu erkennen.

11. Mit dem ersten Verfahren konnten die Positionen drei weiterer Lines nicht bestimmt werden, da für diese keine Daten der ersten Stockwerke vorhanden waren.

Offenbar stimmen die Resultate der beiden Verfahren sehr gut überein (mit einer mittleren Abweichung  $< 1$  cm, was mit der Fehlerabschätzung des zweiten Verfahrens konsistent ist). Die Abweichung der alten Koordinaten von den neuen Koordinaten ist deutlich größer.

Nun soll noch der Frage nachgegangen werden, welche Auswirkungen die Abweichungen der Ankerpositionen haben. Relevant ist dabei insbesondere die Auswirkung auf die Stockwerkspositionen. Abweichungen in den für den Line-Fit verwendeten Ankerpositionen sorgen insoweit für einen Fehler in den Stockwerkspositionen, dass ein Fit an eine Geometrie vorgenommen wird, die sich nicht mit der zu fittenden Funktion darstellen lässt. Vergleiche dazu Abbildung 3.22.

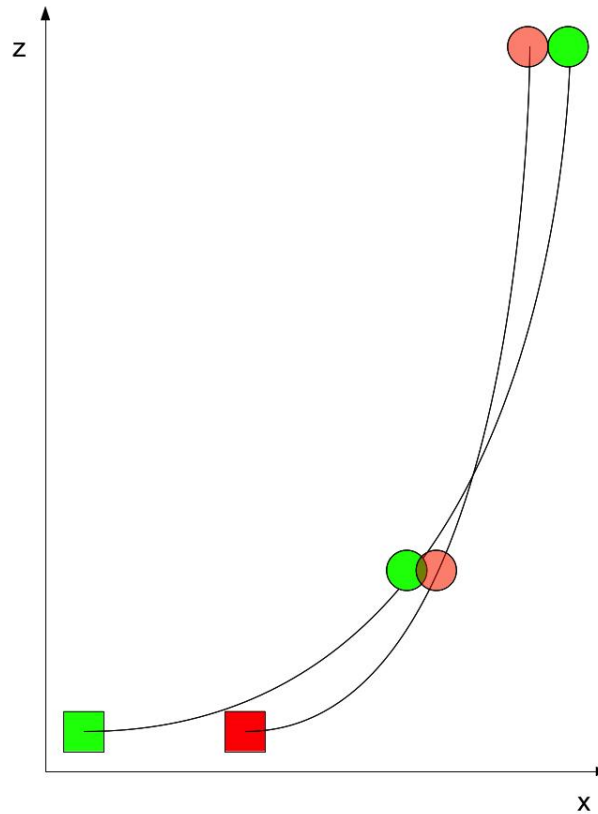
Ein Maß für die zu gewinnende Positionsgenauigkeit mit genaueren Ankerpositionen sind damit die Standardabweichungen der gemessenen Stockwerkspositionen von den ge-

Line	$o_{neu1,x}[m]$	$o_{neu1,y}[m]$	$o_{neu2,x}[m]$	$o_{neu2,y}[m]$	Zeitraum der Datennahme
1	8222.98	2481.36	8222.98	2481.37	01.01.2009 - 30.06.2009
2	8294.96	2442.11	n.a.	n.a.	01.01.2009 - 30.06.2009
3	8208.56	2422.21	8208.55	2422.22	01.01.2009 - 30.06.2009
4	8263.52	2394.27	8263.52	2394.27	01.01.2009 - 30.06.2009
5	8160.14	2463.17	n.a.	n.a.	01.01.2009 - 30.06.2009
6	8311.97	2372.08	n.a.	n.a.	01.01.2009 - 30.06.2009
7	8182.62	2369.26	8182.62	2369.26	01.01.2009 - 30.06.2009
8	8230.04	2345.70	8230.02	2345.71	01.01.2009 - 30.06.2009
9	8120.79	2393.56	8120.79	2393.56	01.01.2009 - 30.06.2009
12	8206.27	2283.91	8206.27	2283.91	01.01.2009 - 30.06.2009

**Tabelle 3.1**  $x$ - und  $y$ -Koordinaten der mit Linefits (neu, 1) und Positions differenzen (neu, 2) errechneten Ankerpositionen.

Line	$o_{alt,x} [m]$	$o_{alt,y} [m]$	$ o_{neu1} - o_{neu2}  [m]$	$ \frac{o_{neu1} + o_{neu2}}{2} - o_{alt}  [m]$
1	8222.95	2481.43	0.01	0.07
2	8294.94	2442.18	n.a.	0.07
3	8208.62	2422.32	0.01	0.12
4	8263.56	2394.26	0.00	0.04
5	8160.21	2463.32	n.a.	0.17
6	8311.95	2372.09	n.a.	0.02
7	8182.62	2369.33	0.00	0.07
8	8230	2345.75	0.02	0.05
9	8120.76	2393.57	0.00	0.03
12	8206.22	2283.96	0.00	0.07

**Tabelle 3.2** Vergleich zwischen den Errechneten und den alten Ankerpositionen.



**Abbildung 3.22** Schematischer Vergleich von Linefits mit richtiger (grün) und falscher (rot) Ankerposition.

fitteten Stockwerkspositionen.

Vergleicht man diese Standardabweichungen für Fits, die mit den neuen und den alten Ankerpositionen ausgeführt wurden, so sind die Standardabweichungen, die mit den neuen Ankerpositionen errechnet wurden, systematisch kleiner. Der genaue Wert hängt dabei erwartungsgemäß auch von der Nummer der Line und der Meeresströmung ab und kann bis zu einigen Zentimetern betragen.

Damit kann festgestellt werden, dass die neuen Ankerpositionen eine Verbesserung in den Stockwerkspositionen im Zentimeterbereich schaffen können.

Weiterhin wird mit der Korrektur der Ankerpositionen die Grundlage für einen Global-Fit gelegt (vergleiche Kapitel 2.3.2).

## 4 Neue Methoden zur Bestimmung der Geometrie des Detektors

In diesem Teil der Arbeit werden zwei neue Methoden erläutert, die eine erweiterte Bestimmung der Detektorgeometrie ermöglichen.

### 4.1 Online-Fit

Um den ANTARES-Detektor als Trigger für andere Experimente verwenden zu können ist es nötig, die Detektorgeometrie ohne (große) zeitliche Verzögerung bestimmen zu können. Dazu sind die Triangulationsergebnisse eher nicht geeignet, da diese erst mit einiger Zeitverzögerung vorliegen. Für eine nicht-zeitverzögerte Bestimmung der Geometrie muss also ein Fit durchgeführt werden, welcher nur mit den Daten der Tiltmeter ausreichend gute Ergebnisse liefert. Dazu wurde ein neuer Fitalgorithmus entwickelt. Im Folgenden soll gezeigt werden, wie dieser funktioniert und welche Genauigkeit dabei zu erwarten ist. Es wird dabei, wie für den bisherigen Fit, von der Richtigkeit der in Kapitel 2.3.1 gemachten Annahmen bezüglich der Lineshape ausgegangen.

#### 4.1.1 Fitting Algorithmus

Die radiale Auslenkung eines Punktes einer Line  $j$  aus ihrer Ruhelage kann in Abhängigkeit der  $z$ -Koordinate des Punktes und der Meeresströmung mit Geschwindigkeit  $v$  wie folgt angegeben werden:

$$r_j = (a_j z + b_j \ln(1 - c_j z))v^2 \quad (4.1)$$

Dabei sind  $a$ ,  $b$  und  $c$  (bekannte) Konstanten.

Mit dem Azimuth der Meeresströmung  $\alpha$  ergibt sich die Auslenkung in  $x$  und  $y$  Richtung dann zu:

$$r_{jx} = (a_j z + b_j \ln(1 - c_j z))v^2 \cos(\alpha) \quad (4.2)$$

$$r_{jy} = (a_j z + b_j \ln(1 - c_j z))v^2 \sin(\alpha) \quad (4.3)$$

Damit gilt für die Steigung der Line:

$$dr_j/dz = r'_j = (a_j + b_j/(1 - c_j z)(-c_j))v^2 = f_j(z)v^2 \quad (4.4)$$

$$r'_{jx} = f_j(z)v^2 \cos(\alpha) \quad (4.5)$$

$$r'_{jy} = f_j(z)v^2 \sin(\alpha) \quad (4.6)$$

Sei nun  $z_i(v)$  die z-Koordinate eines bestimmten Punktes  $i$  (beispielsweise eines Stockwerks) der Line bei der Strömungsgeschwindigkeit  $v$ . Betrachtet man  $dr'_j(z_i(v), v)$  unter Beachtung von  $0 \text{ cm/s} \leq v \leq 0.03 \text{ m/s}$  (was dem vollständigen Bereich entspricht, in dem Strömungsgeschwindigkeiten beobachtet werden konnten) und den konkreten Werten von  $a$ ,  $b$  und  $c$ , so kann man für die Neigung der Line (welchem dem Arkustangens der Steigung entspricht) Folgendes feststellen:

$$|\arctan(r'_j(z_i(v), v)) - \arctan(r'_j(z_i(0), v))| < 0.03^\circ \quad (4.7)$$

Da die Neigung der Tiltmeter (in Grad) nur mit einer Nachkommastelle bekannt ist, ist dieser Unterschied zu vernachlässigen. Bei einem Fit, welcher nur die Neigungen berücksichtigt, kann daher von einer konstanten Höhe aller Punkte ausgegangen werden (falls sich daran etwas ändern sollte, so kann die Differenz auch noch berücksichtigt werden, wie später gezeigt wird). Damit kann vereinfacht werden:

$$r'_j(z_i(v), v) = f_j(z_i(0))v^2 =: f_{ji}v^2 \quad (4.8)$$

Damit gilt:

$$r'_{ijx} = f_{ij}v^2 \cos(\alpha) =: f_{ij}s_x \quad (4.9)$$

$$r'_{ijy} = f_{ij}v^2 \sin(\alpha) =: f_{ij}s_y \quad (4.10)$$

Es ist also möglich, die Meereströmung für  $dr'$  mit  $s_x$  und  $s_y$  zu parametrisieren und die  $x$  und  $y$  Komponenten unabhängig von einander zu variieren. Im Folgenden sei:

$$\begin{aligned} k &\in (x, y) \\ w_{jix} &= \text{pitch}'_{ji} \\ w_{jiy} &= \text{roll}'_{ji} \end{aligned}$$

Dabei sind  $\text{pitch}'_{ji}$  und  $\text{roll}'_{ji}$  die unter Berücksichtigung von  $\text{heading}_{ij}$  auf die  $x$ - und  $y$ - Achse projizierten Messwerte von  $\text{pitch}_{ji}$  und  $\text{roll}_{ji}$ .

