

Systematische Analyse zum Pointingverhalten des Cherenkov Telescope Arrays

Masterarbeit aus der Physik

vorgelegt von

Stefan Eschbach

am 28. Oktober 2014

Erlangen Centre for Astroparticle Physics
Physikalisches Institut
Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg



1. Gutachter: Prof. Dr. Christopher van Eldik
2. Gutachter: Prof. Dr. Uli Katz

Kurzfassung

Das Cherenkov Telescope Array, kurz CTA, ist ein zukünftiges Instrument zur bodengebundenen Beobachtung kosmischer Gammastrahlung im Energiebereich von einigen 10 GeV bis über 100 TeV. Es wird eine höhere Sensitivität besitzen, einen größeren Energiebereich abdecken und über eine bessere Winkelauflösung verfügen als alle bisherigen bodengebundenen Gammastrahlungs-Observatorien.

Die größte Quelle systematischer Fehler bei der Positionsbestimmung einer Gammastrahlungsquelle ist das Pointing, d.h. die Ausrichtung der Teleskope. Deshalb ist eine hohe Pointing-Präzision bzw. ein gutes Pointing-Modell zum nachträglichen Ausgleichen von Pointing-Fehlern notwendig. Um die Auswirkungen von Pointing-Fehlern auf die Richtungsrekonstruktion von Gammaschauern zu studieren sind normalerweise aufwendige Monte-Carlo-Simulationen nötig, die einen hohen Rechen- und Zeitaufwand erfordern.

In dieser Arbeit wird eine vereinfachte Simulation vorgestellt, mit der die Auswirkungen von Pointing-Fehlern zeitabhängig untersucht werden können. Ihre Funktionsweise wird ausführlich erläutert und die Anwendung anhand einfacher Beispiele demonstriert. Weiterhin wird ein Konzept aufgezeigt, wie mit dieser Simulation die Auswirkungen von Pointing-Fehlern bei festgelegten Beobachtungsbedingungen analysiert werden können. Dabei wird exemplarisch an einer Punktquelle gezeigt, dass sich Pointing-Fehler der LSTs am stärksten auf die Richtungsrekonstruktion auswirken und der spektrale Index der Quelle die Qualität der Richtungsrekonstruktion deutlich beeinflusst.

Diese Arbeiten stellen einen ersten Schritt dar, um zukünftige systematische Fehler in der Quelllokalisierung detailliert anhand komplexer Monte-Carlo-Simulationen bestimmen zu können.

Abstract

The Cherenkov Telescope Array (CTA) is a future instrument for ground-based cosmic gamma-ray observation in the energy-range of a few tens of GeV to over 100 TeV. CTA will provide a higher sensitivity, a wider energy range and a better angular resolution than any other ground-based gamma-ray-observatory to date.

The biggest source of systematical errors concerning the localisation of gamma-sources is telescope pointing. This is why either a high pointing precision, or respectively a well-understood pointing-model to compensate errors on retrospect, are necessary. Therefore complex Monte-Carlo-simulations are required to study the impact of pointing-errors on the reconstructed direction of gamma-rays, which are very time-consuming.

In this study, a simplified, time-dependent simulation, created to study the effects of pointing-errors, is presented. Its mode of operation is exemplified and a concept to analyse the effects of pointing-errors on the reconstructed position with defined observation conditions is presented. To that end, it is shown exemplarily for a point source that pointing-errors of LSTs have the highest impact on the reconstructed position and the source's spectral index affects the reconstruction quality considerably.

These studies are the first step in analysing systematical errors concerning source localisation in depth, detailed Monte-Carlo-simulations have to follow.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	7
1.1 Kosmische Gammastrahlung	7
1.2 Gammastrahlungsquellen	8
1.3 Ziel der Studie	10
2 Gammastrahlungsobservation mit CTA	11
2.1 Physikalische Grundlagen	11
2.1.1 Schauerbildung in der Atmosphäre	11
2.1.2 Der Cherenkov-Effekt	12
2.2 Das Cherenkov Telescope Array (CTA)	14
2.2.1 Teleskop-Typen	14
2.2.2 Array-Layouts	15
2.3 Beobachtung von Gammastrahlungsquellen mit CTA	18
2.3.1 Koordinatensysteme	18
2.3.2 Beobachtungsmethoden	19
2.3.3 Datenselektion	19
2.3.4 Richtungsrekonstruktion	20
2.3.5 Genauigkeits-Limitierungen der Richtungsrekonstruktion	22
3 Verwendete Simulation	23
3.1 Schauer-Erzeugung	23
3.2 Teleskop-Simulation	26
3.3 Detektion mit Lookup-Tabellen	27
3.4 Richtungsrekonstruktion	30
3.5 Simulation ohne Pointing-Fehler	30
4 Ergebnisse	38
4.1 Allgemeine Untersuchungen zu Pointing-Offsets	38
4.1.1 Gemeinsamer Pointing-Offset aller Teleskope	38
4.1.2 Pointing-Offset einzelner Teleskope	40
4.1.3 Pointing-Offsets aller Teleskope eines Typs	41
4.2 Zufällige Pointing-Offsets aller Teleskope	45
4.2.1 Einfluss der Pointing-Offset-Verteilung	47
4.2.2 Variation des Spektralindex der Quelle	53
4.3 Rotationen der Teleskop-Kameras	56
4.3.1 Rotationen aller Kameras in die gleiche Richtung	56
4.3.2 Zufällige Rotationen aller Teleskop-Kameras	57
4.3.3 Variation des Spektralindex der Quelle bei zufälligen Pointing-Offsets und Kamera-Rotationen	60
5 Zusammenfassung und Ausblick	62

1 Einführung

1912 entdeckte Victor Hess bei Ballonfahrten die kosmische Strahlung ([Hess, 1912](#)). Der Begriff „Strahlung“ hat sich bis heute gehalten, obwohl er irreführend ist, da es sich bei der kosmischen Strahlung überwiegend um geladene Teilchen handelt, die in kosmischen Beschleunigern auf hohe Energien beschleunigt wurden (vgl. [Klapdor-Kleingrothaus & Zuber, 1997](#)), bevor sie nach ihrer Reise durchs Weltall auf die Erde treffen. Das Energiespektrum der auf der Erde ankommenden Teilchen folgt dabei einem Potenzgesetz

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\gamma} \quad (1.1)$$

mit dem Index $\gamma \simeq 2,7$. Der Fluss in Abhängigkeit der Energie ist in Abb. 1 dargestellt. Die Quellen der kosmischen Strahlung zu bestimmen ist bis heute Gegenstand astronomischer Forschung.

Da die Teilchen geladen sind, werden sie durch interstellare Magnetfelder abgelenkt, sodass ihre Ursprungsrichtung nur bei sehr hohen Energien rekonstruiert werden kann. Deshalb ist es schwer, die Quellen der kosmischen Strahlung zu identifizieren. Bei Wechselwirkungen der hochenergetischen Teilchen in und nahe der Quelle wird aber auch hochenergetische Gammastrahlung erzeugt, welche im Gegensatz zur kosmischen Strahlung direkt auf die jeweilige Quelle zurück zeigt. Deshalb wird seit Mitte des 20. Jahrhunderts Gammastrahlungs-Astronomie betrieben, um den kosmischen Beschleunigern auf die Spur zu kommen. Seitdem wurden zahlreiche Gammastrahlung-Experimente durchgeführt.

1.1 Kosmische Gammastrahlung

Als kosmische Gammastrahlung bezeichnet man elektromagnetische Strahlung aus dem Weltraum mit Energien größer 100 keV (vgl. [Longair, 2011](#)). Bei diesen hohen Energien wirkt die Erdatmosphäre abschirmend, weshalb eine direkte Detektion am Boden nicht möglich ist. Dadurch bleiben zwei Möglichkeiten:

- Direkte Detektion im Weltraum
- Indirekte Detektion am Boden

Satellitengebundene Detektoren haben den Vorteil, dass sie einen großen Teil des Himmels gleichzeitig betrachten können. Da das Spektrum der kosmischen Gammastrahlung in etwa dem der kosmischen Strahlung entspricht, nimmt die Anzahl der Gammaquanten bei höheren Energien jedoch mit einem Potenzgesetz ab. Dadurch erhöht sich mit der Energie die benötigte Detektorfläche, die bei einem Satelliten nicht beliebig vergrößert werden kann. Deshalb führt ab Energien von ca. 100 GeV kein Weg mehr an bodengebundener Gammastrahlungs-Astronomie vorbei.

Um diese Form der Beobachtung von Gammastrahlung geht es in dieser Arbeit. Bei der bodengebundenen Gammastrahlungs-Astronomie macht man sich die Wechselwirkung der hochenergetischen Gammastrahlung mit der Atmosphäre zunutze, um sie so nachweisen zu können. Beim Eindringen in die Atmosphäre erzeugt ein Gammaquant einen elektromagnetischen Schauer, bestehend aus weiteren Gammaquanten sowie Elektronen und Positronen, die ihrerseits Cherenkov-Licht abstrahlen, da sie sich mit Geschwindigkeiten bewegen, die die Lichtgeschwindigkeit in Luft übersteigen. Dieses Licht wird mit den Spiegeln großer Teleskope am Boden gesammelt und auf eine Kamera projiziert, so dass dort möglichst der komplette Schauer abgebildet wird. Diese Teleskope werden deswegen als „Imaging Atmospheric Cherenkov Telescopes“, kurz IACTs, bezeichnet. Anhand der Attribute des Schauers kann dann auf die Eigenschaften

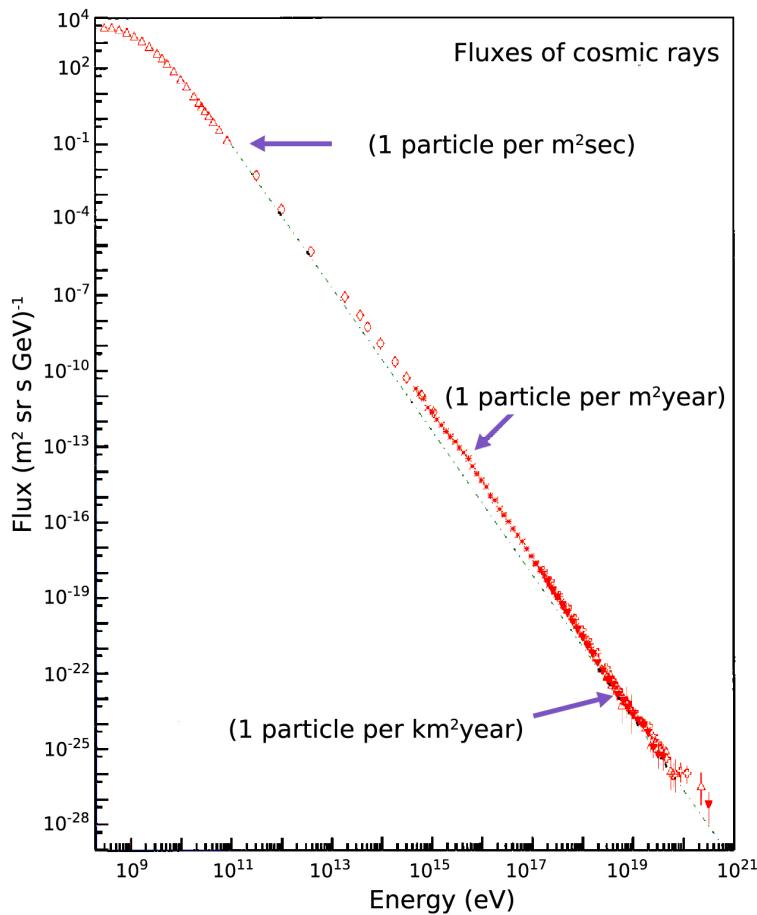


Abbildung 1: Spektrum der kosmischen Strahlung (aus [Cronin et al., 1997](#)).

des primären Gammaquants zurück geschlossen werden, z. B. auf seine Energie und Richtung. Eine Detektion des gleichen Schauers mit mindestens zwei Teleskopen liefert eine genauere Richtungsinformation, ähnlich dem stereoskopischen Sehen. Detektiert man eine statistisch signifikante Häufung an Gammaquanten aus einer bestimmten Richtung, ist dies ein Hinweis auf eine Quelle.

1.2 Gammastrahlungsquellen

Seit der Entdeckung hochenergetischer Gammastrahlung aus dem Krebsnebel 1989 durch das Whipple-Teleskop wurden bis 2012 mehr als 150 hochenergetische Gammastrahlungsquellen entdeckt (vgl. [Lorenz & Wagner, 2012](#)). Eine aktuelle Himmelskarte mit allen bestätigten Gammastrahlungsquellen im TeV-Bereich ist in Abb. 2 gezeigt. Wie man erkennen kann, befinden sich die meisten Quellen in der galaktischen Ebene. Am häufigsten werden Quellen vom Typ Pulsarwindnebel (PWN) oder Supernova-Überrest (SNR) entdeckt. Außerdem wurden viele aktive Galaktische Kerne (AGNs) außerhalb unserer Milchstraße entdeckt. All diese Quellen können im Prinzip Beschleuniger der kosmischen Strahlung sein; mit Hilfe der Gammastrahlung kann viel über ihre Eigenschaften in Erfahrung gebracht werden.

In Abb. 3 ist ein Scan der galaktischen Ebene gezeigt. Er wurde mit dem H.E.S.S.-Instrument aufgenommen, einem IACT-Array bestehend aus ursprünglich vier Teleskopen (H.E.S.S. Phase I). Inzwischen wurde H.E.S.S. in Phase II um ein zusätzliches Teleskop erweitert. Im gezeigten Scan sind über 2800 Stunden an Daten vereint, die im Zeitraum von 2004 bis 2013 mit H.E.S.S.

Phase I aufgenommen wurden. Er stellt die erste globale Untersuchung der inneren Galaxie im TeV-Energiebereich dar und führte zur Entdeckung von über 60 Gammaquellen in diesem Bereich (vgl. Carrigan et al., 2013). Alle von H.E.S.S. entdeckten Gammaquellen sind weiß beschriftet. Dazwischen erkennt man viele Exzesse, die bis jetzt noch nicht mit Quellen identifiziert werden konnten. Mit dem zukünftigen CTA-Instrument können wahrscheinlich noch viele weitere Quellen im TeV-Bereich gefunden werden.

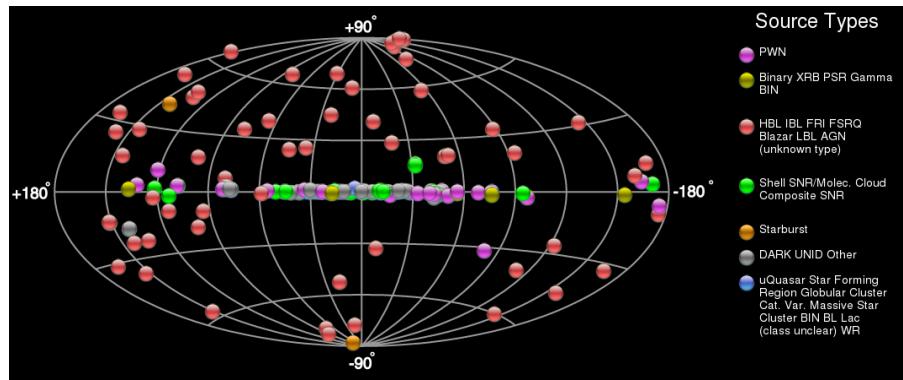


Abbildung 2: Himmelskarte bekannter TeV-Gammastrahlungsquellen ([tevcat](#)).

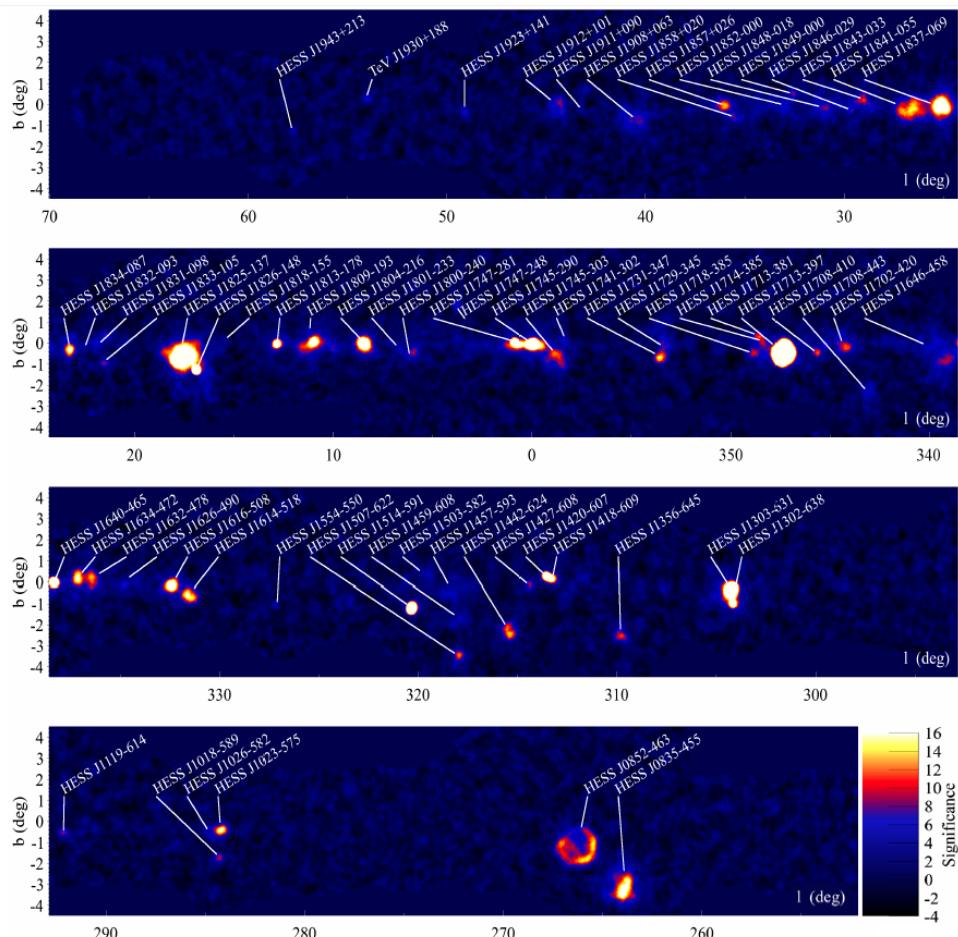


Abbildung 3: Galactic Plane Scan des H.E.S.S.-Arrays (aus Carrigan et al., 2013).

1.3 Ziel der Studie

Die wichtigste Information im Bezug auf eine Gammastrahlungsquelle ist ihre genaue Position, um z. B. nah beieinander liegende Punktquellen auch im Gamma-Bereich eindeutig unterscheiden zu können. Deshalb muss vor allem bei Punktquellen die Richtung eines ankommenden Gammaquants möglichst genau ermittelt werden.

Ein entscheidender Faktor ist dabei, die Blickrichtung der Teleskope, das sogenannte „Pointing“, möglichst genau zu kennen. Dabei sorgen vor allem zwei Pointing-Fehler für Probleme in der Richtungsrekonstruktion der detektierten Luftschauder: Zum einen kommt es z. B. durch mechanische Verformungen oder Fehlausrichtungen einzelner Teleskope zu sogenannten „Pointing-Offsets“, d.h. Abweichungen von der Soll-Pointing-Richtung. Zum anderen sorgen Verdrehungen der Kameras einzelner Teleskope, sogenannte „Kamera-Rotationen“, für falsch rekonstruierte Schauerrichtungen. In dieser Arbeit soll näher untersucht werden, wie sich Pointing-Fehler im zukünftigen CTA-Instrument beim Zusammenspiel vieler Teleskope auf die Richtungsrekonstruktion auswirken. Dazu wurde eine Simulation entwickelt, die auf der von [Veh \(2013\)](#) basiert. Mit ihrer Hilfe ist es möglich, die Einflüsse diverser Konstellationen von Pointing-Fehler auf die Richtungsrekonstruktion mit CTA zu simulieren und zu analysieren.

Im folgenden Kapitel wird die Funktionsweise von Gammastrahlen-Detektion mit CTA beschrieben und das Instrument kurz vorgestellt. Dabei wird auch die Richtungsrekonstruktion von Gammashauern erläutert. Die Simulation selbst wird im dritten Kapitel beschrieben. Das vierte Kapitel widmet sich schließlich den mit der Simulation erzielten Ergebnissen.

2 Gammastrahlungsobservation mit CTA

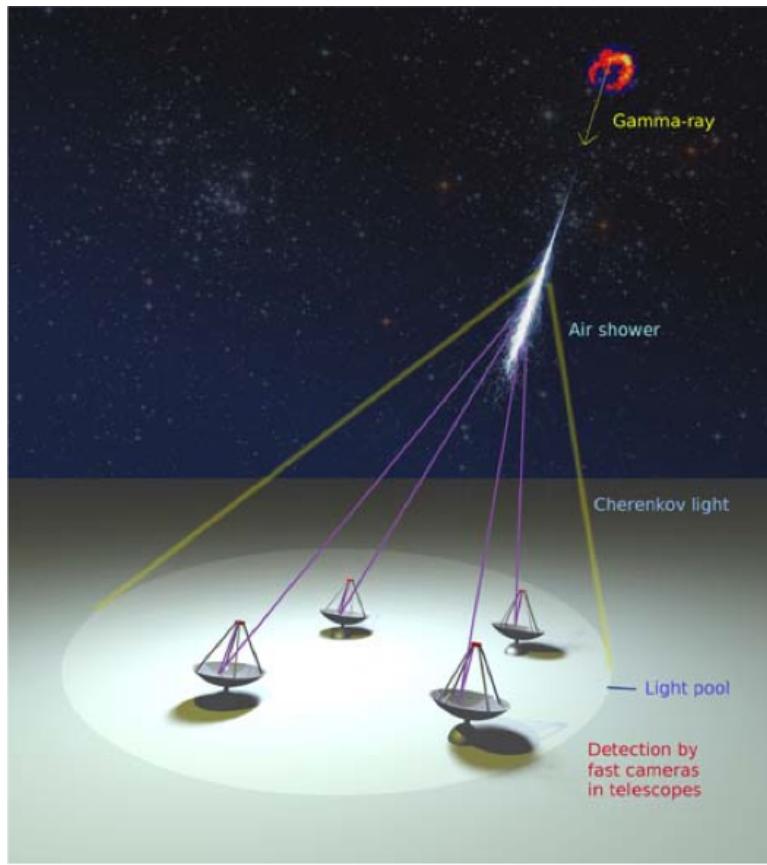


Abbildung 4: Illustration eines Gammaquants, das beim Eintritt in die Atmosphäre einen elektromagnetischen Schauer auslöst. Dessen Cherenkov-Licht wird am Boden von vier Teleskopen detektiert (aus [Völk & Bernlöhr, 2009](#)).

Das Prinzip der Detektion kosmischer Gammastrahlung wurde in der Einführung bereits kurz vorgestellt und ist in Abb. 4 skizziert. In diesem Kapitel werden die dabei stattfindenden Prozesse genauer erläutert, um anschließend das CTA-Instrument und seine Funktionsweise vorzustellen. Dabei wird vor allem die Richtungsrekonstruktion mit CTA ausführlich erklärt.

2.1 Physikalische Grundlagen

2.1.1 Schauerbildung in der Atmosphäre

Wie bereits beschrieben, erzeugen hochenergetische Gammaquanten beim Eintritt in die Atmosphäre elektromagnetische Schauer. Dies geschieht durch zwei Prozesse: Zum einen kommt es im Kernfeld von Atomen in der Luft zur Paarbildung, bei der ein Gammaquant in ein Elektron-Positron-Paar zerfällt. Zum anderen erzeugen die dadurch entstandenen geladenen Teilchen durch Bremsstrahlung weitere Gammaquanten. Auf diese Weise entsteht eine Kaskade von Teilchen, die mit steigender Anzahl immer energieärmer werden. Ein einfaches Modell zur Beschreibung elektromagnetischer Schauer ist das Modell von Heitler (vgl. [Matthews, 2005](#)), welches in Abb. 5 illustriert ist. Dabei wird vereinfachend davon ausgegangen, dass eine Wechselwirkung immer genau nach einer zurückgelegten Strecke R auftritt, welche der Strahlungslänge entspricht. Dadurch verdoppelt sich die Zahl der Teilchen N mit jeder Strahlungslänge, sie lässt

sich nach einer Länge X also schreiben als:

$$N(X) = 2^{\frac{X}{R}} \quad (2.1)$$

Weiterhin wird angenommen, dass sich die Energie des primären Gammaquants E_0 gleichmäßig auf alle Teilchen verteilt. Dadurch lässt sich die Energie pro Teilchen schreiben als:

$$E(X) = \frac{E_0}{N(X)} \quad (2.2)$$

Die Kaskade kommt zum Erliegen, wenn die Energie pro Teilchen eine kritische Energie E_c unterschreitet, unterhalb derer keine Paarbildung mehr stattfindet. Ab dieser Energie ist der dominante Energieverlust-Prozess für Elektronen nicht länger Bremsstrahlung, sondern Ionisation. Die Wechselwirkungslänge für Ionisation ist wesentlich kleiner als die für Bremsstrahlung oder Paarbildung, weshalb die Teilchen ihre restliche Energie dann sehr schnell verlieren. Die kritische Energie beträgt in Luft ca. 85 MeV (vgl. [Matthews, 2005](#)). Durch Einsetzen von E_c in Gl. 2.2 ergibt sich zum einen die im Schauermaximum erzeugte Anzahl von Teilchen in Abhängigkeit der Energie des primären Gammaquants

$$N_{max} = N(X_{max}) = \frac{E_0}{E_c}, \quad (2.3)$$

zum anderen lässt sich mit Gl. 2.1 die Weglänge bis zum Maximum X_{max} berechnen:

$$X_{max} = R \cdot \frac{\ln(E_0/E_c)}{\ln(2)}. \quad (2.4)$$

Das Heitler-Modell macht viele vereinfachende Annahmen und ist dadurch nicht die beste Beschreibung für tatsächliche Luftschauder. Eine bessere Übereinstimmung mit der Realität erhält man, wenn man die Zahl der Teilchen in Abhängigkeit der zurückgelegten Weglänge als

$$N(X) = e^{\frac{X}{R}} \quad (2.5)$$

schreibt, wodurch sich das Schauermaximum bei

$$X_{max} = R \cdot \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right) \quad (2.6)$$

ergibt. Im Wesentlichen behalten die in der elektromagnetischen Kaskade erzeugten Teilchen den Impuls in Flugrichtung des primären Gammaquants bei, der Schauer weitet sich nur geringfügig auf. Die Aufweitung geschieht symmetrisch. Neben Gammaquanten können auch Hadronen Luftschauder erzeugen, diese sind jedoch deutlich breiter und asymmetrischer und können so als Untergrund von gamma-induzierten Schauern unterschieden werden.

2.1.2 Der Cherenkov-Effekt

Da die Energie des primären Gammaquants relativ hoch ist, verfügen auch die in der Kaskade erzeugten Teilchen noch über große Energien, so dass es zum Cherenkov-Effekt kommt.

Bewegt sich ein geladenes Teilchen in einem dielektrischen Medium (wie zum Beispiel Luft), polarisiert es die Atome, an denen es vorbeikommt, kurzzeitig. Durch diese zeitliche Ladungsänderung entstehen elektromagnetische Wellen. Ist die Geschwindigkeit v des geladenen Teilchens größer als die Lichtgeschwindigkeit im Medium c' , interferieren diese Wellen konstruktiv und es

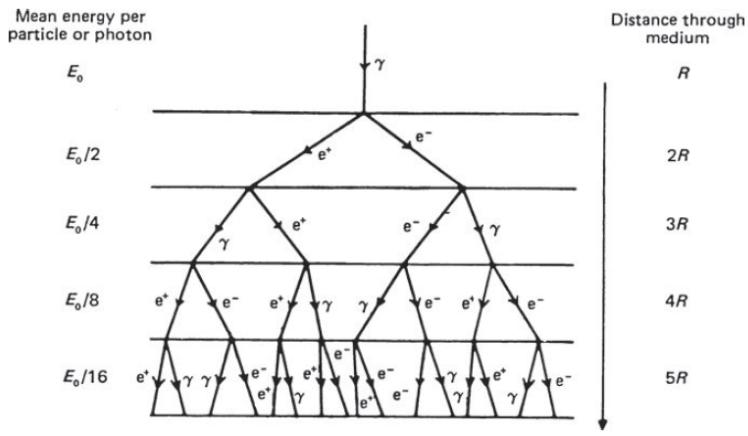


Abbildung 5: Schauermodell nach Heitler (aus Longair, 2011).

ergibt sich eine kegelförmige Wellenfront, wie in Abb. 6 gezeigt. Gilt also

$$v > c' = \frac{c}{n}, \quad (2.7)$$

mit dem Brechungsindex n im jeweiligen Medium, lässt sich der Öffnungswinkel θ der Wellenfront durch

$$\cos \theta = \frac{c'}{v} = \frac{1}{n\beta} \quad (2.8)$$

berechnen, mit $\beta = \frac{v}{c}$. Er wird auch Cherenkov-Winkel genannt und beträgt in Luft ($n \approx 1$) etwa 1° . Da jedes geladene Teilchen in der Kaskade auf diese Weise Cherenkov-Licht erzeugt, ergibt sich bei einem Schauermaximum in ca. 7 km Höhe ein kreisförmiger Cherenkov-Lichtpool mit einem Radius von ca. 125 m am Boden (vgl. Völk & Bernlöhr, 2009). Dort kann das Cherenkov-Licht von Teleskopen gesammelt und somit das primäre Gammaquant detektiert werden. Je höher die Energie des primären Gammaquants, desto mehr hochenergetische Teilchen werden nach Gl. 2.3 in der Kaskade erzeugt, was mehr Cherenkov-Licht zur Folge hat. So kann aus der Helligkeit des vom Teleskop aufgenommenen Bildes auf die Energie des Gammaquants zurück geschlossen werden. Da die Dauer eines Cherenkov-Lichtblitzes im Nanosekunden-Bereich liegt, müssen die in den Teleskopen verwendeten Kameras über eine sehr gute zeitliche Auflösung verfügen, um ihn vom Nachthimmeluntergrund trennen zu können. Deswegen besteht die Kamera eines IACTs typischerweise aus vielen Photomultipliern (PMTs), wobei jeder PMT ein Pixel des aufgenommenen Bildes liefert.

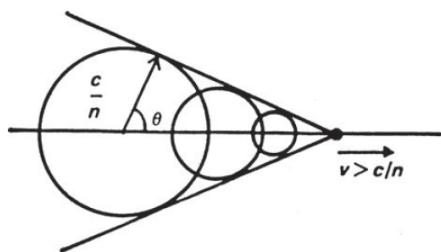


Abbildung 6: Überlagerung von Kugelwellen führt zur Bildung eines Cherenkov-Kegels (aus Longair, 2011).

2.2 Das Cherenkov Telescope Array (CTA)

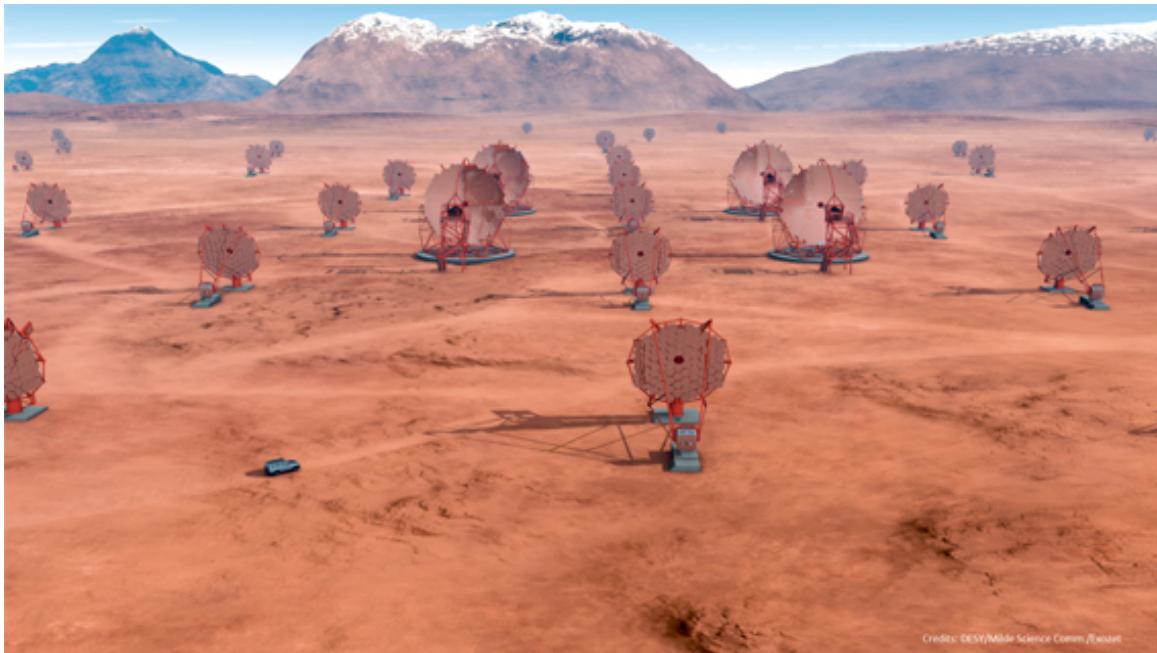


Abbildung 7: Künstlerische Darstellung von CTA, Blick auf das Arrayzentrum ([Offizielle CTA-Website](#), aufgerufen am 12.08.14).

Das Cherenkov Telescope Array, kurz CTA, befindet sich zur Zeit noch in der Planungsphase und soll viele neue Erkenntnisse im Bereich der Gammastrahlungs-Astronomie bringen. Es wird aus über 50 einzelnen Teleskopen unterschiedlicher Typen bestehen, die die Detektion von Gammastrahlung über einen Energiebereich von vier Größenordnungen ermöglichen und dabei die Sensitivität bisheriger Instrumente um ca. eine Größenordnung übertreffen sollen. Außerdem wird es über eine bessere Winkel- sowie Energieauflösung verfügen als alle bisherigen Gammastrahlungs-Observatorien.

CTA wird von einem internationalen Konsortium getragen, das aus über 1000 Mitgliedern aus 27 Ländern in Europa, Asien, Afrika, sowie Nord- und Südamerika besteht. Es handelt sich dabei um das größte bisher dagewesene Konsortium auf dem Gebiet der bodengebundenen Gammastrahlungs-Astronomie, das Mitglieder aller mit IACTs arbeitenden Gruppen vereint. Um eine komplette Abdeckung des Himmels zu gewährleisten, ist geplant, je ein Array in der südlichen sowie der nördlichen Hemisphäre zu platzieren. Zur Zeit favorisierte Standorte sind dabei Namibia oder Chile für die südliche sowie Mexiko, Spanien bzw. die USA für die nördliche Hemisphäre.

2.2.1 Teleskop-Typen

Um den angestrebten Energiebereich abdecken zu können, wird CTA voraussichtlich aus drei Teleskop-Typen bestehen, die für verschiedene Teilbereiche des Energiespektrums zuständig sein werden.