$\Delta w'_{jik} = \Delta w'$  ist der Fehler von  $pitch'_{ji}$  beziehungsweise  $roll'_{ji}$ . Dieser wird als konstant  $0.2^\circ$  angenommen. Dies ist eine Abschätzung, basierend auf den Fehlern von *pitch*, *roll* und *heading* (vergleiche Kapitel 2.3.2. Es wird nur eine Abschätzung vorgenommen, da die Fehler von Pitch, Roll und Heading nicht genau bekannt sind.

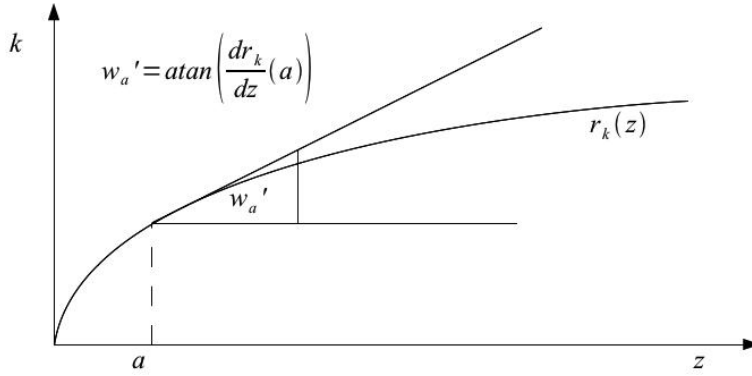
Für den Fit werden nun Strömungsdaten  $v$  und  $\alpha$  gesucht, welche

$$M_k = \sum_{ji} \chi_{jik}^2 \quad (4.11)$$

mit

$$\chi_{jik} = (w'_{jik} - \arctan(r'_{jik}))/\Delta w' \quad (4.12)$$

minimieren.  $\chi$  ist die Abweichung der gemessenen Neigung zur Neigung, welche nach der Lineshapeformel tatsächlich vorhanden ist. Vergleiche dazu mit Abbildung 4.1.



**Abbildung 4.1** Beziehung zwischen  $w'_a$  und  $r'_k(a)$ , wenn  $w'_a$  exakt bekannt ist.

Es gilt also:

$$M_k = \sum_{ji} \chi_{jik}^2 = \sum_{ji} ((w'_{jik} - \arctan(r'_{jik}))/\Delta w')^2 \quad (4.13)$$

Da  $r'_{jik}$  klein ist, ist  $\arctan(r'_{jik}) \approx r'_{jik}$ . Damit gilt:

$$M_k = \sum_{ji} (w'_{jik} - r'_{jik})^2 / \Delta w'^2 \quad (4.14)$$

$$dM_k/ds_k = \sum_{ji} \frac{d((w'_{jik} - f_{ji}s_k)^2 / \Delta w'^2)}{ds_k} = \sum_{ji} -2f_{ji}((w'_{jik} - f_{ji}s_k) / \Delta w'^2) \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.15)$$

$$0 = \sum_{ji} f_{ji}w'_{jik} / \Delta w'^2 - \sum_{ji} f_{ji}^2 s_k / \Delta w'^2 \quad (4.16)$$



$$s_k = \frac{\sum_{ji} f_{ji} \cdot w'_{jik}}{\sum_{ji} f_{ji} \cdot f_{ji}} \quad (4.17)$$

Aufgrund der Definitionen  $s_x := v^2 \cos(\alpha)$  und  $s_y := v^2 \sin(\alpha)$  gilt:

$$\alpha = \arctan2(s_y, s_x) \quad (4.18)$$

$$v = \sqrt[4]{s_x^2 + s_y^2} \quad (4.19)$$

Damit ist gezeigt, dass  $v$  und  $\alpha$  analytisch aus den Daten der Tiltmeter bestimmt werden können. Berücksichtigt man die  $v$ -Abhängigkeit von  $f_j(z_i(v))$ , so stellt das so errechnete  $v$  und  $\alpha$  nur eine Näherung dar. Mit dieser kann ein  $f'_j i = f_j(z_i(v))$  und damit eine bessere Näherung  $v'$  und  $\alpha'$  errechnet werden. Dieses Verfahren kann iterativ solange angewandt werden, bis eine zufriedenstellende Näherung erreicht ist. Mit der momentanen Messgenauigkeit ist allerdings bereits die erste Näherung ausreichend.

#### 4.1.2 Fehler des Fits

Im Folgenden soll eine Abschätzung des bei diesem Fit zu erwartenden Fehlers vorgenommen werden. Dabei wird nicht berücksichtigt, dass die Parameter, welche die Linesshape beschreiben, also  $f_{ij}$ , selbst einen gewissen, unbekannten Fehler haben. Diese Abschätzung wird also einen etwas kleineren Fehler liefern, als mit den momentanen Werten tatsächlich zu erwarten ist.

Der Fehler in  $s_k$  lässt sich angeben als:

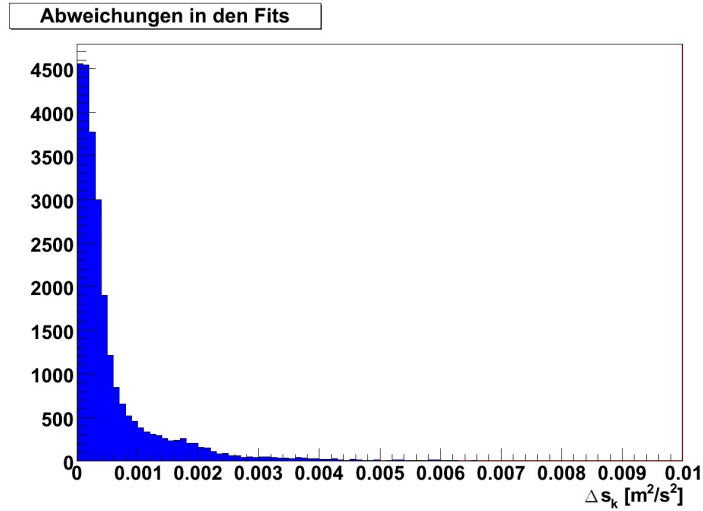
$$\Delta s_k = \sqrt{\sum_{ij} \left( \frac{\delta s_k}{\delta w'_{ijk}} \Delta w'_{ij} \right)^2} = \frac{1}{\sum_{ji} (f_{ji})^2} \sqrt{\sum_{ji} (f_{ji})^2 \Delta w'} \quad (4.20)$$

Mit den Parametern der Line wird daraus:

$$\Delta s_k \approx 0.00026 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (4.21)$$

Dieses Resultat kann an den realen Daten überprüft werden. Dazu wird der Onlinefit auf reale Daten angewendet und die relative Häufigkeit der Abweichungen von  $s_x$  zu  $v^2 \cos(\alpha)$  und  $s_y$  zu  $v^2 \sin(\alpha)$  betrachtet. Dabei werden  $v$  und  $\alpha$  mit dem in Kapitel 2.3.2 beschriebenen Fit berechnet (als Mittel aller Fits der einzelnen Lines). Aus diesen Werten kann die Standardabweichung beider Fits voneinander abgelesen werden, indem verlangt wird, dass genau 68.3% aller Werte kleiner sind als die Standardabweichung. Nimmt man an, dass  $v$  und  $\alpha$  korrekt sind, so sollte diese Standardabweichung etwa gleich dem als  $0.00026 \text{ m}^2/\text{s}^2$  errechneten Fehler sein. Tatsächlich wird diese größer sein,

da der Fehler in  $f_{ij}$  nicht berücksichtigt wurde und  $v$  und  $\alpha$  selbst fehlerbehaftet sind. Ein Vergleich der Daten vom 1.2.2009 bis zum 1.6.2009 liefert eine Standardabweichung von etwa  $0.00045 \text{ m}^2/\text{s}^2$  (vergleiche Abbildung 4.2). Dieses Ergebnis ist mit der Theorie des Onlinefits vereinbar.