- **LSTs: Niedrige Energien, $E \leq 100 \text{ GeV}$**

Um Gammaquanten auch noch bei Energien von einigen 10 GeV detektieren zu können, werden sehr große Spiegelflächen benötigt, um trotz der geringen Intensitäten des Cherenkov-Lichts genug Licht sammeln zu können. Dafür werden sogenannte „large-size telescopes“, kurz LSTs, verwendet. Diese müssen relativ nah beieinander stehen, damit trotz

der kleineren Cherenkov-Lichtpools niederenergetischer Schauer möglichst viele Schauer stereoskopisch beobachtet werden können. Da die Ereignisrate bei niedrigen Energien sehr hoch ist, reichen wenige LSTs im Zentrum des Arrays aus. In Abb. 8a ist das aktuelle LST-Design zu sehen, die Randdaten eines LSTs sind in Tabelle 1 aufgeführt.

- **MSTs: Mittlere Energien, $0,1 \text{ TeV} \leq E \leq 10 \text{ TeV}$**

Dieser Energiebereich ist durch bisherige Erfahrungen mit IACTs schon sehr gut verstanden. Verbesserungen im Bezug auf die Sensitivität werden hier durch die hohe Anzahl an sogenannten „mid-size/medium-size telescopes“, kurz MSTs, erreicht, die im Abstand von ca. 100 m zueinander stehen sollen. Zum einen werden so durch die größere abgedeckte Fläche mehr Schauer detektiert, zum anderen sind mehr Teleskope an der Detektion eines einzelnen Schauers beteiligt. In Abb. 8b ist ein mögliches MST-Design gezeigt, die Randdaten finden sich ebenfalls in Tabelle 1.

- **SSTs: Hohe Energien, $E \geq 10 \text{ TeV}$**

Im Bereich hoher Energien gibt es deutlich weniger Schauer. Dafür sind diese auch mit kleinen Teleskopen leicht zu detektieren, da sie sehr hell sind. Deshalb steht hier das Abdecken einer möglichst großen Fläche im Vordergrund, was durch sehr viele kleine Teleskope erreicht wird, die in größeren Abständen angeordnet sind. Diese werden als „small-size telescopes“, kurz SSTs, bezeichnet. In Abb. 8c ist ein mögliches SST-Design gezeigt, die Randdaten finden sich mit denen der anderen Teleskop-Typen in Tabelle 1.

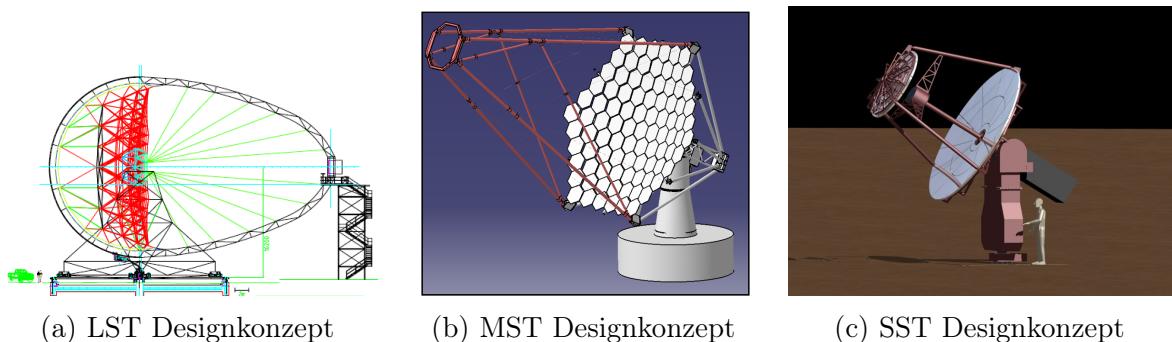


Abbildung 8: Designkonzepte für die verschiedenen Teleskop-Typen. Alle Designs stammen von der [offiziellen CTA-Website](#).

2.2.2 Array-Layouts

Teleskope der drei vorgestellten Teleskop-Typen können auf verschiedene Arten in einem Array angeordnet werden. In einer Monte Carlo Simulation wurden von Bernlöhr et al. (2013) 50 verschiedene Arrays untersucht, wobei die jeweils darin verwendeten Teleskope alle aus einem Super-Array stammten, welches aus 275 Teleskopen bestand und in Abb. 9a zu sehen ist. Der Fokus wurde dabei auf das in der südlichen Hemisphäre geplante Teleskop-Array gelegt. Die elf wichtigsten Kandidaten wurden mit den Buchstaben A-K bezeichnet. Sie haben alle gemeinsam, dass sie bei den aktuell geschätzten Kosten der verschiedenen Teleskop-Typen mit dem verfügbaren Budget verwirklicht werden könnten. In Abb. 9b bis Abb. 9h ist eine Auswahl der möglichen Arrays zu sehen.

Es liegt auf der Hand, dass die Wahl des Arrays die in dieser Arbeit untersuchten Pointing-Fehler beeinflusst. Zum einen nimmt die Array-Geometrie Einfluss auf die Richtungsrekonstruktion, zum anderen decken die vorgestellten Arrays verschiedene Energiebereich unterschiedlich gut ab, was je nach simuliertem Quellspektrum statistische Auswirkungen hat. Da größere Teleskop-Typen deutlich teurer sind als kleinere, ergeben sich bei gleicher preislicher Vorgabe für das Gesamtarray im Wesentlichen drei Möglichkeiten:

Tabelle 1: Geometrische Parameter der drei Teleskop-Typen (aus Bernlöhr et al., 2013).

	LST	MST	SST
Durchmesser D (m)	24	12.3	7.4
Schüsselform	Parabolisch	Davies-Cotton	Davies-Cotton
Gesamte Spiegelfläche (m^2)	412	100	37
Anzahl an Spiegeln	594	144	120
Spiegeldurchmesser (m)	0.9	0.9	0.6
Fokallänge f (m)	31.2	15.6	11.2
$\frac{f}{D}$	1.3	1.27	1.51
Gesichtsfeld (Durchmesser) ($^\circ$)	5	8	10
Kameradurchmesser (m)	2.8	2.2	2
Pixelanzahl	2841	1765	1417
Pixeldurchmesser ($^\circ$)	0.09	0.18	0.25
Pixeldurchmesser (mm)	49 (50 mit Zwischenraum)	49 (50 m.Z.)	49 (50 m.Z.)

- Ein kompaktes Layout aus wenigen teureren, großen Teleskopen wie bei Array B in Abb. 9c, welches bei niedrigen Energien die besten Resultate zeigt.
- Ein ausgedehntes Layout aus vielen günstigeren, kleineren Teleskopen wie bei Array H in Abb. 9g, welches besser für hohe Energien geeignet ist.
- Ein ausgeglichenes Layout, welches versucht, einen guten Kompromiss zwischen allen Energiebereichen zu finden.

Die letzte Möglichkeit eignet sich am Besten, um die Vorgaben an CTA zu erfüllen und alle Energiebereiche bestmöglich abzudecken. Als Favoriten stellten sich deshalb Array E (Abb. 9d) und Array I (Abb. 9h) heraus, wobei I bei hohen und E bei niedrigen Energien vorne liegt. Im Moment gilt Array E als das favorisierte Array für die südliche Hemisphäre, weshalb alle in dieser Arbeit gezeigten Simulationen ausschließlich für Array E durchgeführt wurden.

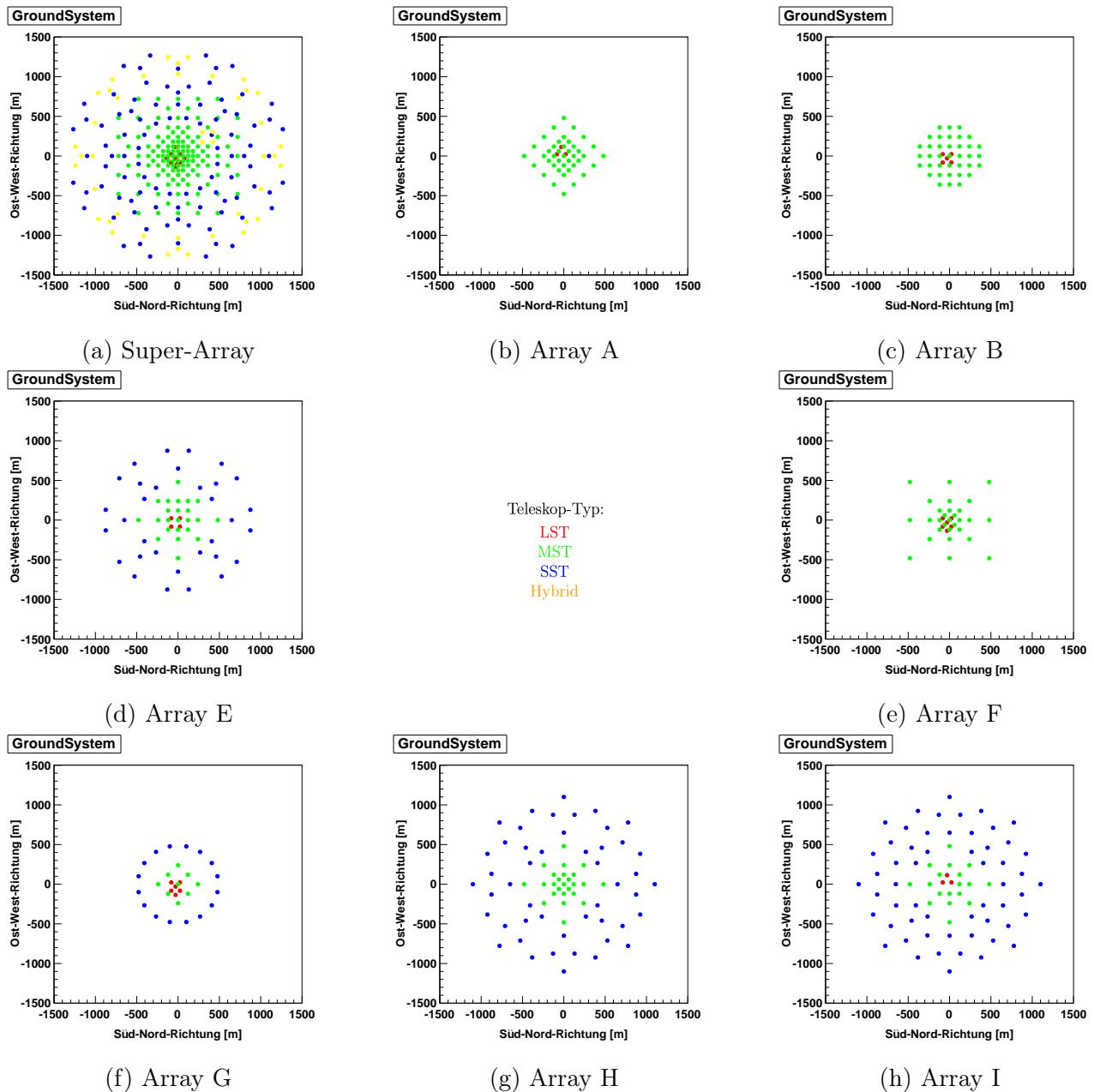


Abbildung 9: Super-Array und mögliche Array-Layouts für CTA. Die Arrays sind jeweils von oben gezeigt, die Achsen geben die Entfernung vom Zentrum in Metern an. Jeder Punkt steht für ein Teleskop, an der Farbe erkennt man den jeweiligen Teleskop-Typ: rot für LSTs, grün für MSTs und blau für SSTs. Die gelben Punkte im Super-Array stehen für einen Hybridtypen aus MST und SST, auf den in dieser Arbeit nicht näher eingegangen wird.

2.3 Beobachtung von Gammastrahlungsquellen mit CTA

Im Folgenden wird das Vorgehen bei der Observation von Gammastrahlungsquellen mit Fokus auf die Richtungsrekonstruktion näher beschrieben.

2.3.1 Koordinatensysteme

Bevor näher auf den Ablauf von Beobachtungen mit CTA eingegangen wird, soll zuerst ein kleiner Überblick über die dabei verwendeten Koordinatensysteme gegeben werden. Zum genaueren Verständnis dient die Lektüre von [Karttunen et al. \(1987\)](#).

Himmelskoordinatensysteme

Himmelskoordinatensysteme werden verwendet, um die Position eines astronomischen Objekts eindeutig angeben zu können. Es handelt sich dabei immer um sphärische Koordinatensysteme. Diese bestehen normalerweise aus zwei Winkeln und einem Radius, der die Entfernung vom Koordinatenursprung angibt. Himmelskoordinaten bestehen allerdings nur aus den beiden Winkelkoordinaten, die jeweilige Entfernung muss separat angegeben werden. Die beiden hier vorgestellten Himmelskoordinatensysteme haben ihren Ursprung beide im Erdzentrum, unterscheiden sich jedoch durch die Wahl der Achsen.

- **Altitude-Azimut-System**

Das Altitude-Azimut-System, kurz AltAz-System, ist ein erdgebundenes lokales Koordinatensystem. Es eignet sich, um die Blickrichtung eines Beobachters an einem festen Ort auf der Erde anzugeben. Die Positionen astronomischer Objekte werden in diesem Koordinatensystem durch zeitabhängige Koordinaten beschrieben, da die Erde rotiert und sich außerdem durchs Weltall bewegt.

Die Altitude gibt die Höhe eines Objekts über dem lokalen Horizont an, das Azimut die horizontale Entfernung vom lokalen Meridian. Der Komplementärwinkel zur Altitude ist der Zenitwinkel, der angibt, wie weit eine Position vom Zenit (direkt über dem Beobachter) abweicht.

- **Rektazension-Deklination-System**

Das Rektazension-Deklination-System, kurz RA-Dec-System, ist ein himmelsgebundenes äquatoriales Koordinatensystem. Astronomische Objekte haben hier näherungsweise feste, zeitunabhängige Koordinaten. Die Deklination gibt den Winkel über dem Himmelsäquator an (dem auf den Himmel projizierten Äquator der Erde). Die Rektazension beschreibt die horizontale Entfernung vom Frühlingspunkt (Punkt am Himmel, an dem die Sonnenbahn den Himmelsäquator am Frühlingsanfang schneidet). In dieser Arbeit wird das System RaDecJ2000 verwendet.

Erdkoordinatensysteme

Zur Richtungsrekonstruktion der Schauer werden eine Reihe weiterer Koordinatensysteme eingeführt:

- **GroundSystem**

Hierbei handelt es sich um ein erdgebundenes kartesisches Koordinatensystem mit Nullpunkt im Zentrum des Teleskoparrays. Die z-Achse zeigt nach oben (Richtung Zenit), die x-Achse nach Norden und die y-Achse nach Westen.

- **TiltedSystem**

Das TiltedSystem ist im wesentlichen ein gekipptes GroundSystem, so dass die x-y-Ebene

senkrecht zur momentanen Ausrichtung der Teleskope steht. Die z-Achse gibt damit deren Blickrichtung an. Der Ursprung bleibt der Gleiche. Blicken die Teleskope (ohne Rotation) senkrecht nach oben, fällt es mit dem GoundSystem zusammen.

- **Nominal-System**

Hierbei handelt es sich um ein zweidimensionales Koordinatensystem, das benutzt wird, um Positionen der abgebildeten Schauer in den Kameraebenen der einzelnen Teleskope zu vergleichen. Es entspricht der Kameraebene eines idealen Teleskopes mit Brennweite 1 m; der Nullpunkt liegt im Zentrum, wo die optische Achse des Teleskops die Kameraebene schneidet. Die individuellen Pointing-Offsets und Rotationen der Teleskope werden durch Verschiebung bzw. Verdrehung des Nominal-Systems festgelegt. Ein Offset in positiver x-Richtung des Nominal-Systems entspricht einer Änderung in negativer Alt-Richtung, also einem Durchhängen des Teleskops nach unten. Die y-Achse entspricht der positiven Az-Richtung.

2.3.2 Beobachtungsmethoden

In der Gammastrahlungs-Astronomie mit IACTs haben sich gewisse Beobachtungsmethoden etabliert, die auch bei CTA Anwendung finden werden. Sie wurden auch in der Simulation umgesetzt und werden deshalb hier kurz erklärt:

Source Tracking

Eine Gammastrahlungquelle hat feste Koordinaten im RA-Dec-System, die zeitabhängigen Koordinaten im erdgebundenen AltAz-System entsprechen. Für einen Beobachter auf der Erde bewegen sich astronomische Objekte deswegen am Himmel. So scheint z. B. die Sonne morgens im Osten aufzugehen und über den Himmel zu wandern, bis sie abends im Westen untergeht. Auch IACTs sind ergebundene Beobachter, deshalb muss die Blickrichtung der Teleskope bei der Beobachtung einer Quelle ständig angepasst werden. Dieses Nachführen der Teleskope, um der (scheinbaren) Bewegung der Quelle zu folgen, wird mit „Source Tracking“ bezeichnet. IACTs haben aufgrund ihres Gewichts typischerweise ein AltAz-Aufhängung, was das Source Tracking erschwert.

Wobble-Offsets

Bei der Beobachtung von Gammastrahlungsquellen hat es sich als günstig herausgestellt, die Teleskope zur Beobachtung einer bestimmten Quelle nicht direkt auf die angenommene Quellposition auszurichten, sondern mit so genannten Wobble-Offsets zu beobachten. Dadurch sind quellfreie Gebiete symmetrisch zur Quelle im Sichtfeld, und können so später zur Untergrundabschätzung verwendet werden. Standardmäßig wird eine Quelle nacheinander mit vier Wobble-Offsets beobachtet, je einem in positiver sowie negativer Ra- bzw. Dec-Richtung. Die Größe des Offsets richtet sich dabei nach der Quellgröße, typisch sind 0.5° oder 0.7° .