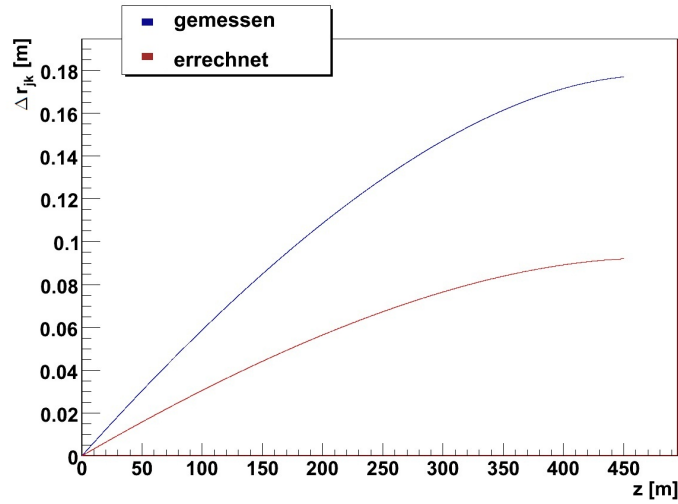


**Abbildung 4.2** Verteilung der Abweichungen des Onlinefits vom bisher verwendeten Fit für den Zeitraum vom 1.2.2009 bis zum 1.6.2009.

Damit kann der Fehler in den Kabelpositionen abgeschätzt werden. Unter der Annahme, dass sich die  $z$ -Position eines Punktes am Kabel bei Auslenkung nicht wesentlich ändert (was im Rahmen dieser Abschätzung gerechtfertigt ist), gilt:

$$\Delta r_{jk}(z) = \left| \frac{\delta}{\delta s_x} (a_j z + b_j \ln(1 - c_j z)) \right| s_k \Delta s_k = (a_j z + b_j \ln(1 - c_j z)) \Delta s_k \quad (4.22)$$

Die mit den momentanen und optimalen Fitparametern zu erwartenden Fehler in  $x$  und  $y$  der Positionen sind in Abbildung 4.3 dargestellt. Mit optimalen Fitparametern ist der Fehler stets kleiner als 10 cm, mit den momentanen Fitparametern ist der Fehler stets kleiner als 20 cm.



**Abbildung 4.3** Zu erwartende Fehler der Kabelpositionen in  $x$  und  $y$ . Die blaue Kurve zeigt den Fehler, welcher mit den momentanen Parametern der Lineshape zu erwarten ist, die rote Kurve den Fehler welcher mit den optimalen Parametern der Lineshape zu erwarten ist.

## 4.2 Berechnung des Headings eines Stockwerks

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie das Heading eines Stockwerks gefunden werden kann, dessen Kompass keine Daten liefert. Dazu wird zunächst eine Beschreibung des Rotationsverhaltens eines Stockwerks in einem vereinfachten Modell einer Line vorgenommen. Dann wird gezeigt, wie in diesem Modell unter Berücksichtigung der konkreten Eigenschaften der Lines das Heading eines Stockwerks bestimmt werden kann. Zuletzt wird die so gefundene Berechnung an den realen Daten getestet. Da die Überlegungen für alle Lines gleichermaßen gelten und nur die Betrachtung genau einer Line erfordern, beziehen sich alle verwendeten Variablen immer auf eine bestimmte Line und auf eine entsprechende Indizierung wird verzichtet.

### 4.2.1 Theoretische Überlegungen zur Bewegungsgleichung eines Stockwerks

Bei der Beschreibung der Lines wird die vertikale Auslenkung, welche im Verhältnis zur Länge der Line sehr gering ist, vernachlässigt. Jedes Stockwerk wird damit als senkrecht stehend angenommen. Zunächst wird die Bewegungsgleichung für die Rotationsbewegung eines Stockwerks um seine  $z$ -Achse gesucht. Dazu werden die auf das Stockwerk wirkenden Drehmomente betrachtet. Im Folgenden sei:

- $h_i$  = Heading des Stockwerks  $i$  der Line
- $l_{n,m}$  = Länge des Kabels zwischen den Stockwerken  $n$  und  $m$  der Line
- $\alpha$  = Winkel der Meeresströmung in der x-y Ebene
- $v$  = Betrag der Geschwindigkeit der Meeresströmung

### Drehmoment durch Torsion der Kabel

In Abhängigkeit der Ausrichtung von zwei aufeinander folgenden Stockwerken zueinander wirkt ein Drehmoment auf beide Stockwerke, das von dem relativen Winkel der beiden Stockwerke zueinander und den Eigenschaften des Kabels abhängt. Zu beachten ist dabei, dass dieser Winkel nicht zwangsläufig gleich der Differenz der jeweiligen Heading-Werte ist, da die Stockwerke nicht alle im gleichen Winkel am Kabel befestigt sein müssen. Da die Kabel zwischen den Stockwerke sich nur in der Länge unterscheiden, kann das Drehmoment zwischen dem Stockwerk  $i$  und  $i+1$  einer Line mit einer Funktion  $ft$  angegeben werden:

$$ft = ft(h_i - h_{i+1} + b_{i,i+1}, l_{i,i+1}) \quad (4.23)$$

Für  $i - 1 = 0$  soll  $h_{i-1}$  dabei dem Heading der BSS und für  $i + 1 = 26$   $h_{i+1}$  dem Heading der Boje entsprechen. Mit der Konstanten  $b_{n,m}$  wird berücksichtigt, dass die Stockwerke bei nicht verdrilltem Kabel ein unterschiedliches Heading haben können. Sie ist so gewählt, dass bei nicht verdrilltem Kabel (also verschwindendem Drehmoment durch Torsion)

$$h_i - h_{i+1} + b_{i,i+1} = 0 \quad (4.24)$$

gilt.

Sei  $M_i^{torsion}$  das auf Stockwerk  $i$  einer Line insgesamt wirkende Drehmoment durch Torsion der Kabel. Dieses ergibt sich demnach aus den Drehmomenten, welche durch die Kabel unterhalb und oberhalb des Stockwerkes hervorgerufen werden und kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$M_i^{torsion} = \frac{ft(h_i - h_{i-1} + b_{i,i-1})}{l_{i,i-1}} + \frac{ft(h_i - h_{i+1} + b_{i,i+1})}{l_{i,i+1}} \quad (4.25)$$

Berücksichtigt man, dass der Winkel, um den das Kabel zwischen zwei Stockwerken an den beiden Enden gegeneinander verdreht ist, nur einen sehr geringen Betrag annimmt (siehe 5.2.3: Eigenschaften der Rotationen), so ist folgende Näherung von  $ft(\Delta h, l)$  möglich:

$$ft(\Delta h, l) = \frac{k \cdot \Delta h}{l}, k = \text{const.} \quad (4.26)$$

Damit gilt:

$$M_i^{torsion} = k \cdot \left( \frac{\Delta h_{i,i-1}}{l_{i,i-1}} + \frac{\Delta h_{i,i+1}}{l_{i,i+1}} + c_i \right) \quad (4.27)$$

mit

$$c_i = \frac{b_{i,i-1}}{l_{i,i-1}} + \frac{b_{i,i+1}}{l_{i,i+1}} \quad (4.28)$$

Die Konstanten  $k$  und  $c_i$  sind nicht bekannt.

### Äußeres Drehmoment

Die Meeresströmung bewirkt ein Drehmoment  $M_i^{strömung}$ . Dieses hängt von der Form und Größe eines Stockwerks, der Ausrichtung des Stockwerks zur Meeresströmung sowie des Geschwindigkeitsbetrags der Meeresströmung ab. Die relative Ausrichtung wird gemäß der Annahme einer senkrechten Line durch das Heading vollständig bestimmt. Es gilt also:

$$M_i^{strömung} = f a_i (v, h_i - \alpha) \quad (4.29)$$

Prinzipiell spielt auch die Dichte des anströmenden Mediums eine Rolle, da diese jedoch sowohl räumlich als auch zeitlich konstant ist, fließt diese als Konstante in  $f a$  ein. Die Funktion  $f a_i$  ergibt sich aus dem Strömungswiderstand eines Stockwerks, die Unterscheidung nach den einzelnen Stockwerken ist notwendig, da diese sich von der Instrumentierung und damit auch vom Strömungswiderstand unterscheiden können.

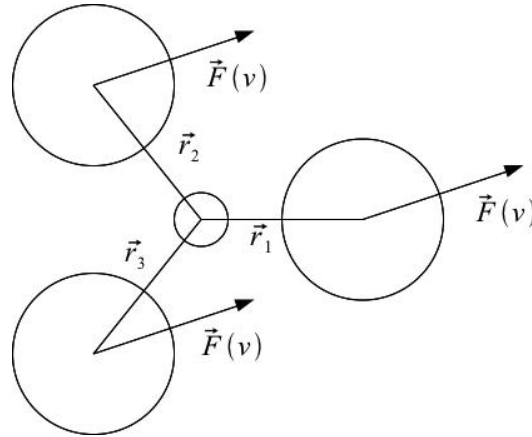
### Abschätzung des Strömungswiderstandes

Die Funktionen  $f a_i$  sind unbekannt, es kann jedoch versucht werden, diese abzuschätzen. Dazu wird die Tatsache genutzt, dass die Kraft, welche auf ein umströmtes Objekt wirkt, etwa proportional zu seinem Querschnitt ist. Eine Abschätzung erscheint deshalb sinnvoll, da es Bauteile auf einem Stockwerk gibt, die von den Abmessungen klar dominieren und deren genaue Geometrie bekannt ist. Es handelt sich dabei um die drei optischen Module. Im Folgenden wird eine Näherung von  $f a_i$  berechnet, für die angenommen wird, dass ein Stockwerk nur aus seinen drei OMs besteht und dass die Strömung vollständig homogen ist, also insbesondere keine Abschirmungseffekte auftreten.

Auf jedes dieser OMs wirkt damit die gleiche Kraft  $F(\vec{v})$ , wobei dieser Kraftvektor in Richtung der Strömung zeigt. Siehe dazu Abbildung 4.4.