2.3.3 Datenselektion

Cherenkov-Lichtblitze sind sehr kurz, weshalb IACTs nicht kontinuierlich Daten nehmen. Die Datennahme wird durch sogenannte Triggerbedingungen ausgelöst, die ein Gamma-Ereignis erfüllen muss, um detektiert werden zu können. In der im nächsten Kapitel vorgestellten Simulation kommen zwei Bedingungen zum Einsatz, die auch für CTA gelten:
 Zum einen muss ein Schauer eine gewisse Helligkeit besitzen, d.h. die Anzahl der in der Kamera ausgelösten Photoelektronen muss größer sein als ein festgelegter Wert. Zum anderen müssen

auf diese Weise mindestens zwei Teleskope gleichzeitig (bzw. innerhalb eines sehr kleinen Zeitfensters) triggern, da stereoskopisch beobachtete Schauer mit der im Folgenden beschriebenen Methode geometrisch viel genauer rekonstruiert werden können als einzeln beobachtete und diese somit verworfen werden. Außerdem werden mit dieser zweiten Bedingung auch Ereignisse durch einzelne Myonen ausgeschlossen, die meistens nur von einem Teleskop detektiert werden. Erfüllt ein Schauer beide Bedingungen, wird er detektiert.

2.3.4 Richtungsrekonstruktion

Von detektierten Schauern wird anschließend die Richtung rekonstruiert. Dabei wird im einfachsten Fall eine von Hillas entwickelte Analyse verwendet ([Hillas, 1985](#)). Zunächst wird das Bild einem „cleaning“ unterzogen, bei dem alle Pixel, die die gewählten Bedingungen nicht erfüllen, auf Null gesetzt werden (bei H.E.S.S z. B. alle Pixel mit weniger als 5 detektierten Photoelektronen und ohne benachbartes Pixel mit mindestens 10 detektierten Photoelektronen, vgl. [Aharonian et al., 2006](#)). Auf diese Weise wird Untergrundlicht des Nachthimmels nicht in die weitere Analyse miteinbezogen. Anschließend werden die Momente des verbliebenen Bilds parametrisiert, die in erster Näherung eine Ellipse beschreiben. Aus ihnen können die sogenannten Hillas-Parameter extrahiert werden. Auf diese Weise können auch hadronische Schauer aussortiert werden, die keine Ellipsenform besitzen. Beispiele solcher Hillas-Ellipsen sind in Abb. 10 zu sehen.

Dort ist ebenfalls gezeigt, wie die Ellipsen der einzelnen Kameras ins Nominal-System transferiert werden und dort der Schnittpunkt der Hauptachsen ermittelt wird. Dieser entspricht der ursprünglichen Schauerrichtung. Dabei werden die Hauptachsen zunächst paarweise geschnitten und anschließend wird über die so erhaltenen Schnittpunkte gemittelt. Dabei wird mit dem zwischen zwei Hauptachsen eingeschlossenen Winkel α gewichtet, so dass Ungenauigkeiten aufgrund kleiner Schnittwinkel weniger ins Gewicht fallen. Außerdem wird mit der Bildamplitude A (der Gesamtanzahl an Photonen im Schauerbild) gewichtet, so dass Bilder, in denen der Schauer nur schlecht zu sehen ist, ebenfalls weniger ins Gewicht fallen. Der Schnittpunkt aller Hauptachsen \vec{S} errechnet sich somit zu:

$$\vec{S} = \frac{\sum_{k>j} \vec{S}_{j,k} \cdot \sin \alpha_{j,k} \cdot \frac{1}{\frac{1}{A_j} + \frac{1}{A_k}}}{\sum_{k>j} \sin \alpha_{j,k} \cdot \frac{1}{\frac{1}{A_j} + \frac{1}{A_k}}} \quad (2.9)$$

Dabei bezeichnet $\vec{S}_{j,k}$ den Schnittpunkt zweier Hauptachsen, $\alpha_{j,k}$ den dazugehörigen Schnittwinkel und A_j bzw. A_k die jeweilige Bildamplitude.

Der Gesamtschnittpunkt \vec{S} wird anschließend ins RA-Dec-System transformiert, um dort die Quellrichtung zu bestimmen. Außerdem wird im GroundSystem der Schauerauf treffpunkt ermittelt, der Schnittpunkt der Schauerachse mit dem Boden. Dieser wird für die Energierekonstruktion benötigt, da es für die Umrechnung der Bildamplitude in die Energie des primären Gammaquants wichtig ist zu wissen, wie weit das detektierende Teleskop vom Schauerauf treffpunkt entfernt stand. Ein Schema der Rekonstruktion ist in Abb. 11 gezeigt. Jedes Schauerbild definiert eine Schauer-Ebene senkrecht zur Kameraebene, die Schnittgerade der beiden Ebenen entspricht der rekonstruierten Schauerhauptachse. Im Nominal-System entsprechen die Schauer-Ebenen den Hauptachsen der Hillas-Ellipsen und deren Schnittpunkt definiert die Schauerhauptachse.

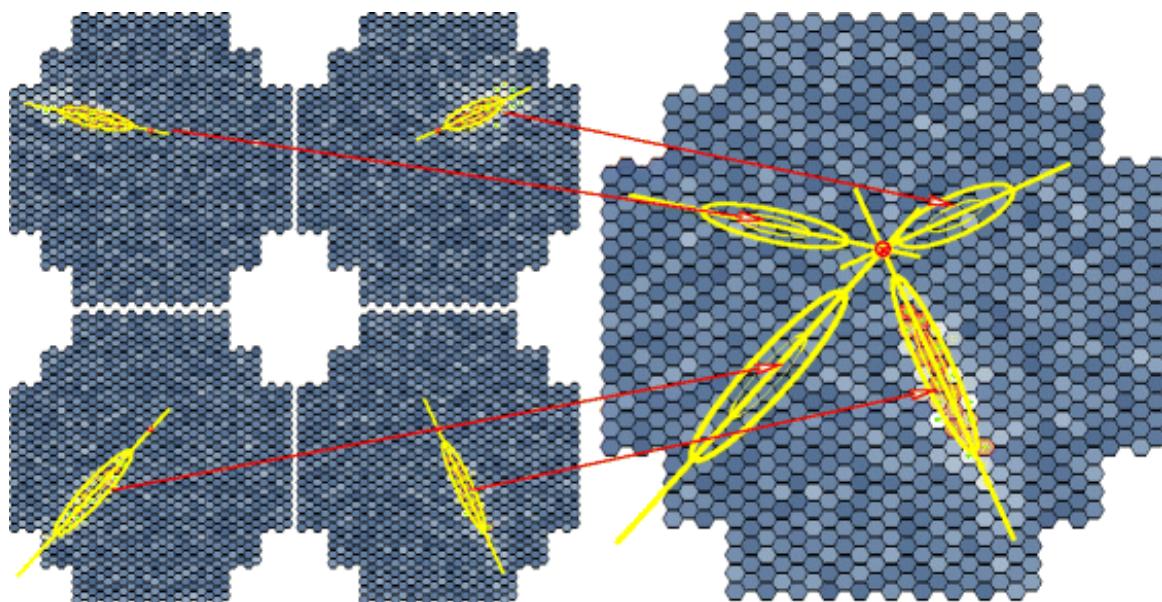


Abbildung 10: Richtungsrekonstruktion durch Schnitt der Hauptachsen der Hillas-Ellipsen im überlagerten Kamerabild (aus [Völk & Bernlöhr, 2009](#)).

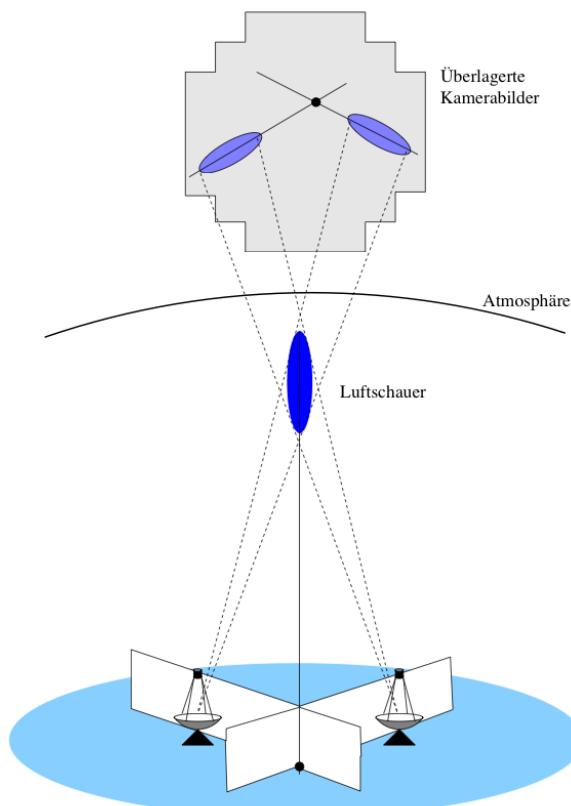


Abbildung 11: Schematische Darstellung der Rekonstruktion von Schauerrichtung (in der Kamera) und Schaueraufpunkt (auf dem Boden) bei stereoskopischen Cherenkov-Beobachtungen (aus [Gillessen, 2004](#)).

2.3.5 Genauigkeits-Limitierungen der Richtungsrekonstruktion

Die Genauigkeit der Richtungsrekonstruktion wird von mehreren Faktoren beeinflusst:

Auflösung

Die Auflösung eines Instruments gibt an, wie gut kleine Strukturen des beobachteten Objekts wiedergegeben werden können. Bei Teleskopen gibt man die Winkelauflösung an, die beschreibt, welchen Winkelabstand zwei Punktquellen voneinander mindestens haben müssen, um sie noch unterscheiden zu können. Sie kommt durch Einschränkungen wie z. B. die Pixelierung der Kamera oder Aufweitungen durch Abbildungsfehler der Teleskop-Spiegel zustande. Außerdem verschlechtern atmosphärische Schauerfluktuationen die Auflösung zusätzlich. Die typische Winkelauflösung eines IACTs beträgt ca. $0,1^\circ$ für einzelne Gammaquanten (vgl. [Actis et al., 2011](#)). Die sogenannte „point spread function“ eines Instruments, kurz PSF, beschreibt, wie ein punktförmiges Objekt vom System abgebildet wird und ist damit ein Maß für die Quell-Aufweitung. Dabei handelt es sich um einen systematischen Fehler, der abhängig von verschiedenen Parametern, wie z. B. der Beobachtungsrichtung, ist.

Lokalisierungsgenauigkeit

Die Lokalisierungsgenauigkeit gibt an, wie präzise die Position einer Quelle, d.h. der Schwerpunkt der Schauerverteilung, bestimmt werden kann. Sie wird durch die Auflösung beeinflusst, kann aber durch eine genügend große Anzahl an beobachteten Ereignissen aus einer Quelle wesentlich besser als die Auflösung werden. So kann die im Nominal-System rekonstruierte Quellrichtung über mehrere beobachtete Schauer gemittelt werden und dadurch mit einer Genauigkeit im Subpixel-Bereich angegeben werden. Bei der Lokalisierungsgenauigkeit handelt es sich also um eine statistische Größe. Der Fehler auf die Position ist proportional zu $\frac{1}{\sqrt{n}}$, wobei n für die Zahl der beobachteten Photonen steht. Quellen mit großer Intensität können mit einer Präzision von unter $20''$ lokalisiert werden (vgl. [Actis et al., 2011](#)).

Pointing-Fehler

Pointing bezeichnet die Blickrichtung der Teleskope. Fehlerhaftes Pointing kommt z. B. durch mechanische Verformungen der Teleskope oder durch kleine Fehler beim Nachführen zustande, man spricht von sogenannten „Pointing-Offsets“. Auch Verdrehungen der Kamera einzelner Teleskope, im Folgenden mit „Rotationen“ bezeichnet, fallen in diese Fehler-Kategorie. Sind die Pointing-Fehler bekannt, können sie bei der Auswertung der aufgenommenen Bilder rechnerisch entfernt werden. Nicht berücksichtigte Pointing-Fehler führen allerdings zu systematischen Fehlern bei der Richtungsrekonstruktion. Die Auswirkungen von Pointing-Offsets sowie Rotationen von Teleskop-Kameras werden in dieser Arbeit näher untersucht, um ihre Größe im Verhältnis zu den anderen Fehlerquellen abschätzen zu können. Dazu werden die Pointing-Fehler isoliert von anderen Einflüssen wie z. B. der PSF betrachtet. Diese wird nicht mit simuliert, da sie bei Mittelung über viele Schauer sowieso eine vernachlässigbare Rolle spielt.

3 Verwendete Simulation

Es ist möglich, die Detektion von Gammaquanten in allen Einzelheiten in Monte-Carlo-Simulationen nachzustellen, von der Entwicklung der elektromagnetischen Schauer in der Atmosphäre über die Ausbreitung des Cherenkov-Lichts bis zur Detektion der einzelnen Cherenkov-Photonen in den Kameras der Teleskope. Diese Simulationen erfordern allerdings einen sehr hohen Rechen- und Zeitaufwand. Im Gegensatz dazu ist das Ziel der hier verwendeten Simulation, die Komplexität möglichst weit zu reduzieren und somit die systematischen Auswirkungen von fehlerhaftem Pointing beim Zusammenspiel vieler Teleskope ohne andere Einflüsse, wie z. B. Verschmieren der Schauer durch die PSF, zu quantifizieren.

Die in dieser Arbeit verwendete Simulation basiert auf der von [Veh \(2013\)](#) für H.E.S.S. Phase I entwickelten. Dabei wurden auch die meisten der von [Tiziani \(2013\)](#) für H.E.S.S. Phase II durchgeführten Modifikationen übernommen. Die Simulation wurde in `ROOT` geschrieben, ein am CERN entwickeltes Datenanalyse-Programm, das auf der Programmiersprache `C++` basiert. Es wird ein sehr stark vereinfachtes Schauermodell verwendet. Da bei der Richtungsrekonstruktion nur die Hauptachse der Hillas-Ellipse von Bedeutung ist, werden Schauer nur als Geraden simuliert, die die Flugbahn des primären Gammaquants fortsetzen. Dabei wird die Quellposition vorgegeben, Energie und Eindringtiefe des primären Gammaquants sowie Auftreffpunkt des Schauers am Boden werden gewürfelt. Die Eindringtiefe bezeichnet dabei den zurückgelegten Weg des Gammaquants in der Atmosphäre, bevor es zur ersten Wechselwirkung (und damit zur Schauerbildung) kommt. Im Folgenden bezeichnet das Wort „Schauer“ die komplette Gerade von der Quellposition bis zum Auftreffpunkt des Schauers am Boden. Eine Besonderheit der Simulation ist, dass die Quelle im RADec-System erzeugt und in diskreten Zeitschritten beobachtet wird, wodurch Effekte durch die Änderung der Quellposition im AltAz-System untersucht werden können.

Am Boden werden die virtuellen Teleskope des CTA-Instruments angelegt. Dabei kann jedes Teleskop mit einem individuellen Pointing-Offset und einer Rotation der Kamera versehen werden. In jedem Zeitschritt werden alle Teleskope (ggf. mit gemeinsamem Wobble-Offset) auf die aktuelle Quellposition ausgerichtet. Dann wird für jeden der in diesem Zeitschritt simulierten Schauer überprüft, ob er detektiert wurde. Dazu wird zunächst für jedes Teleskop geprüft, ob der Schauer sich in dessen Gesichtsfeld befindet. Wenn dies der Fall ist, wird mit Hilfe von Lookup-Tabellen die Anzahl der in der Kamera des Teleskops erzeugten Photoelektronen ermittelt. Übersteigt diese einen festgelegten Schwellwert, gilt der Schauer als von diesem Teleskop detektiert und er wird in der Kamera abgebildet. Im Anschluss wird die Richtungsrekonstruktion mit allen an der Detektion eines Schauers beteiligten Teleskopen, wie im zweiten Kapitel beschrieben, durchgeführt, um die rekonstruierte Schauer-Herkunftsrichtung zu ermitteln. Die Parameter und berechneten Werte aller simulierten Schauer werden zum Schluss in einer `ROOT`-Datei gespeichert, die zur Auswertung verwendet wird.

Im Folgenden werden die einzelnen Schritte der Simulation genauer beschrieben.

3.1 Schauer-Erzeugung

Die Position der Quelle wird normalerweise im RADec-System angegeben, so dass ihre Position im AltAz-System zeitabhängig ist. Zum Überprüfen der Simulation ist es aber auch möglich, eine im AltAz-System ortsfeste Quelle zu simulieren. Im Folgenden werden diese festgelegten Koordinaten der tatsächlichen Quellposition innerhalb der Simulation als „simulierte Quellposition“ bezeichnet. Die Anzahl der simulierten Schauer wird vorher festgelegt, somit kann einfach überprüft werden, welcher Bruchteil detektiert wird. Außerdem wird vorher der Zeitpunkt beim Start der Beobachtung und eine Beobachtungsdauer festgelegt, beide können beliebig gewählt

werden. Somit kann die aktuelle Position der Quelle im AltAz-System zu jedem Zeitpunkt berechnet werden.

Schauer werden in diskreten Zeitschritten simuliert, deren Größe sich aus der Anzahl der simulierten Schauer und der Länge der Beobachtung ableitet. Dabei kommen in jedem Zeitschritt zehn Schauer aus der Quelle an. Die Anzahl der Zeitschritte entspricht also immer einem Zehntel der Anzahl der simulierten Schauer.