Das Gesamtdrehoment zeigt also in  $z$ -Richtung und ergibt sich zu:

$$M = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F} \text{ mit } n = 3 \quad (4.30)$$



**Abbildung 4.4** Vereinfachtes Modell der auf ein Stockwerk wirkenden Kraft durch die Meeresströmung.

Es kann gezeigt werden, dass  $M$  (für ein beliebiges  $n$ , solange die  $r_n$  die Eckpunkte eines gleichseitigen  $n$ -Ecks sind) stets Null ist. Der Beweis dafür ist in Anhang B zu finden.

In dieser Näherung beträgt  $M_i^{strömung}$  also stets Null. Damit ist der einzige Effekt den die OMs auf das Drehmoment haben, durch die Inhomogenität der Meeresströmung (etwa durch gegenseitige Abschirmung der einzelnen OMs) bedingt. Damit ist einerseits das Gesamtdrehmoment relativ klein, andererseits haben die kleineren Strukturen eine größere Auswirkung auf das Gesamtdrehmoment und können nicht vernachlässigt werden. Damit wird eine Berechnung von  $f a_i$  sehr schwierig.

### Drehmoment durch Rotationsbewegung

Rotiert ein Stockwerk im Wasser, so erfährt es ein Drehmoment, welches der Drehbewegung entgegenwirkt. Dieses ist von der Winkelgeschwindigkeit und der Geometrie des jeweiligen Stockwerks abhängig. Es gilt also:

$$M_i^{rotation} = f r_i (dh_i/dt) \quad (4.31)$$

Die Dichte des Wassers wird, analog zum äußeren Drehmoment, als Konstante in  $f r (dh_i/dt)$  berücksichtigt.  $f r (dh_i/dt)$  ist unbekannt.

### Bewegungsgleichung eines Stockwerks

Mit den bisher beschriebenen Größen kann die Bewegungsgleichung eines Stockwerks angegeben werden. Diese lautet:

$$I_i \frac{d^2 h_i}{dt^2} = M_i^{torsion} + M_i^{strömung} + M_i^{rotation} \quad (4.32)$$

Dabei ist  $I$  der Trägheitstensor eines Stockwerks. Mit den verschiedenen Stockwerken einer Line ist dies ein System aus gekoppelten Differentialgleichungen, welches mit den bekannten Größen nicht zu lösen ist. Es können daraus jedoch verschiedene vereinfachte Modelle abgeleitet werden, welche eine Näherung des Headings eines Stockwerks zulassen. Die Zulässigkeit dieser Modelle ergibt sich aus dem realen Verhalten der Stockwerke, welches aus den realen Daten abgelesen werden kann. Im Folgenden wird insbesondere versucht, ein geeignetes statisches Modell zu finden.

### **Einfluss der Meeresströmung**

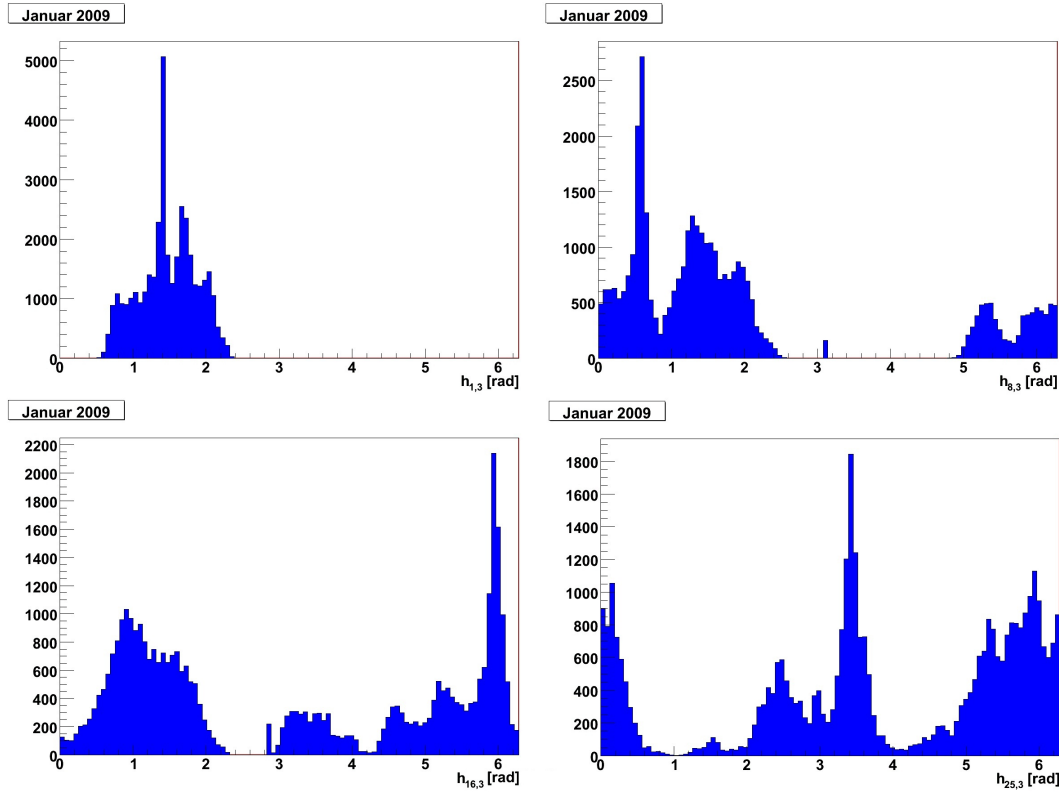
Das einfachste Modell wäre eines, bei dem  $M^{torsion}$  derartig gegenüber  $M^{strömung}$  dominiert, dass jedes Stockwerk eine nahezu konstante Ausrichtung hat. Dass dies nicht der Fall ist, ist sofort an der Häufigkeit zu erkennen, mit der ein bestimmter Winkelbereich von dem Heading eines Stockwerks angenommen wird. Ein Beispiel der Heading-Werte eines bestimmten Zeitraums ist in Abbildung 4.5 zu sehen. Die Heading-Werte verschiedener Stockwerke überstreichen teilweise Winkelbereiche größer  $2\pi$ .

### **Einfluss der Torsionskraft**

Es wäre ebenfalls möglich, dass die Torsionskraft gegenüber den anderen Kräften zu vernachlässigen ist. In diesem Fall würden die gekoppelten Differentialgleichungen in mehrere ungekoppelte Differentialgleichungen zerfallen (die aufgrund der unbekannten Größen allerdings auch nicht unbedingt lösbar sein müssen). Dass dies nicht der Fall ist, kann aus der Korrelation zwischen Varianz des zeitlichen Verlaufs des Headings und der Stockwerkshöhe gefolgert werden. Wenn das Kabel zu vernachlässigen wäre, würde es keinen systematischen Unterschied zwischen den Stockwerken verschiedener Höhen geben (homogene Strömung vorausgesetzt). Vergleiche dazu Abbildung 4.5, in welcher die im Januar 2009 angenommenen Heading-Werte für die Stockwerke 1, 8, 16 und 25 der Line 3 zu sehen sind. Die quadratischen Standardabweichungen sind in Tabelle 4.1 zu sehen.

Stockwerk	RMS [rad]
1	0.15
8	0.81
16	1.92
25	2.35

**Tabelle 4.1** Standardabweichung der Heading-Werte einzelner Stockwerke von Line 3.



**Abbildung 4.5** Heading-Werte der Stockwerke 1, 8, 16 und 25 der Line 3 vom Januar 2009. Es ist zu beobachten, dass höhere Stockwerke in den Heading-Werten stärker variieren. Dies bedeutet, dass der Einfluss des Kabels im Vergleich zur Strömung nicht zu vernachlässigen ist.

#### 4.2.2 Modell einer statischen Line

Bisher wurde festgestellt, dass für den Zustand einer Line sowohl  $M_i^{torsion}$  als auch  $M_i^{strömung}$  berücksichtigt werden müssen. Ein damit erlaubtes Modell wäre das einer Line, welche sich zu jedem Zeitpunkt in einem statischen Gleichgewicht mit der Meeresströmung befindet. In diesem Fall ergibt sich aus den Bewegungsgleichungen folgendes System von Gleichungen:

$$M_i^{torsion} + M_i^{strömung} = 0 \forall i \quad (4.33)$$

Damit muss es zu jedem Wert der Meeresströmung  $(v, \alpha)$  für jede Line eine gewisse Anzahl (welche bei einem realen Aufbau endlich ist) an Konfigurationen  $(h_1, h_2, \dots, h_{25})$  geben, welche diesem Gleichungssystem genügen.



Dies kann für eine Rekonstruktion genutzt werden. Die genauen Konfigurationen der Gleichgewichtszustände lassen sich aufgrund der fehlenden quantitativen Beschreibungen der einzelnen Drehmomente nicht berechnen, es ist jedoch möglich, bereits angenommene Konfigurationen aus den vorhandenen Daten abzulesen. Dabei werden aus den bisher gesammelten Daten alle zu einem bestimmten Strömungsintervall gehörenden Konfigurationen gespeichert. Zu einem gegebenen Zeitpunkt könnte dann anhand der Parameter der Strömung  $v$  und  $\alpha$  sowie des bekannten Headings mehrerer Stockwerke entschieden werden, in welcher Konfiguration sich die Line zu diesem Zeitpunkt befindet.

Dieses Modell kann in jedem Zeitraum angewendet werden, in dem sich die Strömung langsam genug ändert und welcher lang genug ist, so dass die Line ausreichend zur Ruhe kommen kann.

Es konnte gezeigt werden, dass dieses Modell eine Rekonstruktion des Headings mit einem Fehler in der Größenordnung von Grad zulässt. Tatsächlich ist die Line jedoch über weite Zeiten in Schwingung und befindet sich damit in keiner Gleichgewichtskonfiguration. Damit kann dieses Verfahren nicht in allen Zeiträumen angewandt werden, wenn keine größeren Fehler für die Heading-Werte der einzelnen Stockwerke akzeptiert werden sollen. Als Beispiel für solche Schwingungen siehe Abbildung 3.1.

Daher wurde dieses Modell erweitert, um eine Rekonstruktion in jedem Zeitraum zu ermöglichen. Dies wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

### 4.2.3 Modell einer lokal statischen Line

Bei diesem Modell wird davon ausgegangen, dass stets

$$M_i^{tension} \approx -M_i^{strömung} \quad (4.34)$$

gilt. Nach Gleichung 4.27 bedeutet dies, dass das Heading eines Stockwerks nur wenig von einem Gleichgewichtszustand

$$M_i^{tension} = -M_i^{strömung} \quad (4.35)$$

abweicht. Im Gegensatz zum global statischen Modell sind damit auch größere Auslenkungen aus einer globalen Gleichgewichtskonfiguration erlaubt, wenn diese sich aus kleinen Auslenkungen aus lokalen Gleichgewichtskonfigurationen, welche nur die benachbarten Stockwerke berücksichtigen, zusammensetzen.

Im Folgenden soll gezeigt werden, dass dieses Modell sinnvoll ist (das also 4.34 zutrifft) und wie es zur Berechnung der Heading-Werte eingesetzt werden kann.

### Die Gültigkeit des Modells

Im Folgenden sei:

$$M_i^{torsion'} := \frac{h_i - h_{i-1}}{l_{i,i-1}} + \frac{h_i - h_{i+1}}{l_{i,i+1}} \quad (4.36)$$

Nach Gleichung 4.27 gilt demnach:

$$M_i^{torsion'} \sim M_i^{torsion} + const. \quad (4.37)$$

Weiterhin seien die Kabellängen zwischen allen Stockwerken gleich 1 (diese sind etwa gleich lang).  $M_i^{torsion'}$  hat damit die Einheit eines Winkels. Wenn Gleichung 4.34 zutrifft (und nur dann), muss nach 4.37 ein

$$M_i^{strömung'}(v, h_i - \alpha) \sim M_i^{strömung}(v, h_i - \alpha) + const. \quad (4.38)$$

so definiert werden können, dass stets

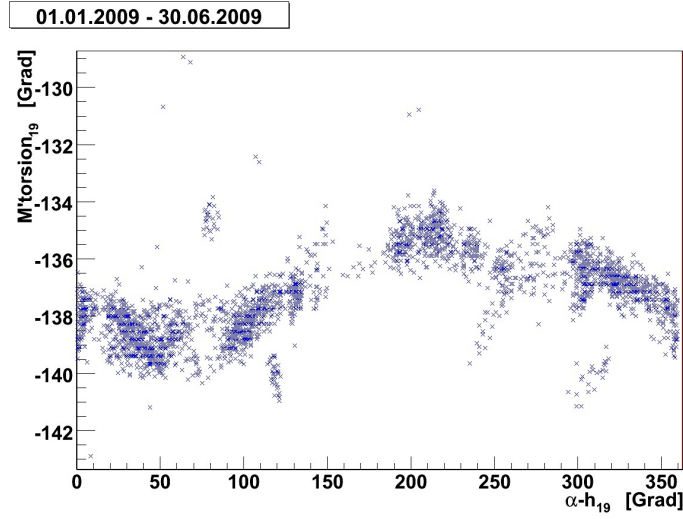
$$M_i^{torsion'} \approx -M_i^{strömung'} \quad (4.39)$$

gilt. Die Aussage, dass dies nur dann möglich ist, wenn 4.34 zutrifft, folgt aus der Tatsache, dass ansonsten nur Konfigurationen angenommen würden, in denen die Line an dieser Stelle im Ungleichgewicht ist. Dies ist für einen endlichen Wertebereich von  $v$  nicht möglich.

Da die betragsmäßige Auslenkung des Stockwerks aus seiner Ruhelage im Gleichgewichtsfall mit größerer Strömung stetig zunehmen muss, solange  $h_i - \alpha$  konstant ist und  $f_a(v, h_i - \alpha)$  für diesen Bereich von  $h_i - \alpha$  nicht konstant Null ist, kann außerdem verlangt werden, dass  $M_i^{strömung'}$  mit zunehmendem  $v$  abhängig von  $h_i - \alpha$  stetig zu- oder abnimmt. Damit muss bei gegebenem  $h_i - \alpha$  der Mittelwert von  $M_i^{strömung'}$  ebenfalls stetig zu- oder abnehmen.

Wenn Gleichung 4.34 zutrifft (und nur dann), liegt also  $M_i^{torsion'}$ , da  $M_i^{strömung'}$  bei gegebenem  $v$  und  $\alpha - h_i$  eindeutig festgelegt ist, bei gegebenem  $v$  und  $\alpha - h_i$  in einem begrenzten Wertebereich, welcher der Variation des Winkels  $h_i$  um einige Grad entspricht. Dabei entspricht das Mittel etwa  $M_i^{strömung'}$ .

Damit kann gezeigt werden, dass 4.34 zutrifft wie im Folgenden exemplarisch gezeigt wird. In Abbildung 4.6 wird (für Line 1)  $M_{19}^{torsion'}$  gegen  $\alpha - h_{19}$  für alle Zeitpunkte vom 1.1.2009 bis zum 1.6.2009 aufgetragen, für die  $|v - 6\text{cm/s}| < 0.25\text{ cm/s}$  gilt (was einer willkürlich gewählte, etwa konstanten Strömungsgeschwindigkeit entspricht). Es ist zu erkennen, dass  $M_i^{torsion'}$  um eine Funktion von  $\alpha - h_{19}$  variiert. Diese kann nach Gleichung 4.36 und 4.39 mit  $-M_{19}^{strömung'}(v \approx 6\text{ cm/s}, h_{19} - \alpha)$  identifiziert werden. Analog dazu wird in Abbildung 4.7  $M_{19}^{torsion'}$  gegen  $v$  für alle Zeitpunkte vom 1.1.2009 bis zum 1.6.2009 aufgetragen, für die  $|\alpha - h_{19} - 0.8\text{ rad}| < 0.1\text{ rad}$  gilt (was einer etwa konstanten, willkürlich gewählten Anströmrichtung entspricht).



**Abbildung 4.6**  $M_{19}^{torsion'}$  gegen  $\alpha - h_{19}$  mit  $|v - 6 \text{ cm/s}| < 0.25 \text{ cm/s}$  für Line 1 vom 1.1.2009 bis zum 1.6.2009.

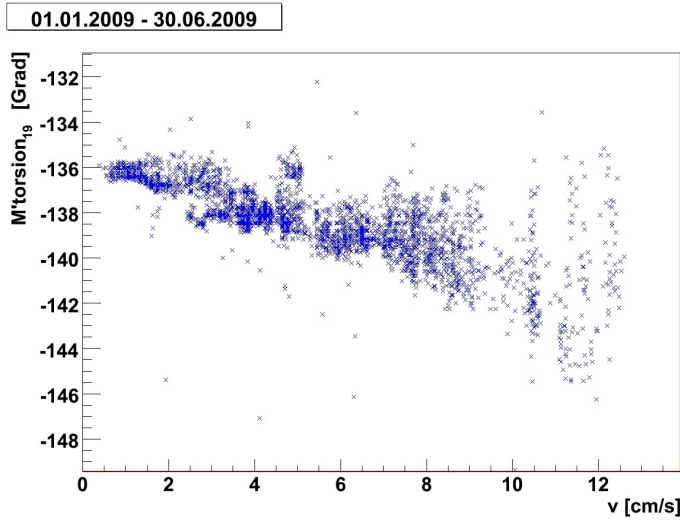
Es ist zu erkennen, dass  $M_i^{torsion'}$  um eine Funktion von  $v$  variiert, welche wieder nach Gleichung 4.39 mit  $M_{19}^{strömung'}(v, h_{19} - \alpha \approx 0.8 \text{ rad})$  identifiziert werden kann.

Der Verlauf dieses Graphen stimmt auch mit der beschriebenen Forderung überein, welche an  $M_i^{strömung'}(v, h_{19} - \alpha = \text{const.})$  gestellt werden kann.

Damit trifft Gleichung 4.34 zu. Diese Näherung wird allerdings, wie in Abbildung 4.7 zu sehen, mit zunehmendem  $v$  immer ungenauer, womit eine Berechnung, die von 4.34 ausgeht, ebenfalls ungenauer wird. Da bei größerer Strömungsgeschwindigkeit aber auch das Acoustic-Positioning-System immer ungenauer wird [13] und hohe Bioluminoszenz-Raten auftreten (was sich negativ auf die Nachweisbarkeit von Neutrinos auswirkt), sind Zeiten mit hoher Strömungsgeschwindigkeit nicht interessant. Dies ist somit akzeptabel. Eine Fehlerrechnung ist in Kapitel 4.2.3 zu finden.

### Durchführung der Berechnung

Für die Berechnung wird für jedes Stockwerk ein zweidimensionales Feld  $F_i[v_{bin}][\phi_{bin}]$  erzeugt, dessen Koordinaten  $\alpha_{bin}$  und  $\phi_{bin}$  einem bestimmten Intervall der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  und einem bestimmten Intervall der Anströmungsrichtung  $\alpha - h_i := \phi_i$  entsprechen. In dieses Feld wird dann eingetragen, was der mittlere Wert von  $M_i^{torsion'}$  für diese Koordinaten ist. Sei im folgenden  $\Delta M_{i,v_{bin},\phi_{bin}}^F$  die Standardabweichung der zu dem Element  $F_i[v_{bin}][\phi_{bin}]$  gehörenden Werte von  $M_i^{torsion'}$ . Um das Heading eines Stockwerks  $i$  zu berechnen, werden zwei Fälle unterschieden:



**Abbildung 4.7**  $M_{19}^{torsion'}$  gegen  $v$  mit  $|\alpha - h_{19} - 0.8 \text{ rad}| < 0.1 \text{ rad}$  für Line 1 vom 1.1.2009 bis zum 1.6.2009.