Energie

Die Energie E der Schauer, d.h. die Energie der in der Gammastrahlungsquelle erzeugten Gammaquanten, wird nach

$$E = E_0 \cdot (1 - x)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (3.1)$$

mit einer zwischen 1 und 0 gleichverteilten Zufallszahl x gewürfelt, so dass das Energiespektrum einem Potenzgesetz mit Spektralindex γ folgt. Als niedrigste simulierte Energie wurde dabei $E_0 = 5 \text{ GeV}$ gewählt, da das CTA-Instrument bei niedrigeren Energien nicht sensitiv ist. Ein simuliertes Quell-Energiespektrum ist in Abb. 12 zu sehen. Schauer mit Energien $E > 315 \text{ TeV}$ werden verworfen, da dieser Bereich nicht von den im weiteren Verlauf zur Detektion verwendeten Lookup-Tabellen abgedeckt wird (siehe Kap. 3.3).

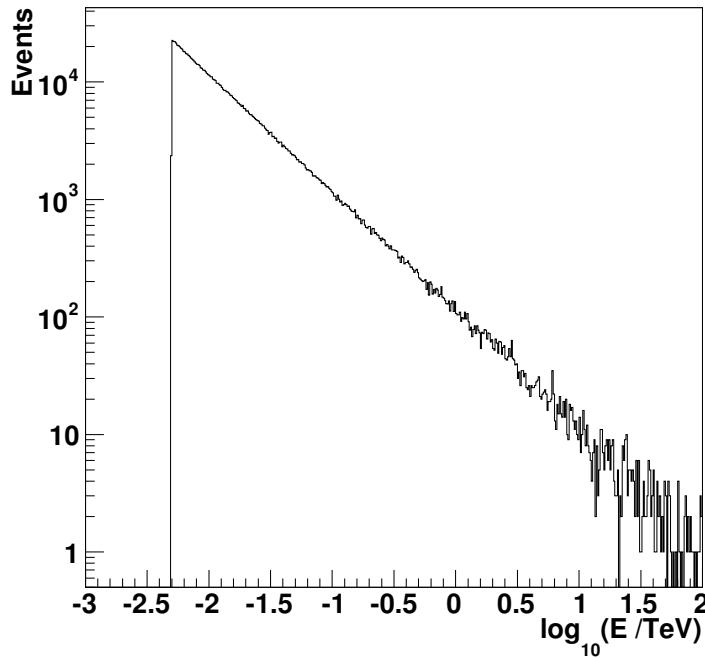


Abbildung 12: Energiespektrum von 1 000 000 simulierten Schauern mit $E_0 = 5 \text{ GeV}$ und $\gamma = 2$ in doppelt logarithmischer Auftragung.

Eindringtiefe

Die Eindringtiefe der Schauer gibt den in der Atmosphäre zurückgelegten Weg des primären Gammaquants an, bis es zur ersten Wechselwirkung kommt. Sie wird in der Simulation nach einer Exponentialverteilung gewürfelt, die die Dichteverteilung in der Atmosphäre abbildet. Eine

auf diese Weise erhaltene Verteilung der Eindringtiefe ist in Abb. 13 zu sehen. Dabei wird von einer typischen Strahlungslänge von Photonen von $x_0 = 36,62 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ ausgegangen (vgl. Beringer et al., 2012).

Höhe des Schauermaximums

Aus der gewürfelten Eindringtiefe D und Energie E eines Schauers wird anschließend die Höhe des Schauermaximums X_{max} berechnet. Aus Gl. 2.6 folgt

$$X_{max} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right] = D + x_0 \cdot \ln \left(\frac{E_0}{E_c} \right) \quad (3.2)$$

und daraus mit der barometrischen Höhenformel für die Höhe des Schauermaximums über dem Boden

$$X_{max} = h_s \cdot \ln \left(\frac{\rho_0}{X_{max} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]} \right). \quad (3.3)$$

Dabei werden als Werte für die kritische Energie $E_c = 85 \text{ MeV}$ (vgl. Matthews, 2005), für den atmosphärischen Druck auf Meereshöhe $\rho_0 = 1033,23 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ ($\hat{=} 1013,25 \text{ hPa}$) und für $h_s = 6532,39 \text{ m}$ angenommen. Dabei bezeichnet h_s die Höhe, die man zurücklegen muss, damit der Luftdruck um den Faktor e abnimmt. Sie berechnet sich zu $h_s = \frac{RT}{Mg}$, dabei ist $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K mol}}$ die universelle Gaskonstante, $T = 223,15 \text{ K}$ die über alle Atmosphärenschichten gemittelte Temperatur, $M = 0,02896 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ die über alle Atmosphärengase gemittelte molare Masse und $g = 9,807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ die Schwerebeschleunigung.

Die in die Berechnung eingehenden Werte schwanken dabei je nach Position der Quelle um einige Prozent, die errechneten Höhen der Schauermaxima liegen jedoch im erwarteten Bereich.

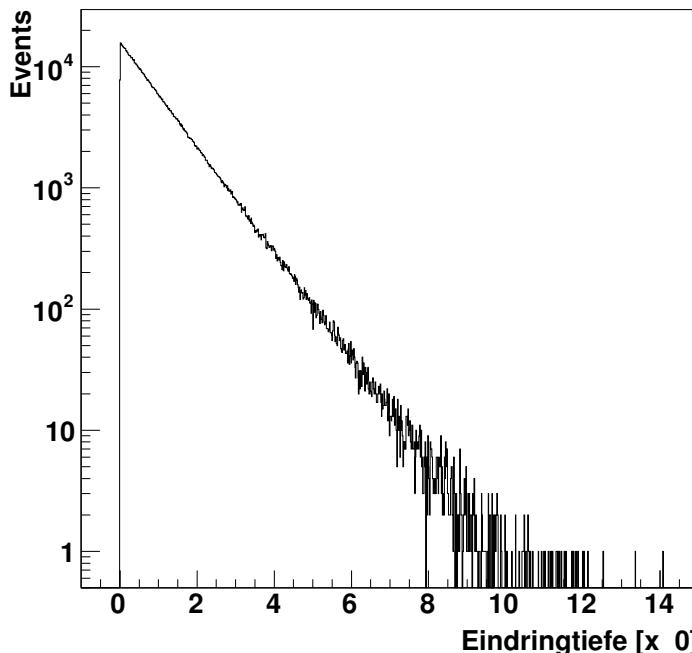


Abbildung 13: Eindringtiefen von 1 000 000 simulierten Schauern in Einheiten von x_0 , in einfacher logarithmischer Auftragung.

Schauerauf treffpunkt

Die Auftreffpunkte der Schauer am Boden werden isotrop innerhalb eines Kreises mit Radius $r = 1500$ m im TiltedSystem gewürfelt. Dadurch ergeben sich je nach Zenitwinkel ellipsenförmige Verteilungen im GroundSystem, wie in Abb. 14 gezeigt. Der Radius ist so gewählt, dass sich das maximale FoV aller Teleskope immer innerhalb der Ellipse befindet, da alle Teleskope von Array E in einem Radius von 1000 m um das Zentrum des Arrays stehen (vgl. Abb. 9d).

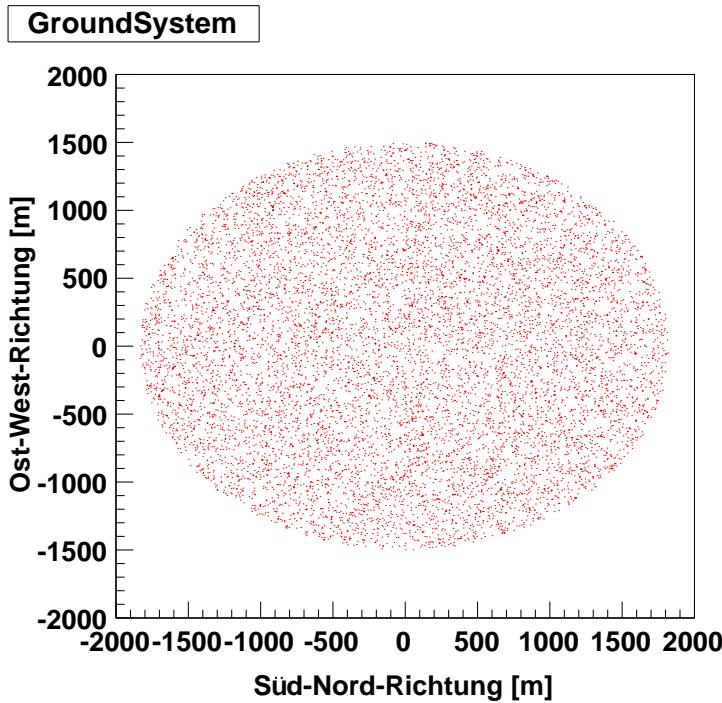


Abbildung 14: Auftreffpunkte von 10 000 simulierten Schauern im GroundSystem bei einem Zenitwinkel von 35° . Die Quellposition liegt bei 55° Altitude, 180° Azimut.

3.2 Teleskop-Simulation

Im nächsten Schritt werden die virtuellen Teleskope konfiguriert. Dazu wird eine Textdatei eingelesen, in der die Teleskope gelistet sind, die für den jeweiligen Simulationslauf verwendet werden sollen. Darin stehen zu jedem Teleskop ID, Typ (LST, MST oder SST), Position am Boden, Gesichtsfeld (FoV, engl. „field of view“) sowie ggf. Pointing-Offset und Kamera-Rotation. Über die ID kann jedes Teleskop eindeutig identifiziert werden. Die verwendeten FoVs sind den Konfigurationsdateien von „Production 1“ aus Bernlöhr et al. (2013) entnommen. Sie sind in Tabelle 2 gelistet. Pointing-Offset und Kameraposition können mit Hilfe der Textdatei auf einfache Weise für jedes Teleskop individuell vorgegeben werden.

Mit dem auf diese Weise definierten Teleskop-Array können nun die simulierten Schauer beobachtet werden. Die gemeinsame Blickrichtung der Teleskope wird dabei im AltAz-System festgelegt. Im normalen Beobachtungsmodus ist die Quellposition im RADec-System angegeben, deshalb müssen die Teleskope in jedem Zeitschritt auf die aktuelle Quellposition im AltAz-System ausgerichtet werden (siehe „Source Tracking“, Kap. 2.3.2). Dann werden die im jeweiligen Zeitschritt erzeugten Schauer mit dem eingestellten Wobble-Offset beobachtet. Sind in den eingelesenen Textdateien Pointing-Offsets und/oder Kamera-Rotationen für einzelne Teleskope definiert, wird die Blickrichtung der betroffenen Teleskope zusätzlich modifiziert.

Die beschriebene Prozedur wird insgesamt vier mal mit verschiedenen Wobble-Offsets durchgeführt, je einem in positiver und negativer Ra- bzw. Dec-Richtung. Dabei werden jedes mal neue Schauer gewürfelt.

Tabelle 2: Verwendete FoVs und Spiegelflächen der drei Teleskop-Typen (aus Konfigurationsdateien von „Production 1“, [Bernlöhr et al., 2013](#)).

TelType	FoV	MirrorArea
LST	5,1°	412,9 m ²
MST	8,1°	100,0 m ²
SST	10,0°	37,2 m ²

3.3 Detektion mit Lookup-Tabellen

Für jeden simulierten Schauer wird in jedem Teleskop geprüft, ob er detektiert wurde. Dazu wird zuerst überprüft, ob der Schauer im FoV des Teleskops liegt, das von Blickrichtung und Typ des Teleskops abhängt. Nur wenn die Abweichung der Teleskop-Blickrichtung von der simulierten Quellposition kleiner als das FoV des Teleskops ist, ist eine Detektion möglich. Dabei handelt es sich um eine vereinfachende Annahme, da in der Realität durch Schaueraufweitung mehr Schauer detektiert werden würden.

Im nächsten Schritt wird mit Hilfe von Lookup-Tabellen die in der Kamera erzeugte Helligkeit in Photoelektronen ermittelt. Die Daten für die Lookup-Tabellen wurden von [Lopatin \(2014\)](#) mit einem analytischen Modell erzeugt, basierend auf Monte Carlo Simulationen von [de Naurois & Rolland \(2009\)](#). Die Eigenschaften der dabei verwendeten Teleskope sind den Konfigurationsdateien von „Production 1“ aus [Bernlöhr et al. \(2013\)](#) entnommen und in Tab. 2 gelistet.

Verwendete Lookup-Tabellen

Die Daten von [Lopatin \(2014\)](#) liefern die durch einen Schauer in der Kamera eines Teleskops erzeugte mittlere Helligkeit in Photoelektronen. Simuliert wurde jeweils die Helligkeit für die drei vorgestellten Teleskop-Typen bei verschiedenen Eindringtiefen, Energien und Auftreff-Entferungen der Schauer. Mit Auftreff-Entfernung ist hier die Entfernung des Schauerauftreffpunkts am Boden zum jeweiligen Teleskop-Standort gemeint. Dabei wurden als Diskretisierung des Parameterraums sieben verschiedene Eindringtiefen von 0,03 g/cm² bis 12,18 g/cm² sowie 60 verschiedene Energien von 6,3 GeV bis 315,0 TeV in logarithmisch äquidistanten Abständen sowie 50 verschiedene Auftreff-Entferungen von 0 bis ca. 530 m in äquidistanten Abständen gewählt. Daraus wurden für jeden Teleskop-Typ sieben Lookup-Tabellen erstellt, zu jeder Eindringtiefe eine, in denen jeweils die in der Kamera erzeugte Helligkeit in Abhängigkeit von Energie und Auftreff-Entfernung des Schauers aufgetragen ist. Sie haben die Form von Histogrammen mit 3000 Bins, 60 Energie-Bins multipliziert mit 50 Auftreff-Entfernungs-Bins. Ein solches Histogramm ist in Abb. 15a gezeigt. Die verwendeten Lookup-Tabellen gelten allerdings nur für kleine Zenitwinkel, was die Anwendbarkeit der Simulation im Moment noch einschränkt. Um Aussagen zu anderen Zenitwinkeln machen zu können, werden weitere Daten für entsprechende Lookup-Tabellen benötigt.

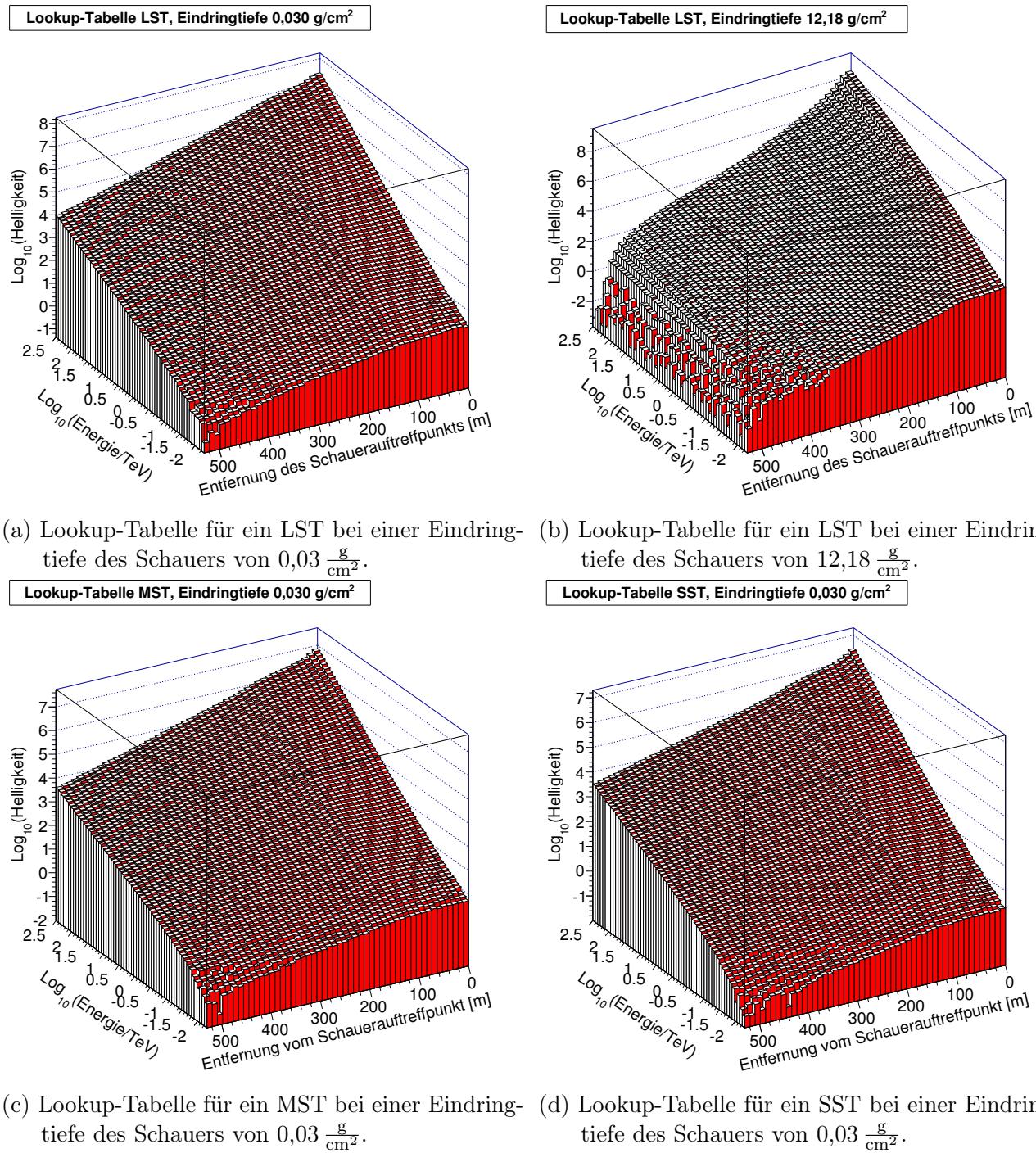


Abbildung 15: Lookup-Tabellen zur Bestimmung der mittleren Gesamt-Helligkeit in Photoelektronen, die ein Schauer in der Kamera eines Teleskops erzeugt. Gezeigt ist jeweils die Helligkeit (in Photoelektronen) in Abhängigkeit der Energie des Schauers (in TeV) und Entfernung des Schauerauf treffpunkts vom Standort des Teleskops (in Metern). Helligkeits- und Energie-Achse sind logarithmisch gewählt. Je nach Teleskop-Typ und Eindringtiefe des Schauers wird eine andere Lookup-Tabelle verwendet.

Benutzung der Lookup-Tabellen

Befindet sich ein Schauer im FoV eines Teleskops, kommen die soeben beschriebenen Lookup-Tabellen zur Anwendung. Da die Eindringtiefe mit nur sieben Werten relativ grob diskretisiert ist, wird die Helligkeit aus den Helligkeits-Werten von zwei Tabellen interpoliert. Dazu werden

die beiden Lookup-Tabellen des entsprechenden Teleskop-Typs benutzt, die am nächsten an der Eindringtiefe des Schauers liegen. Dort wird jeweils anhand von Energie und Auftreff-Entfernung des Schauers das entsprechende Bin ermittelt und die Helligkeit ausgelesen. Die beiden auf diese Weise erhaltenen Helligkeiten werden für die Interpolation benutzt. Diese berechnet sich nach der folgenden Formel:

$$H_{\text{interpol}} = H_2 \cdot \frac{T_{\text{sim}} - T_1}{T_2 - T_1} + H_1 \cdot \frac{T_2 - T_{\text{sim}}}{T_2 - T_1} \quad (3.4)$$

Dabei steht H für die Helligkeit und T für die Eindringtiefe. Parameter mit Zahlen als Indizes bezeichnen Werte aus den Lookup-Tabellen, wobei 1 für die Lookup-Tabelle mit der kleineren Eindringtiefe steht und 2 für die mit der größeren, T_{sim} bezeichnet die Eindringtiefe des simulierten Schauers.

Die auf diese Weise ermittelte Helligkeit H_{interpol} ist noch nicht die tatsächliche Helligkeit, sondern wird als Mittelwert einer Gaußverteilung mit Breite σ benutzt, aus der die tatsächliche Helligkeit gewürfelt wird. Damit wird zufälligen Effekten, wie Fluktuationen der Luftschauder, Rechnung getragen, die die genaue Anzahl an erzeugten Photoelektronen beeinflussen. Die Breite der Gaußverteilung

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{Poisson}}^2 + \sigma_{\text{Schauer}}^2} \quad (3.5)$$

setzt sich dabei zusammen aus Poissonrauschen

$$\sigma_{\text{Poisson}} = \sqrt{H_{\text{interpol}}}$$

sowie Fluktuationen der Luftschauder

$$\sigma_{\text{Schauer}} = 0,1 \cdot H_{\text{interpol}}$$

Der Faktor 0,1 ist dabei durch den zu erwartenden Fehler bei der Energiebestimmung von CTA motiviert, der in [Acharya et al. \(2013\)](#) für Energien $E \geq 1 \text{ TeV}$ angegeben ist. Die aus dieser Gaußverteilung gewürfelte Helligkeit wird als vom Schauer tatsächlich im Teleskop erzeugte Helligkeit angenommen.

Datenselektion

In der Simulation wird nicht jeder simulierte Schauer gespeichert. Mit Hilfe von Datenselektionsschnitten wird entschieden, welche Schauer vom virtuellen Array detektiert werden. Nur für diese wird anschließend die Richtungsrekonstruktion durchgeführt und alle Daten werden gespeichert.

Zuerst wird, wie bereits erwähnt, anhand des FoVs für jedes Teleskop entschieden, ob es geometrisch in der Lage ist, den simulierten Schauer abzubilden.

Für alle Teleskope, die dieses Kriterium erfüllen, wird anschließend mit Hilfe der Lookup-Tabellen, wie oben beschrieben, die in der Kamera erzeugte Helligkeit ermittelt. Dabei muss die Zahl der ausgelösten Photoelektronen einen festgelegten Wert übersteigen, damit der Schauer hell genug ist, um vom jeweiligen Teleskop detektiert zu werden. Die Lookup-Tabellen und diese Triggerschwelle definieren zusammen den Energiebereich, in welchem ein Teleskop-Typ am effektivsten detektiert. Die Triggerschwelle wurde in der Simulation nach einigen Tests auf 50 Photoelektronen festgelegt, da diese Zahl einen vernünftigen Kompromiss aus einem genügend hohen Anteil an detektierten Schauern und sinnvollen Energieschwellen für die einzelnen Teleskop-Typen darstellt. Im Vergleich mit tatsächlich benutzten Schwellen erscheint sie sinnvoll,

beim H.E.S.S.-Experiment wurde beispielsweise eine Schwelle von 60 bis 80 Photoelektronen gewählt. Denkbar wären auch unterschiedliche Schwellen für die verschiedenen Teleskop-Typen. Schließlich müssen mindestens zwei Teleskope den Schauer detektiert haben, damit er als vom System detektiert gilt. Dies hat den Hintergrund, dass die geometrische Richtungsrekonstruktion eines stereoskopisch beobachteten Schauers bessere Ergebnisse liefert als Rekonstruktionen auf der Basis von Monobeobachtungen.

3.4 Richtungsrekonstruktion

Für detektierte Schauer wird anschließend die Richtungsrekonstruktion wie in Abschnitt 2.3.4 durchgeführt. Dazu werden zuerst die Schauerbilder aller an der Detektion eines Schauers beteiligten Teleskope ins Nominal-System transformiert. Dort werden die Hauptachsen paarweise geschnitten und nach Gl. 2.9 der gemeinsame Schnittpunkt berechnet. Dabei wirken sich die zuvor festgelegten Pointing-Offsets und Kamera-Rotationen einzelner Teleskope aus, da sie dafür sorgen, dass sich die Positionen und Orientierungen der von betroffenen Teleskopen detektierten Schauer im Nominal-System ändern und so den Schnittpunkt verschieben. Dieser wird anschließend ins RADec-System transformiert. Dabei werden die gewählten Wobble-Offsets rechnerisch berücksichtigt, so dass bei einer Beobachtung ohne Pointing-Fehler die rekonstruierten Herkunftsrichtungen aller Schauer und somit die rekonstruierte Quellposition (d.h. deren Mittelwert) exakt mit der simulierten übereinstimmt. Beispiele für eine perfekte Rekonstruktion wird im nächsten Unterkapitel gezeigt.

Liegt die rekonstruierte Herkunftsrichtung eines Schauers um mehr als 10° von der simulierten Quellposition entfernt, wird er verworfen, da seine Herkunftsrichtung dann außerhalb des Gesichtsfeldes des Arrays liegt und es sich somit definitiv nur um eine fehlerhafte Richtungsrekonstruktion handeln kann. Hierbei handelt es sich nicht um eine Triggerbedingung im eigentlichen Sinne, die Zahl der rekonstruierten Schauer wird dadurch aber nochmal verkleinert.

Am Ende der Simulation werden die Parameter aller rekonstruierten Schauer in einer ROOT-Datei gespeichert.

3.5 Simulation ohne Pointing-Fehler

Im Folgenden wird ein Simulationsdurchlauf ohne Pointing-Offsets oder Kamera-Rotation vorgestellt. Dazu wurde eine Quelle im RADec-System bei den Koordinaten $\alpha = 330^\circ$, $\delta = -30^\circ$ simuliert. Sie wurde vom virtuellen Array 1680 s beobachtet, die simulierte Beobachtung startete zum Zeitpunkt 16.07.2004, 00:52:00 Uhr. Die Koordinaten sowie der Beobachtungszeitraum sind willkürlich gewählt, haben allerdings den Vorteil, dass die Quelle dadurch am in der Simulation festgelegten Teleskop-Standort (Position des H.E.S.S.-Arrays bei $23^\circ 16' 18''$ S, $16^\circ 30' 00''$ E) unter einem Zenitwinkel zwischen $8,8^\circ$ und $6,7^\circ$ beobachtet wird, die Quelle also fast senkrecht über dem Teleskop-Array steht. Damit sind auch die verwendeten Lookup-Tabellen gültig. Die Beobachtungsdauer von 28 min entspricht der typischen Dauer einer H.E.S.S.-Beobachtung. Die Anordnung der Teleskope entspricht, wie angekündigt, denen in Array E, das in Abb. 16 gezeigt wird. Es umfasst insgesamt 59 Teleskope, davon 4 LSTs, 23 MSTs, sowie 32 SSTs. Die Beobachtung findet mit vier Wobble-Offsets von je $0,5^\circ$ in positiver und negative Ra- bzw. Dec-Richtung statt. Insgesamt wurden 4 Millionen Schauer simuliert, 1 000 000 Schauer für jeden Wobble-Offset. Der Spektralindex der Quelle wurde auf $\gamma = 2$ festgelegt. Alle in diesem Abschnitt angegebenen Parameter wurden standardmäßig auch für die im nächsten Kapitel vorgestellten Simulationsdurchläufe verwendet und sind dort in Tab. 3 zusammengestellt.

Im hier gezeigten Durchlauf wurden pro Wobble-Offset etwa 40 000 Schauer detektiert, insgesamt

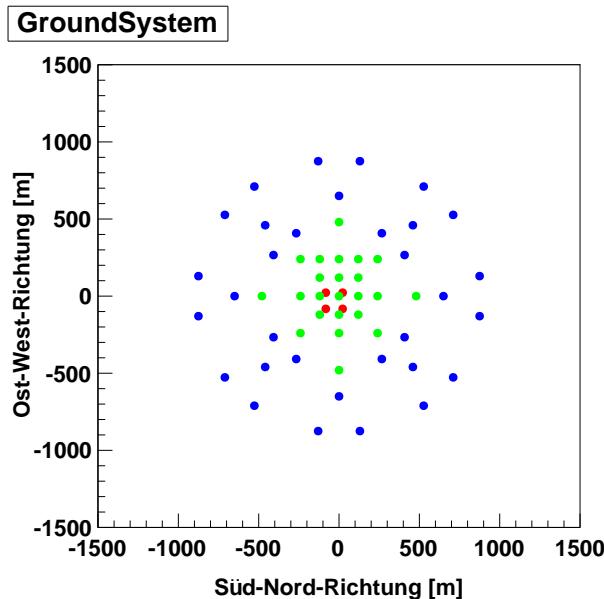


Abbildung 16: Array E, die in der Simulation benutzte Anordnung der Teleskope. Die Achsen geben die Entfernung vom Zentrum in Metern an. LSTs sind rot, MSTs grün und SSTs blau dargestellt.

wurden 159 990 Schauer detektiert.

Detektierte Schauerauf treffpunkte

Abb. 17 zeigt die Verteilung der Schauerauf treffpunkte der detektierten Schauer am Boden. Man erkennt eine Struktur, die die des Arrays widerspiegelt. In der Mitte werden deutlich mehr Schauer detektiert als außen, was mehrere Gründe hat: Zum einen ist die Dichte der Teleskope in der Mitte höher, zum anderen stehen hier die LSTs, die aufgrund ihrer großen Spiegelfläche mehr Schauer detektieren. Außerdem werden von den LSTs auch Schauer in den niedrigeren Energiebereichen detektiert.

Detektierte Energien

Die Energieverteilung der detektierten Schauer ist in Abb. 18 gezeigt. Farbig eingezeichnet sind die Energie-Verteilungen für Schauer, die ausschließlich von LSTs detektiert wurden (rot), sowie von Schauern, an deren Detektion nur LSTs und/oder MSTs beteiligt waren (grün). Je größer die Energie eines Schauers, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass er detektiert wird. Dabei erkennt man an den Maxima der Kurven, wenn die durch die Triggerbedingungen gesetzte Energieschwelle eines bestimmten Teleskop-Typs überschritten wird. Der erste ist in Abb. 18 bei $-1,8$ zu sehen, was einer Energie von 16 GeV entspricht, der Energieschwelle der LSTs. Der nächste Hochpunkt bei ca. 63 GeV steht für die Energieschwelle der simulierten MSTs, der letzte bei ca. 160 GeV für die der simulierten SSTs. Dass die Energieschwellen nicht als klare Kanten erkennbar sind, sondern schon Energien unterhalb der Schwelle detektiert werden, liegt daran, dass die in der Teleskop-Kamera erzeugten Intensitäten für Schauer gleicher Energie schwanken. Dies liegt zum einen an den verschiedenen Schauerauf treffpunkten und zum anderen an den durch die Verwendung der Gaußverteilungen simulierten Fluktuationen der Luftschaue sowie der Ausleseelektronik. Ab einer Energie von ca. 160 GeV sinkt die Anzahl der detektierten Schauer mit steigender Energie, was am simulierten Quellspektrum liegt.

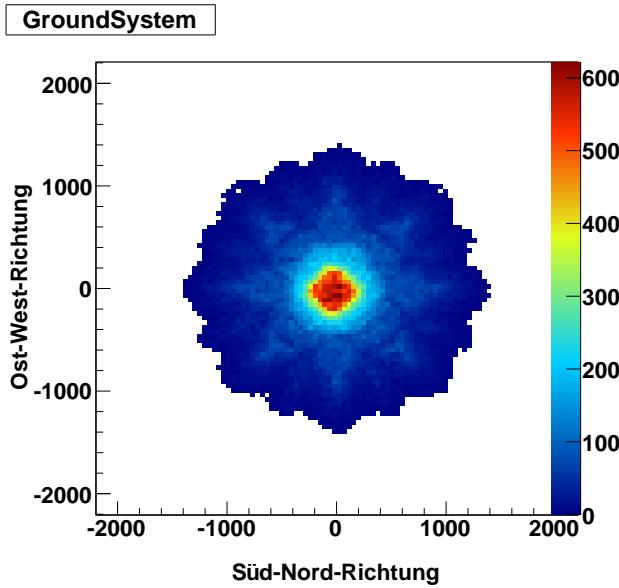


Abbildung 17: Verteilung der detektierten Schauerauf treffpunkte am Boden für 4 000 000 simulierte Schauer. Die Achsen geben die Entfernung vom Array-Zentrum in Metern an, die Farbe steht für die Anzahl der detektierten Schauer mit Auftreffpunkt im jeweiligen Bin. Man erkennt eine deutliche Häufung im Bereich der LSTs, die Struktur von Array E spiegelt sich in der Verteilung wider.

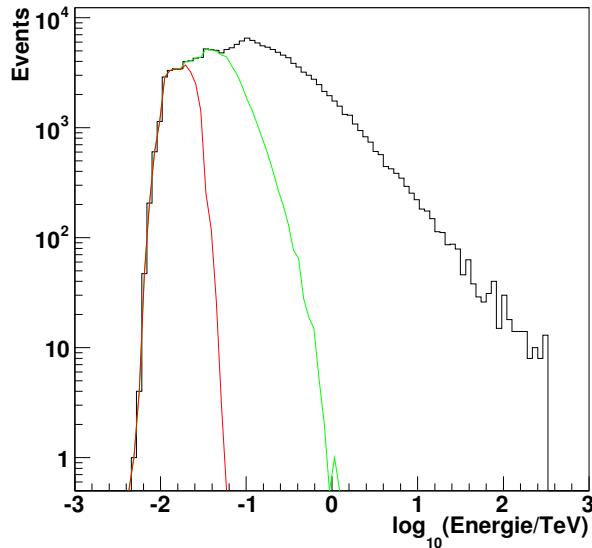


Abbildung 18: Spektrum der detektierten Energien für 4 000 000 simulierte Schauer in doppelt logarithmischer Auftragung. In schwarz ist die Verteilung der Energien aller detektierten Schauer zu sehen. In rot eingezeichnet sind Schauer, die ausschließlich von LSTs detektiert wurden, in grün Schauer, an deren Detektion keine SSTs beteiligt waren (sondern ausschließlich LSTs und/oder MSTs). Bei hohen Energien folgt die Verteilung dem simulierten Quellspektrum.

Aus dem Verhältnis von detektierten zu simulierten Schauern kann die effektive Fläche des simulierten Teleskop-Arrays bestimmt werden. Dazu muss mit der Fläche $A_{sim} = \pi \cdot (1500 \text{ m})^2 \approx$

$7 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ gewichtet werden, auf der die simulierten Schauer gewürfelt wurden. Damit ergibt sich die effektive Fläche A_{eff} in Abhängigkeit der Energie E nach folgender Formel:

$$A_{eff}(E) = \frac{\# \text{ detekter Schauer}(E)}{\# \text{ simulierter Schauer}(E)} \cdot A_{sim} \quad (3.6)$$

Dazu wurden sowohl die simulierten als auch die detektierten Schauer mit gleichem Binning in einem Histogramm wie in Abb. 18 aufgetragen. Die Energie E bezeichnet den Mittelwert des jeweiligen Energie-Bins. Da zu diesem Zweck alle simulierten Schauer gespeichert werden müssen, was etwa einen Faktor 25 mehr ausmacht als die Speicherung der detektierten Schauer, wurden zur Abschätzung der effektiven Fläche nur 100 000 Schauer pro Wobble-Offset simuliert. Das Ergebnis ist in Abb. 19 zu sehen. Die effektive Fläche steigt mit zunehmender Energie und nähert sich ab Energien $E > 10 \text{ TeV}$ einer Asymptote bei ca. $4 \cdot 10^6 \text{ m}^2$. Die gezeigte effektive Fläche steht in guter Übereinstimmung mit den in verschiedenen Analysen gefundenen effektiven Flächen für Array I, die in Bernlöhr et al. (2013) gezeigt sind.