1. Zwei Stockwerke über dem gesuchten Stockwerk liefern Daten: Es wird der zu  $v$  und  $\phi_{i+1}$  gehörende Wert (im folgenden  $M_{i+1}^F$ ) aus  $F_{i+1}$  gelesen und

$$\frac{h_{i+1} - h_{i+2}}{l_{i+1,i+2}} + \frac{h_{i+1} - h_i}{l_{i+1,i}} = M_{i+1}^F \quad (4.40)$$

nach  $h_i$  gelöst. Dies ist das gesuchte Heading.

2. Zwei Stockwerke unter dem gesuchten Stockwerk liefern Daten: Es wird der zu  $v$  und  $\phi_{i-1}$  gehörende Wert (im folgenden  $M_{i-1}^F$ ) aus  $F_{i-1}$  gelesen und

$$\frac{h_{i-1} - h_{i-2}}{l_{i-1,i-2}} + \frac{h_{i-1} - h_i}{l_{i-1,i}} = M_{i-1}^F \quad (4.41)$$

nach  $h_i$  gelöst. Dies ist das gesuchte Heading.

Wenn die Daten dies zulassen, sollten beide Berechnungen ausgeführt und das Ergebnis gemittelt werden.

### Fehlerbetrachtung

Im folgenden wird stets vom ersten Fall der Berechnung ausgegangen, da der zweite vollkommen analog behandelt werden kann.

Das gesuchte Heading lautet also:

$$h_i = \frac{l_{i+1,i}}{l_{i+1,i+2}}(h_{i+1} - h_{i+2}) - l_{i+1,i} \cdot M_{i+1}^F - h_{i+1} \quad (4.42)$$

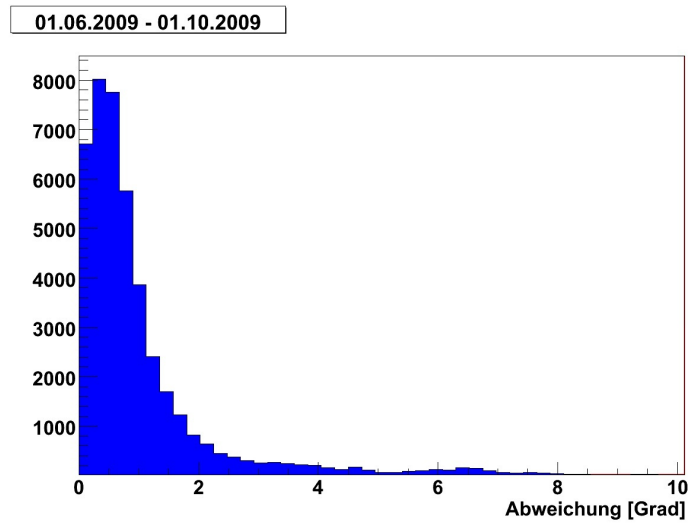
Nimmt man an, dass der Fehler der gemessenen Heading-Werte zu vernachlässigen ist, so lautet der Fehler in den errechneten Heading-Werten:

$$\Delta h_i = |l_{i+1,i}| \cdot \Delta M_{i+1}' = |l_{i+1,i}| \cdot \Delta M_{i,v_{bin},\phi_{bin}}^F \quad (4.43)$$

Damit kann die Standardabweichung der errechneten Heading-Werte zu den realen Werten  $\Delta h_i$  aus  $\Delta M_{i,v_{bin},\phi_{bin}}^F$  bestimmt werden. Dabei zeigt sich, dass  $\Delta h_i$  mit zunehmender Geschwindigkeit zunimmt.

Teilt man den möglichen Bereich von  $v$  als auch  $\phi_i$  in 20 Intervalle ein, so zeigen die Daten, dass  $\Delta h_i$  von etwa  $0.1^\circ$  bis zu  $2.5^\circ$  reicht. Der mittlere Fehler über alle Winkel und Geschwindigkeitsintervalle liegt bei etwa  $1.5^\circ$ .

Als Beispiel für die zu erwartende Abweichung dieses Verfahrens ist in Abbildung 4.8 die Differenz von realen und berechneten Werten zu sehen, wobei nur das Verfahren (2) verwendet wurde. Die Standardabweichung beträgt dabei etwa  $1^\circ$ . Berücksichtigt man, dass für die Berechnung mehr niedrigere als hohe Geschwindigkeiten auftraten, so entspricht dies sehr gut dem mit  $\Delta M_{i,v_{bin},\phi_{bin}}^F$  vorhergesagten Fehler.



**Abbildung 4.8** Abweichung der Berechneten Heading-Werten von den realen Heading-Werten von Stockwerk 20 von Line 1 vom 1.6.2009 bis zum 1.10.2009. Das für die Berechnung verwendete Feld  $F_{20}$  wurde mit den Daten vom 1.1.2009 bis zum 1.6.2009 erstellt.

## 5 Ausblick

Der nächste Schritt zur Verbesserung der Bestimmung der Geometrie des Detektors wäre der bereits erwähnte Global-Fit. Mit der Korrektur der Ankerpositionen ist der Grundstein dafür bereits gelegt. Was zu tun bleibt ist eine Korrektur der Parameter der Lineshape-Formeln der einzelnen Lines. Damit sollten alle Lines zu einem Zeitpunkt die gleiche Geschwindigkeit messen und es wäre möglich, den bestehenden Fitting-Algorithmus so anzupassen, dass aus den Messdaten aller Lines eine für alle Lines gültige Geschwindigkeit errechnet wird. Dadurch würde einerseits die Genauigkeit des Fits erhöht werden, andererseits würde, berücksichtigt man die in dieser Arbeit beschriebene Methode zur Bestimmung der Heading-Werte, die Bestimmung der Geometrie des Detektors nur in sehr geringem Maße von ausfallenden Messinstrumenten beeinträchtigt.



# A Der Fitting Algorithmus

Die Anpassung der Geraden findet an einen Satz von  $N$  Punkten (die Messpunkte für die Stockwerkspositionen) statt. Für die Anpassung wird ein least-square fit durchgeführt, als zu minimierende Fitparameter werden die quadratischen Abstände der einzelnen Punkte zur Geraden gewählt. Dies ist sinnvoll, da die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines einzelnen Stockwerks radialsymmetrisch um seinen Messpunkt abnimmt.

Im Folgenden sei:

$\vec{A}$  = Aufpunkt der Geraden

$\vec{V}$  = normierter Richtungsvektor der Geraden

$\vec{P}$  = Punkt

$\vec{P}' = \vec{P} - \vec{A}$  = Punkt in einem System, welches den Aufpunkt als Nullpunkt hat

$\alpha$  = Winkel zwischen den Vektoren  $\vec{V}$  und  $\vec{P}'$

$\vec{B}$  = Schnittpunkt der Geraden und einem Vektor zwischen Punkt und Gerade, welcher senkrecht auf der Geraden steht

$\vec{B}' = \vec{B} - \vec{A}$

$\vec{D} := \vec{P} - \vec{B} = \vec{P}' - \vec{B}'$

= Vektor zwischen Punkt und Gerade, welcher senkrecht auf der Geraden steht

Der quadratische Abstand zwischen einem Punkt zu einer Geraden errechnet sich dann wie folgt:

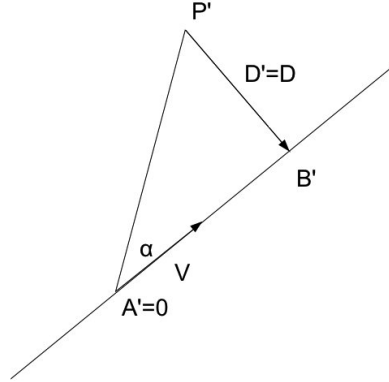
$$\vec{P}' \circ \vec{V} = \cos(\alpha) |\vec{P}'| |\vec{V}| = \cos(\alpha) |\vec{P}'| = |\vec{B}'| \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{B}' = |\vec{B}'| \vec{V} \quad (\text{A.2})$$

$$(\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} D^2 = |\vec{D}|^2 &= |(\vec{P}' \circ \vec{V}) \vec{V} - \vec{P}'|^2 = |(P'_x V_x + P'_y V_y) \vec{V} - \vec{P}'|^2 \\ &= (P'_x V_x + P'_y V_y) V_x - P'_x)^2 + (P'_x V_x + P'_y V_y) V_y - P'_y)^2 \\ &= (P'_x (V_x^2 - 1) + P'_y V_y V_x)^2 + (P'_y (V_y^2 - 1) + P'_x V_x V_y)^2 \\ &= c_1 P_x'^2 + c_2 P_y'^2 + c_3 P'_x P'_y \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$