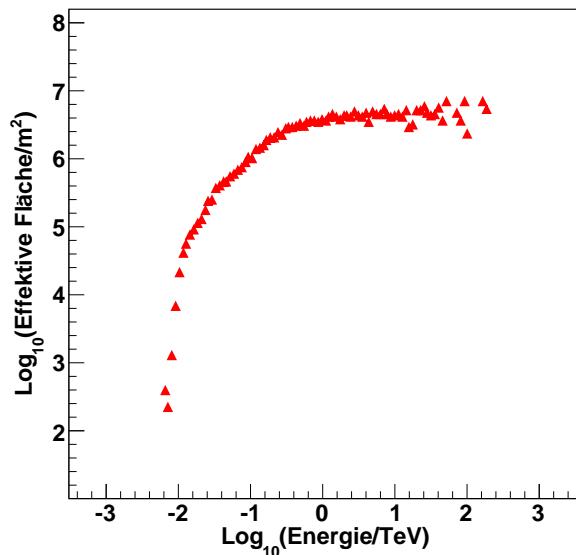


Abbildung 19: Effektive Fläche für das CTA-Instrument, Konfiguration E, in Abhängigkeit der Energie. Gezeigt ist eine doppelt logarithmische Auftragung. Sie wurde aus einem Simulationsdurchlauf mit insgesamt 400 000 simulierten Schauern extrahiert. Der Zenitwinkel der beobachteten Quelle betrug etwa 8° .

Detections-Multiplizität

Eine weitere interessante Größe ist die Detektions-Multiplizität eines Schauers. Sie gibt an, wie viele Teleskope an der Detektion des Schauers beteiligt sind. In Abb. 20 ist die Multiplizitäts-Verteilung der detektierten Schauer zu sehen. Mit Abstand am häufigsten werden Schauer von genau zwei Teleskopen detektiert. Die Detektion mit drei oder vier Teleskopen ist ca. halb so wahrscheinlich, hebt sich jedoch noch deutlich von den höheren Multiplizitäten ab. Das liegt daran, dass das verwendete Array genau vier LSTs beinhaltet, die eng zusammen stehen. Niederenergetische Schauer unter der Energieschwelle der anderen Teleskop-Typen triggern deswegen oft drei oder vier LSTs. Ab einer Anzahl von fünf Teleskopen wird die Korrelation von Multiplizität und Energie der simulierten Schauer deutlich, da höherenergetische Schauer, die im Schnitt mit höheren Multiplizitäten detektiert werden, seltener vorkommen. Interessanterweise

zeigt sich bei einer Multiplizität von 32 ein weiterer starker Abfall, diese Zahl entspricht der Anzahl an SSTs im Array. Vereinzelt werden jedoch Multiplizitäten von bis zu 35 erreicht.

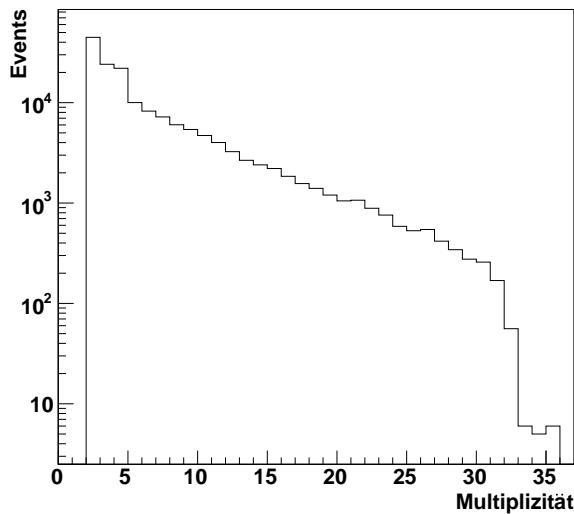


Abbildung 20: Multiplizitäts-Verteilung der detektierten Schauer für 4 000 000 simulierte Schauer. Schauer die nur von einem Teleskop detektiert wurden, gelten nicht als vom Array detektiert und sind deswegen nicht in der Verteilung enthalten. Am häufigsten wird mit Multiplizität Zwei detektiert.

In Abb. 21 ist die räumliche Verteilung der Multiplizitäten der detektierten Schauer im Ground-System dargestellt. Gezeigt sind die Schauerauf treffpunkte, dabei ist in jedem Bin die durchschnittliche Multiplizität der in diesem Bin detektierten Schauer farbig dargestellt. Das erklärt auch, wieso die Multiplizität im Zentrum des Arrays abzufallen scheint. Hier treffen zwar die Schauer mit den höchsten Multiplizitäten auf, gleichzeitig ist dies aber auch der Standort der vier LSTs und damit der Ort, an dem sehr viele Schauer mit Multiplizitäten von vier oder niedriger detektiert werden. Dadurch ergibt sich im Mittel eine niedrigere Multiplizität als in den angrenzenden Gebieten. Davon abgesehen, nimmt die Multiplizität mit zunehmender Entfernung von Array-Zentrum ab, die Struktur von Array E ist auch hier klar erkennbar. Die Mittelwertbildung erklärt auch, wieso die höchste im Histogramm vorkommende Multiplizität bei ca. 12 liegt. Vor allem bei hohen Multiplizitäten ist die Verteilung nicht rotationssymmetrisch, was daran liegt, dass sich die Azimuth-Koordinate der Quelle während der Beobachtung zwischen 140° und 190° bewegt, was im GroundSystem der südöstlichen Richtung entspricht.

Dektions-Effektivität

Ebenfalls interessant ist die Anzahl an detektierten Schauern pro Teleskop. In Abb. 22 ist das verwendete Array im GroundSystem dargestellt, nach oben aufgetragen ist zu jedem Teleskop die Anzahl an Schauer-Detektionen, an denen es beteiligt war. Sie unterscheidet sie sich stark für die verschiedenen Teleskop-Typen. LSTs detektieren mit ca. 66 000 die meisten Schauer, MSTs liegen zwischen 18 000 und 22 000, SSTs zwischen 7 000 und 9 000 detektierten Schauern. Die Unterschiede resultieren aus den verschiedenen Energieschwellen. Da niederenergetische Schauer deutlich häufiger sind als hochenergetische, sind die Teleskop-Typen mit niedrigerer Schwelle an mehr Detektionen beteiligt. Die Anzahl an detektierten Schauern nimmt für Teleskope gleichen Typs mit zunehmendem Abstand vom Array-Zentrum ab, da Schauer häufiger in der Mitte des

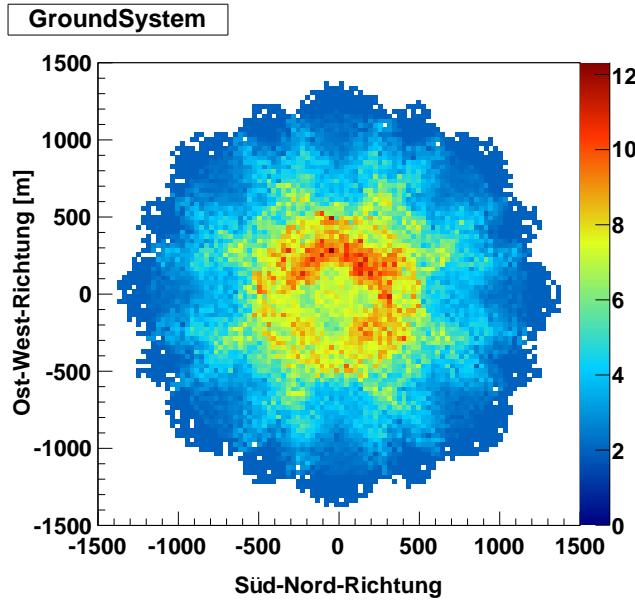


Abbildung 21: Räumliche Verteilung der mittleren Multiplizität, mit der ein Schauer detektiert wird, im GroundSystem. Die Daten wurden aus 4 000 000 simulierten Schauern gewonnen. Die Achsen geben die Entfernung vom Array-Zentrum in Metern an.

Arrays detektiert werden.

Richtungsrekonstruktion

Für alle detektierten Schauer wurde die Richtungsrekonstruktion durchgeführt, die Ergebnisse sind in Abb. 23 gezeigt. Auf Abb. 23a ist die rekonstruierte Richtung aller detektierten Schauer im Nominal-System gezeigt. Dabei sind zum einen die vier Wobble-Offsets zu erkennen, zum anderen ist eine Art Bildfeldrotation erkennbar, die durch die Bewegung der Quelle am Himmel zustande kommt. Wären die Teleskope genau auf die Quelle ausgerichtet, wäre im Nominal-System nur ein Punkt bei $(0, 0)$ erkennbar. In Abb. 23b ist die rekonstruierte Quellposition im RADec-System gezeigt. Der Mittelwert aus allen rekonstruierten Schauer-Herkunftsrichtungen beträgt exakt $\alpha = 330^\circ, \delta = -30^\circ$ im RADec-System.

Die Ausführungen zeigen, dass die Simulation gute Ergebnisse für wesentliche Parameter wie die Multiplizität, die effektive Fläche und die rekonstruierte Richtung liefert. Nun sollen im nächsten Kapitel die Auswirkungen von Pointing-Fehlern untersucht werden.

GroundSystem

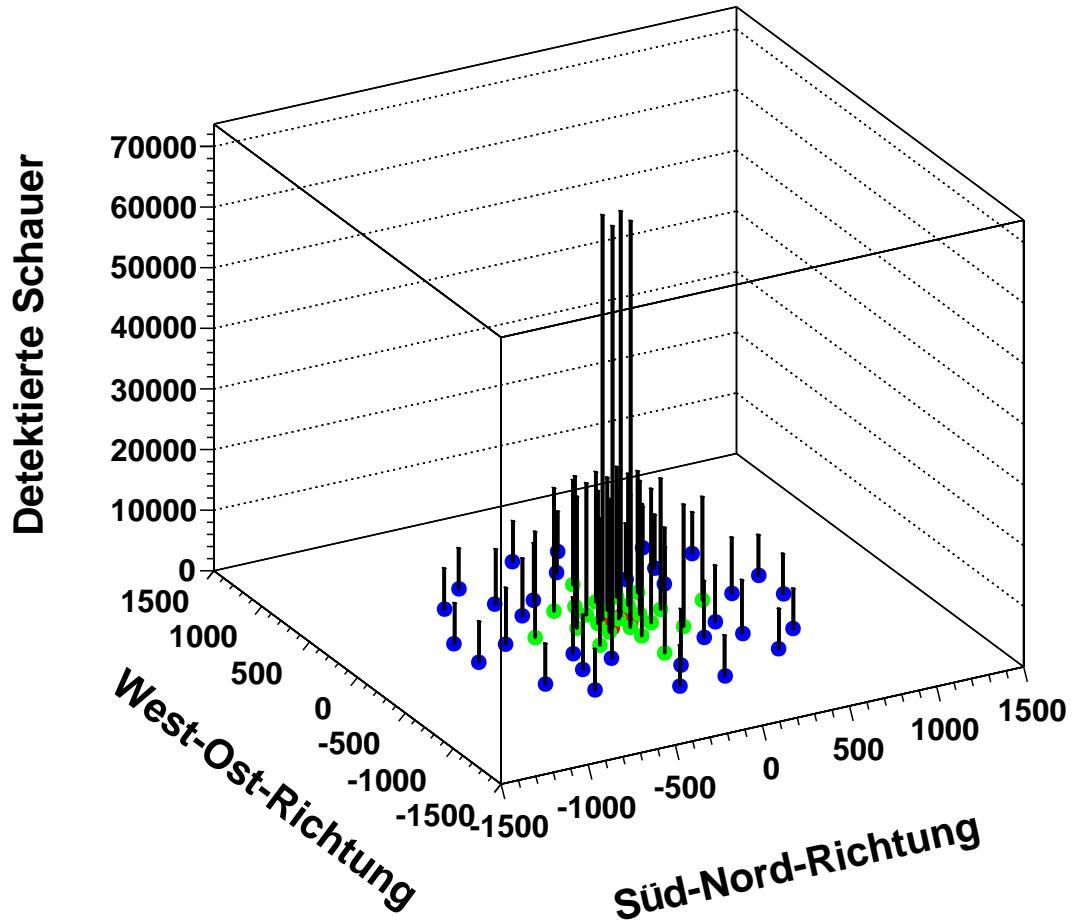


Abbildung 22: Anzahl detektierter Schauer für jedes Teleskop. Die farbigen Punkte zeigen die Positionen der Teleskope von Array E im GroundSystem, die x- und y-Achse geben die Entfernung vom Array-Zentrum in Metern an. LSTs sind rot, MSTs grün und SSTs blau dargestellt. Nach oben aufgetragen ist zu jedem Teleskop die Zahl der Schauer-Detektionen, an denen es beteiligt war. Die Daten wurden aus 4 000 000 detektierten Schauern gewonnen.

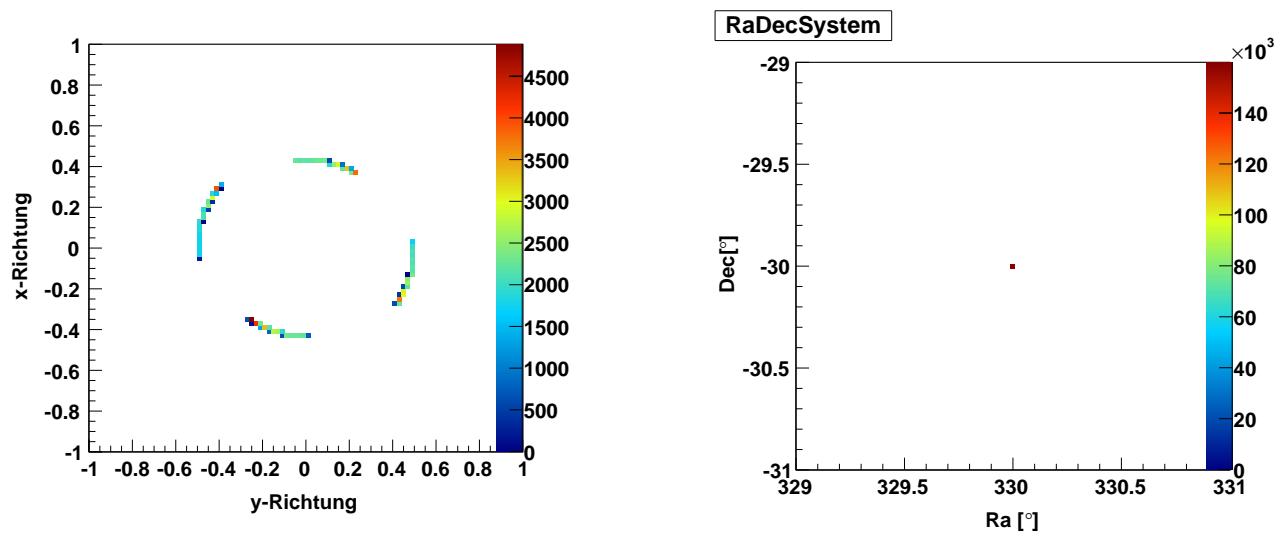


Abbildung 23: Perfekte Richtungsrekonstruktion (ohne Pointing-Fehler) einer mit vier Wobble-Offsets beobachteten, bei $\alpha = 330^\circ$, $\delta = -30^\circ$ im RADec-System simulierten Quelle. Die Achsen geben die Koordinaten im jeweiligen System an, die Farbkodierung steht für die Anzahl der innerhalb eines Bins detektierten Schauer.

4 Ergebnisse

In diesem Teil werden die Auswirkungen von Pointing-Fehlern wie Pointing-Offsets und Kamera-Rotationen auf die Richtungsrekonstruktion untersucht. Dabei werden, sofern nicht anders angegeben, die in Tab. 3 aufgeführten Standardparameter benutzt.

Tabelle 3: Standardparameter zur simulierten Quellbeobachtung.