**Abbildung A.1** Skizze zur Berechnung der Entfernung eines Punktes zu einer Gerade.

wobei

$$c_1 := (V_x^2 - 1)^2 + (V_x V_y)^2 \quad (\text{A.5})$$

$$c_2 := ((V_y V_x)^2 + (V_y^2 - 1)^2) \quad (\text{A.6})$$

$$c_3 := 2 \cdot ((V_x^2 - 1)V_y V_x + (V_y^2 - 1)V_y V_x) \quad (\text{A.7})$$

$$(\text{A.8})$$

gilt. Der für den Fit zu minimierende Wert ist also die Summe aller  $N$  quadratischen Abstände  $D_i^2$  die zu den jeweiligen Punkten  $\vec{P}_i$  gehören:

$$S = \sum_{i=0}^N D_i^2 \quad (\text{A.9})$$

Dieser Wert muss demnach nach den Parametern  $\vec{A}$  und  $\vec{V}$  minimiert werden. Nach A.4 gilt dann für ein gegebenes  $\vec{V}$ :

$$S = \sum_{i=0}^N c_1 P_{ix}'^2 + c_2 P_{iy}'^2 + c_3 P_{ix}' P_{iy}' \quad (\text{A.10})$$

Am Minimum von  $S$  muss dann gelten:

$$dS/dA_x = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$dS/dA_y = 0 \quad (\text{A.12})$$

---

Wegen  $\vec{P}' = \vec{P} - \vec{A}$  gilt also:

$$dS/dA_x = \sum_{i=0}^N -2c_1 P'_{ix} - c_3 P'_{iy} = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$dS/dA_y = \sum_{i=0}^N -2c_2 P'_{iy} - c_3 P'_{ix} = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$(\text{A.15})$$

Damit folgt:

$$-2c_1 \left( \sum_{i=0}^N (P_{ix}) - NA_x \right) - c_3 \left( \sum_{i=0}^N (P_{iy}) - NA_y \right) = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$-2c_2 \left( \sum_{i=0}^N (P_{iy}) - NA_y \right) - c_3 \left( \sum_{i=0}^N (P_{ix}) - NA_x \right) = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$(\text{A.18})$$

Eine spezielle Lösung hierfür lässt sich leicht finden. Der Schwerpunkt

$$\vec{h} := 1/N \sum_{i=1}^N \vec{P}_i \quad (\text{A.19})$$

aller Punkte genügt den Gleichungen A.16 und A.17:

$$-2c_1 (NA_x - NA_x) - c_3 (NA_y - NA_y) = 0 \quad (\text{A.20})$$

$$-2c_1 (NA_y - NA_y) - c_3 (NA_x - NA_x) = 0 \quad (\text{A.21})$$

Da die Gleichungen A.16 und A.17 als einzige freie Parameter  $A_x$  und  $A_y$  haben, können diese in folgender Form geschrieben werden:

$$l_1 A_x + m_1 A_y + n_1 = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$l_2 A_x + m_2 A_y + n_2 = 0 \quad (\text{A.23})$$

Hierbei handelt es sich um zwei Geradengleichungen. Für die Werte von  $\vec{A}$ , die diesen Gleichungen genügen, gibt es demnach drei Möglichkeiten:

1. Die beiden Geraden sind parallel und nicht identisch. In diesem Fall gibt es keine Lösung.
2. Die beiden Geraden sind nicht parallel. In diesem Fall gibt es genau eine Lösung.

3. Die beiden Geraden sind identisch. In diesem Fall liegen alle Lösungen auf einer Geraden.

Der erste Fall kann nicht zutreffen da gezeigt wurde, dass immer mindestens eine Lösung existiert. Der zweite Fall kann auch nicht zutreffen, da alle Punkte auf der Geraden  $\vec{h} + \lambda \vec{V}$  gleichwertige Aufpunkte sind. Demnach trifft der dritte Fall zu, alle Lösungen liegen auf einer Geraden, welche mit der gleichen Argumentation mit  $\vec{h} + \lambda \vec{V}$  identifiziert werden kann. Damit muss jeder Punkt dieser Geraden ein absolutes Minimum von  $S$  sein.

Damit ist gezeigt: Für ein beliebiges  $\vec{A}$  ist  $\vec{h}$  (welches unabhängig von  $\vec{V}$  ist) ein absolutes Minimum von  $S(\vec{A})$

Für den Fit bedeutet dies, das  $\vec{A} = \vec{h}$  gesetzt werden kann und als freier Parameter  $\vec{V} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{pmatrix}$  übrigbleibt, wobei  $0 \leq \phi < \pi$  ist. Um den Fit durchzuführen, muss also nur ein Parameter in einem begrenzten Bereich gesucht werden. Daher kann der Fit mit geringem Rechenaufwand mit einfachem Durchprobieren von  $\phi$  ausgeführt werden.

## B Beweis zur Strömungsunabhängigkeit des Drehmoments

$$M = \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i \times \vec{F}) \quad (\text{B.1})$$

Behauptung:

$M = 0$ , solange die  $r_n$  die Eckpunkte eines gleichseitigen n-Ecks sind. Beweis:

$$\vec{S} := \sum_{i_1}^n \vec{r}_i \quad (\text{B.2})$$

Damit gilt:

$$M_x = \sum_{i_1}^n r_{i,y} F_z - r_{i,z} F_y = S_y F_z - S_z F_y \quad (\text{B.3})$$

$$M_y = \sum_{i_1}^n -r_{i,x} F_z + r_{i,z} F_x = -S_x F_z + S_z F_x \quad (\text{B.4})$$

$$M_z = \sum_{i_1}^n r_{i,x} F_y - r_{i,y} F_x = S_x F_y - S_y F_x \quad (\text{B.5})$$

Die Behauptung ist also bewiesen, wenn  $\vec{S} = \vec{0}$ .

Dies kann folgendermaßen gezeigt werden:

Die Ecken des n-Ecks werden im Uhrzeigersinn durchnummeriert. Dann wird ein euklidisches Koordinatensystem so gewählt, dass  $\vec{r}_1$  auf der x-Achse und die Ebene des n-Ecks in der x-y-Ebene liegt. Damit gilt:

$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Die Vektoren  $r_{1+a}$  und  $r_{n+1-a}$  ( $a \in \mathbb{N}$  und  $0 < a < n$ ) haben dann aufgrund der Symmetrieeigenschaften des n-Ecks die folgende Form:

$$r_{1+a} = \begin{pmatrix} x_{1+a} \\ y_{1+a} \\ 0 \end{pmatrix}, r_{n+1-a} = \begin{pmatrix} x_{1+a} \\ -y_{1+a} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

In diesem Koordinatensystem gilt also stets  $S_y = 0$  und  $S_z = 0$ .

Berechnet man nun ein  $\vec{S}'$  in einem analogen Koordinatensystem, nur mit dem Vektor  $\vec{r}_2$  statt  $\vec{r}_1$  als x-Achse, so folgt  $S'_y = 0$  und  $S'_z = 0$ . Da beide Koordinatensysteme durch eine von Null und  $180^\circ$  verschiedene Rotation um die z-Achse ineinander übergehen, muss auch  $S_x = S'_x = 0$  gelten.

Damit ist die ursprüngliche Behauptung bewiesen.

## C Plots der Daten zur Bestimmung der Ankerpositionen

Die folgenden Abbildungen zeigen  $H(\vec{x})$  nach 3.2.3 und  $D(\vec{x})$  nach 3.2.2 für die jeweiligen Lines für den Zeitraum vom 01.01.2009 bis zum 31.06.2009:

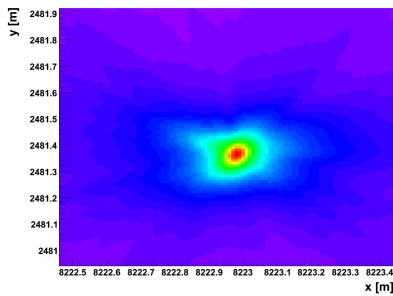


Abbildung C.1  $H(\vec{x})$  für Line 1.

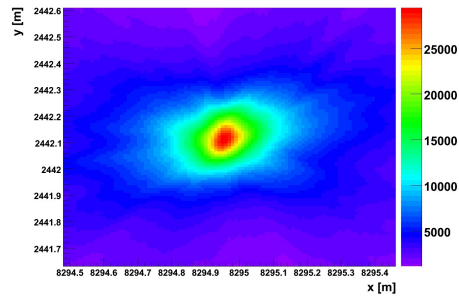


Abbildung C.2  $H(\vec{x})$  für Line 2.

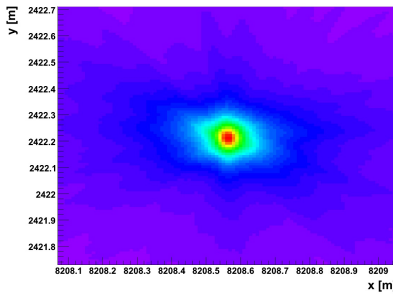


Abbildung C.3  $H(\vec{x})$  für Line 3.

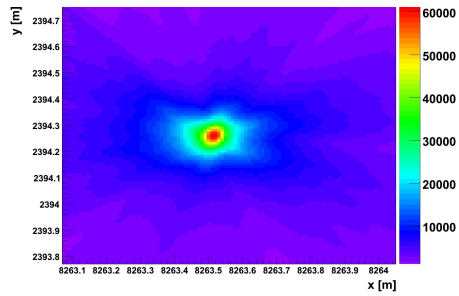


Abbildung C.4  $H(\vec{x})$  für Line 4.

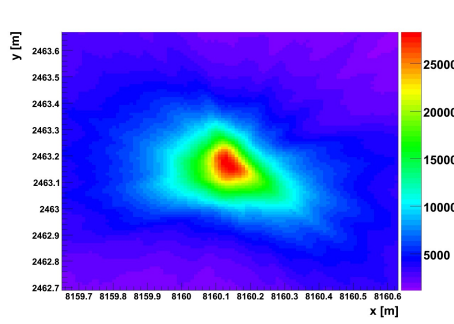


Abbildung C.5  $H(\vec{x})$  für Line 5.

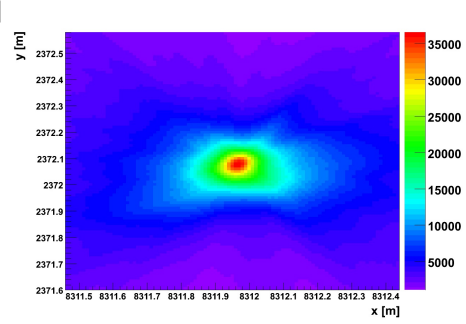


Abbildung C.6  $H(\vec{x})$  für Line 6.

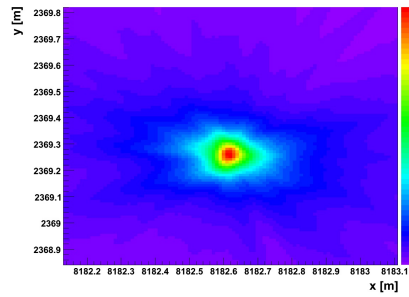


Abbildung C.7  $H(\vec{x})$  für Line 7.

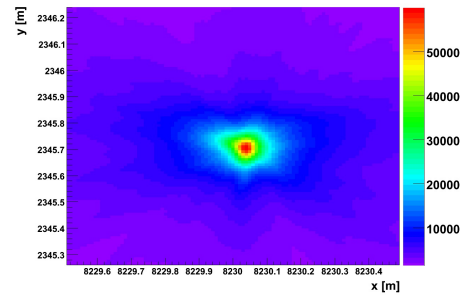


Abbildung C.8  $H(\vec{x})$  für Line 8.

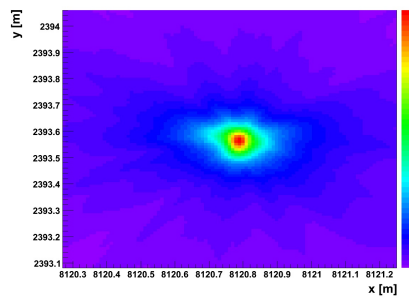


Abbildung C.9  $H(\vec{x})$  für Line 9.

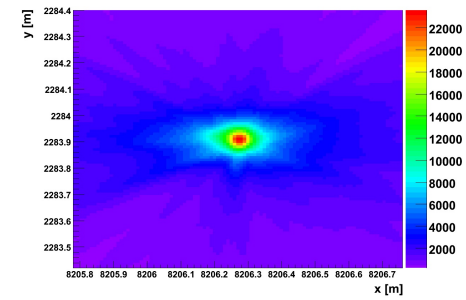


Abbildung C.10  $H(\vec{x})$  für Line 12.

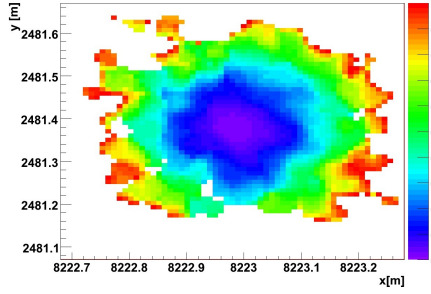


Abbildung C.11  $D(\vec{x})$  für Line 1.

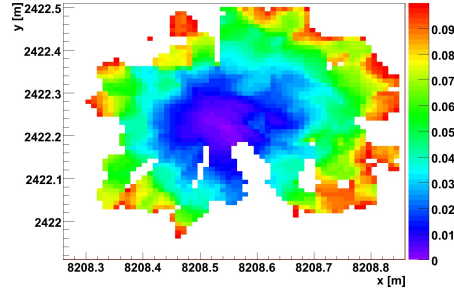


Abbildung C.12  $D(\vec{x})$  für Line 3.

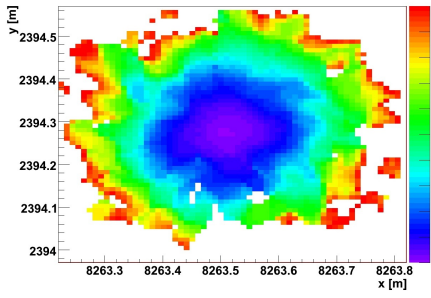


Abbildung C.13  $D(\vec{x})$  für Line 4.

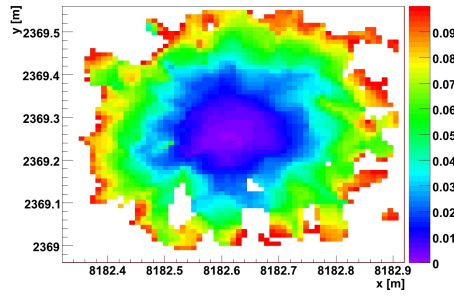


Abbildung C.14  $D(\vec{x})$  für Line 7.

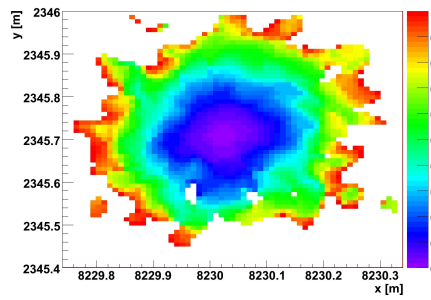


Abbildung C.15  $D(\vec{x})$  für Line 8.

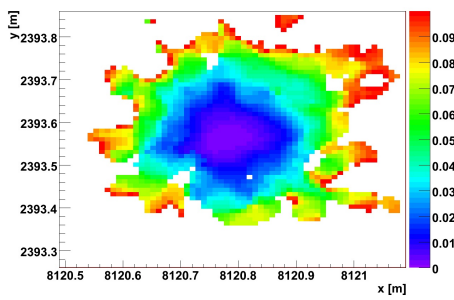
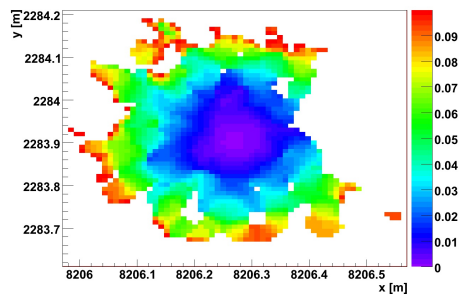


Abbildung C.16  $D(\vec{x})$  für Line 9.





**Abbildung C.17**  $D(\vec{x})$  für Line 12.

# Literaturverzeichnis

- [1] Particle Data Group, 'Particle physics booklet', IOP Publishing (2010)
- [2] Thomas K. Gaisser, 'Cosmic Rays and Particle Physics', Cambridge University Press (1999)
- [3] N. Schmitz, 'Neutrino-physik', Teubner Verlag (1997)
- [4] Povh, Rith, Scholz, Zetsche, 'Teilchen und Kerne', Springer (2004)
- [5] T. Chiarusi, M. Spurio, 'High-Energy Astrophysics with Neutrino Telescopes', arxiv.org, arXiv:0906.2634v2 [astro-ph.HE] (2009)
- [6] Julia K. Becker, 'High-energy neutrinos in the context of multimessenger astrophysics', arxiv.org, arXiv:0710.1557v2 [astro-ph.HE] (2008)
- [7] M. R. Buckley, D. Spolyar, K. Freese, D. Hooper H. Murayama, 'High-energy neutrino signatures of dark matter', prd.aps.org, Phys. Rev. D 81, 016006 (2010)
- [8] J.A. Aguilar et al., 'Search for a diffuse flux of high-energy  $\nu_\mu$  with the ANTARES neutrino telescope', arxiv.org arXiv:1011.3772v1 [astro-ph.HE] (2010)
- [9] J.A. Aguilar et al., AMADEUS - The Acoustic Neutrino Detection Test System of the ANTARES Deep-Sea Neutrino Detection Test System of the ANTARES DEEP-Sea Neutrino Telescope', arxiv.org, arXiv:1009.4179v1 [astro-ph.HE] (2010)
- [10] M. Anghinolfi, H. Costantini, K. Fratini, D. Piombo, M. Taiuti, 'New measurement of the angular acceptance of the Antares Optical Module', ANTARES-OPMO-2008-001 (2008)
- [11] P. Vernin, 'Alignment geometry: from the storey to the PMT', ANTARES-2007-002 (2007)
- [12] Valentin Niess, 'Genisea acoustic positioning: description and data base storage, ANTARES-CALI-2007-006 (2004)
- [13] Anthony M Brown, 'Internal note on automated procedure for Acoustic Positioning System', ANTARES-CALI-2009-002

- [14] J. Hoessl, H. Motz, U.Fritsch, 'ANTARES Alignment (The linefit part)',  
ANTARES-CALI-2009-001 (2009)

# Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die mich während meiner Arbeit unterstützt und somit zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Besonders bedanken möchte ich mich bei:

Prof. Dr. Gisela Anton für die Vergabe dieses Themas und die Unterstützung während der Bearbeitung.

Dr. Thomas Eberl für die Beantwortung zahlreicher Fragen.

Dr. Jürgen Hössl für die Unterstützung während der Arbeit und fürs Korrekturlesen.

Ulf Fritsch für die regelmässigen Besprechungen, die Beantwortung zahlreicher Fragen und fürs Korrekturlesen.

Der ANTARES-Gruppe für eine ausgezeichnete Arbeitsatmosphäre.

Meiner Familie, deren Unterstützung für mich während meines gesamten Studiums von unschätzbarem Wert war.



# Erklärung

Hiermit bestätige ich, dass ich die Diplomarbeit selbstständig angefertigt und keine außer den angegebenen Hilfsmitteln verwendet habe.

Erlangen, den 10. Februar 2011

Andreas Gleixner