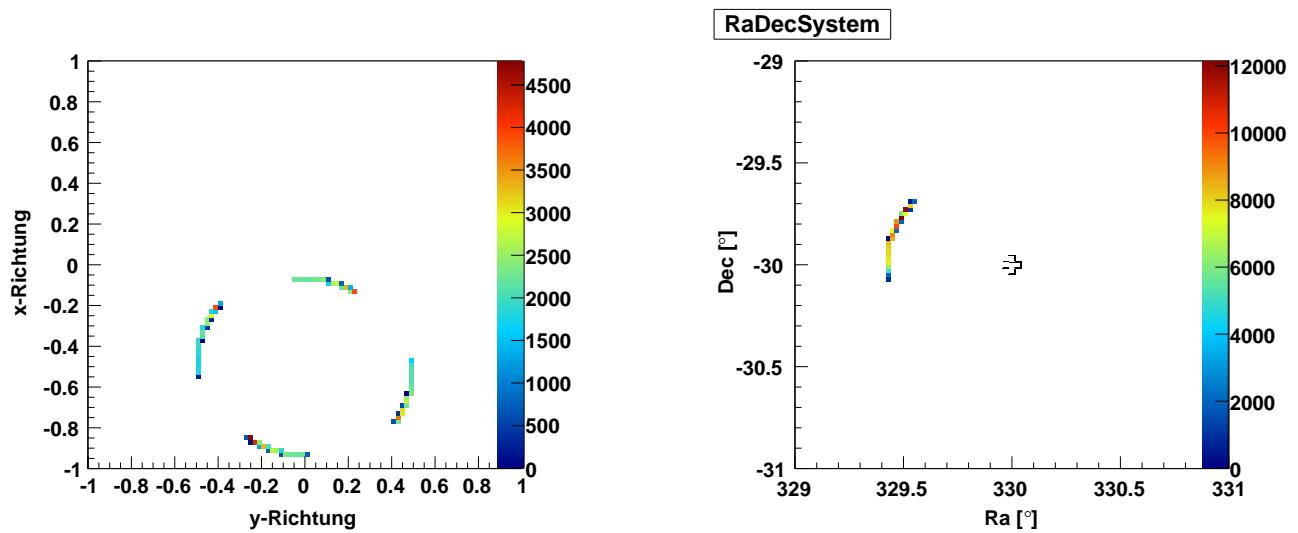
Quellposition Ra	$\alpha = 330^\circ$
Quellposition Dec	$\delta = -30^\circ$
Zenitwinkel	zwischen $6,7^\circ$ und $8,8^\circ$
Index des Quellspektrums	$\gamma = 2$
Anzahl simulierter Schauer	1 000 000 pro Wobble-Offset (einzelner Simulationsdurchlauf)
	10 000 pro Wobble-Offset (bei 1000 Simulationsdurchläufen)
Verwendetes Teleskop-Array	Array E, Abb. 16
Start der Beobachtung	16.07.2004, 00:52:00 Uhr
Beobachtungsdauer	1680 s
Wobble-Offsets	vier Stück, $\pm 0,5^\circ$ in Ra- bzw. Dec-Richtung

4.1 Allgemeine Untersuchungen zu Pointing-Offsets

4.1.1 Gemeinsamer Pointing-Offset aller Teleskope

Zuerst wurden alle Teleskope durch Verschiebung des Nominal-Systems mit einem gemeinsamen Pointing-Offset von $0,5^\circ$ in positiver x-Richtung versehen, was ein Durchhängen der Struktur nach unten simuliert. Die Simulation wurde mit den Standardparametern durchgeführt, insgesamt wurden 159 340 Schauer detektiert. Die Ergebnisse der Richtungsrekonstruktion sind in Abb. 24 zu sehen. Im Nominal-System zeigt sich das gleiche Bild wie bei der Richtungsrekonstruktion ohne Pointing-Fehler, allerdings um $0,5^\circ$ in negativer x-Richtung verschoben, d.h. in positiver Alt-Richtung. Bei der Transformation ins RA-Dec-System kommt dadurch allerdings eine gekrümmte Linie zustande, wie man in Abb. 24b sieht. Hier sieht man die Bewegung der Quelle über den Himmel, die bei falschem Pointing nicht mehr vom Source Tracking ausgeglichen wird und deswegen als Bewegung im RA-Dec-System fehlinterpretiert wird. Diese Bildfeldrotation kommt durch die AltAz-Aufhängung der Teleskope zustande, bei äquatorialer Aufhängung wäre vermutlich nur eine einfache Verschiebung der rekonstruierten Quellposition im RA-Dec-System zu sehen. Die Abweichung von der simulierten Quellposition beträgt ca. $0,5^\circ$.

Bei sehr großen Pointing-Offsets zeigen sich weitere interessante Effekte. Um sie deutlich sichtbar zu machen, wurde die Simulation mit einem unrealistisch hohen Pointing-Offset von 5° durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abb. 25 gezeigt. Hier wurden 159 306 Schauer detektiert. Das Ergebnis der Richtungsrekonstruktion in Abb. 25a gleicht der für $0,5^\circ$ Offset, allerdings liegen die Ra-Koordinaten der rekonstruierten Schauer um mehr als 5° neben der simulierten Quellposition. Das liegt daran, dass das RA-Dec-System ein sphärisches Koordinatensystem ist, bei dem ein gegebener Unterschied in der Ra-Koordinate je nach Dec-Koordinate einen anderen Winkelabstand in Ra-Richtung bedeutet, es gilt der Zusammenhang $\Delta = \Delta RA \cdot \cos Dec$. In Abb. 25b sind die tatsächlichen Winkelabstände der rekonstruierten Ra- bzw. Dec-Koordinaten von der simulierten Quellposition dargestellt. Diese Winkelabstände, im Folgenden mit „Abwei-



(a) Verteilung der rekonstruierten Richtungen aller detektierten Schauer im Nominal-System. Die x-Achse des Nominal-Systems ist beim Blick auf das Teleskop nach unten ausgerichtet, d.h. die rekonstruierten Schauerrichtungen wurden in der Kamera zu hoch rekonstruiert.

(b) Rekonstruktion der detektierten Schauer im RADec-System. Das schwarze Kreuz markiert die simulierte Quellposition. Der Winkelabstand von der Quellposition beträgt für alle rekonstruierten Schauer $0,5^\circ$.

Abbildung 24: Richtungsrekonstruktion bei gemeinsamem Pointing-Offset aller Teleskope von $0,5^\circ$ in negativer Alt-Richtung, Simulation mit Standardeinstellungen (siehe Tab. 3). Die Achsen geben die Koordinaten im jeweiligen System an, die Farbkodierung steht für die Anzahl der innerhalb eines Bins detektierten Schauer.

chungen“ bezeichnet, sind aussagekräftiger als die Koordinaten-Differenzen, da sie von diesem (durch das sphärische Koordinatensystem hervorgerufenen) Verzerrungseffekt bereinigt wurden. Hier erkennt man, dass die rekonstruierten Schauer tatsächlich immer einen Gesamtabstand von 5° zur Quelle besitzen. Im Folgenden werden nicht mehr die Koordinaten der rekonstruierten Schauer, sondern nur noch die Abweichungen gezeigt.

Betrachtet man den Abstand der rekonstruierten Schauerpositionen von der simulierten Quellposition genauer, zeigt sich ein weiterer interessanter Effekt, der drei Größenordnungen kleiner und deswegen in Abb. 25b nicht zu erkennen ist. In Abb. 25c wurde der Abstand gegen die Schauernummer aufgetragen. Die Schauernummer ist eine künstliche Größe, die zustande kommt, indem man alle detektierten Schauer der Reihe nach durchnummieriert. Da die Beobachtungen bei den verschiedenen Wobble-Offsets hintereinander simuliert werden, werden die vier Wobble-Offsets als verschiedene Schauernummern-Intervalle sichtbar, während gleichzeitig der zeitliche Verlauf innerhalb einer Beobachtung dargestellt werden kann. Das erste Intervall steht für den Wobble-Offset $+0,5^\circ$ Ra, das zweite für $-0,5^\circ$ Ra, das dritte für $+0,5^\circ$ Dec und das vierte für $-0,5^\circ$ Dec.

Hier zeigt sich, dass bei der Beobachtung mit Pointing-Fehlern auch der gewählte Wobble-Offset einen Einfluss auf die Richtungsrekonstruktion hat. Das liegt an der Koordinatentransformation vom Nominal-System ins AltAz-System: Beim Nominal-System handelt es sich um ein kartesisches Koordinatensystem, beim AltAz-System dagegen um ein sphärisches. Im Bereich von unter einem Grad führt dieser Unterschied noch nicht zu Problemen, bei Offsets von 5° führen die Diskrepanzen zwischen beiden Systemen allerdings zu unterschiedlichen rekonstruierten Richtungen bei verschiedenen Wobble-Offsets. Dieser Effekt ist allerdings in der Praxis zu vernachlässigen, da er im Vergleich zu den Pointing-Fehlern sehr klein ist und nur bei sehr

großen Pointing-Offsets auftritt.

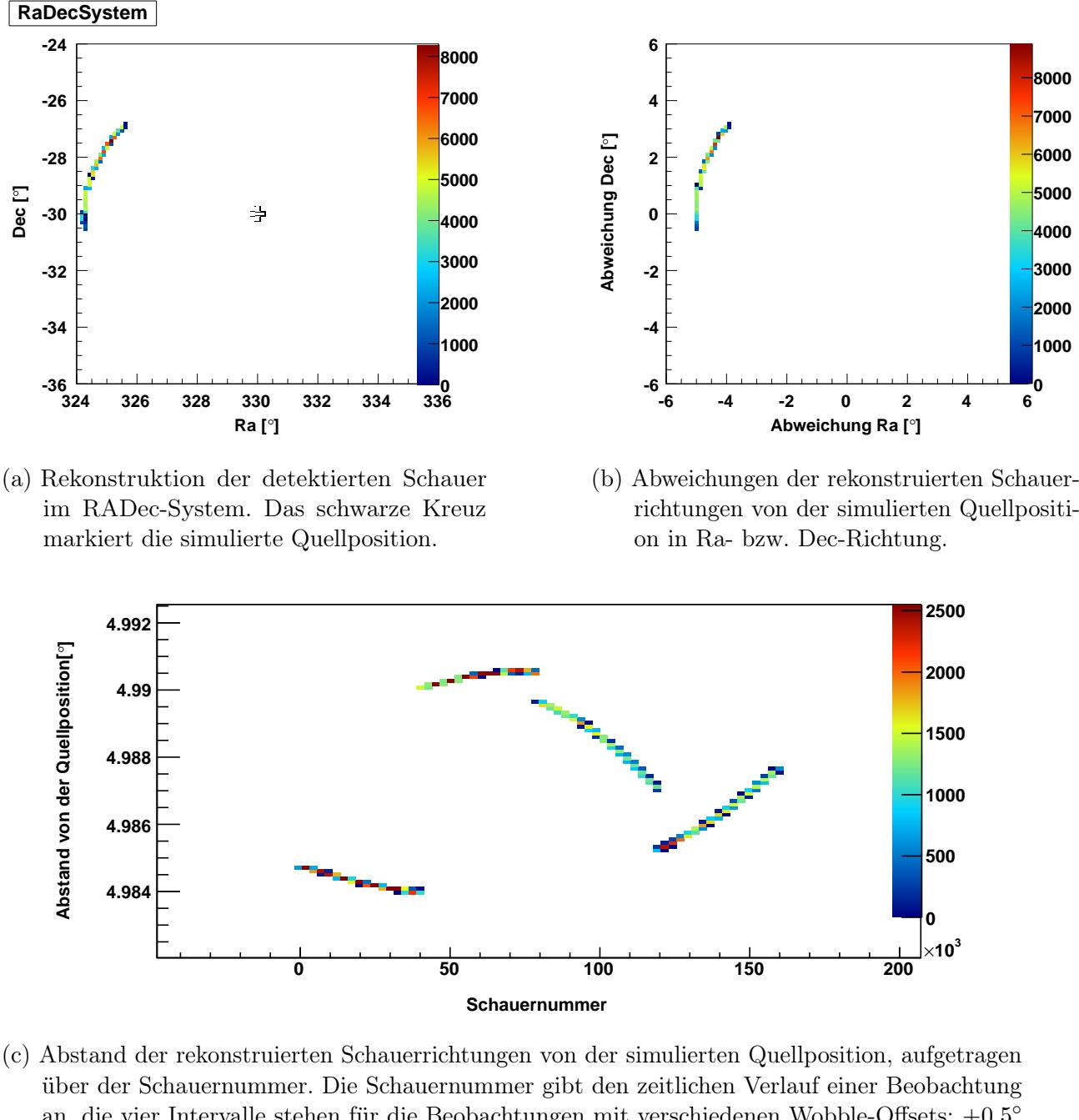
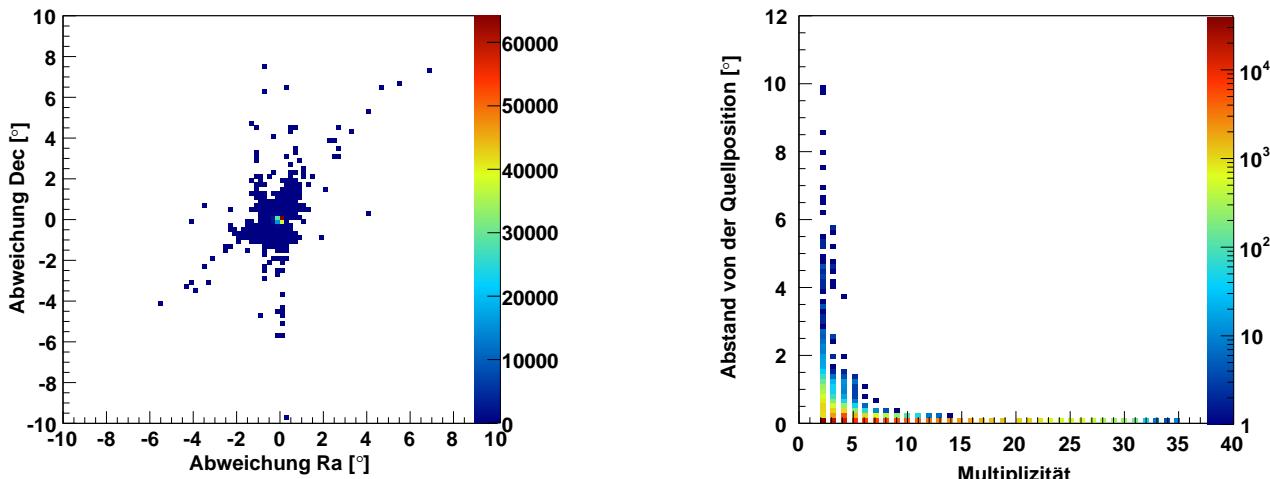


Abbildung 25: Richtungsrekonstruktion bei gemeinsamem Pointing-Offset aller Teleskope von 5° in negativer Alt-Richtung, Simulation mit Standardeinstellungen (siehe Tab. 3). Die Farbkodierung steht für die Anzahl der innerhalb eines Bins detektierten Schauer.

4.1.2 Pointing-Offset einzelner Teleskope

Als nächstes wurde getestet, welche Auswirkung ein Pointing-Offset bei nur einem Teleskop auf die Richtungsrekonstruktion hat. Dazu wurde das LST mit der ID 1 mit einem Offset von 0.5° in positiver x-Richtung versehen, alle anderen Teleskope blieben ohne Pointing-Fehler. Dann wurde ein Simulationslauf mit Standardparametern durchgeführt. Insgesamt wurden 159 306 Schauer

detektiert, das Ergebnis der Richtungsrekonstruktion ist in Abb. 26 zu sehen. Der Pointing-Offset von LST 1 hat nur Auswirkungen auf die Richtungsrekonstruktion eines Schauers, wenn es an dessen Detektion beteiligt war. Da das verwendete Array allerdings aus insgesamt 59 Teleskopen besteht, sind die Auswirkungen eines einzelnen Teleskops auf die rekonstruierte Quellposition (d.h. dem Mittel aller rekonstruierten Schauerrichtungen) zu vernachlässigen. Ein Großteil der Schauer wurde richtig rekonstruiert, sodass die rekonstruierte Quellposition bis auf die fünfte Nachkommastelle mit der simulierten Quellposition übereinstimmt. Die rekonstruierten Positionen der Schauer, an deren Detektion LST 1 beteiligt war, weichen umso stärker von der simulierten Quellposition ab, je niedriger die Multiplizität der Detektion ist. Bei einer Multiplizität von zwei ist der Einfluss des fehlerhaften Pointings von LST 1 am größten, hier weicht die rekonstruierte Position um bis zu 10° von der simulierten Quellposition ab, wie in Abb. 26b zu erkennen ist. Schauer mit größeren Abweichungen als 10° werden nicht gespeichert und somit nicht in die Berechnung der rekonstruierten Quellposition mit einbezogen, da die Schauer sonst außerhalb des Gesichtsfeldes liegen müssten. Die gleiche Simulation wurde auch für Offsets einzelner MSTs bzw. SSTs mit ähnlichen Ergebnissen durchgeführt.



(a) Abweichungen der rekonstruierten Schauerrichtungen von der simulierten Quellposition in Ra- bzw. Dec-Richtung. Die rekonstruierte Quellposition liegt bei $\alpha = (-0,0312 \pm 0,0003)^\circ$ Abweichung in Ra- und $\delta = (0,0026 \pm 0,0004)^\circ$ Abweichung in Dec-Richtung.

(b) Abstand der rekonstruierten Ankunftsrichtung eines Schauers von der simulierten Quellrichtung in Abhängigkeit der Multiplizität seiner Detektion. Die Farbkodierung wurde logarithmisch gewählt. Abweichungen größer 2° kommen nur bei einzelnen Schauern vor, die mit kleinen Multiplizitäten entdeckt wurden.

Abbildung 26: Richtungsrekonstruktion bei Pointing-Offset eines einzelnen Teleskops um $0,5^\circ$ in negativer Alt-Richtung (hier LST 1), Simulation mit Standardeinstellungen (siehe Tab. 3). Die Farbkodierung steht für die Anzahl der innerhalb eines Bins detektierten Schauer.

4.1.3 Pointing-Offsets aller Teleskope eines Typs

Um die Einflüsse der verschiedenen Teleskop-Typen auf die Richtungsrekonstruktion besser zu sehen, wurden nun alle Teleskope eines bestimmten Typs mit einem Pointing-Offset durch Verschiebung des Nominal-Systems um $0,5^\circ$ in positiver x-Richtung versehen. Die Simulation wurde

jeweils mit den Standardparametern durchgeführt, die Ergebnisse der Richtungsrekonstruktion sind in Abb. 27 für einen Pointing-Offset aller LSTs, in Abb. 28 für einen Offset aller MSTs und in Abb. 29 für einen Offset aller SSTs zu sehen.

Abb. 27a zeigt die rekonstruierten Schauerrichtungen bei Verschiebung aller LSTs. Sie scheinen symmetrisch zur wahren Richtung verteilt, die Mittelwerte ergeben jedoch eine rekonstruierte Quellposition mit einer Abweichung von $\alpha = (-0,1444 \pm 0,0006)^\circ$ in Ra-Richtung und $\delta = (0,0480 \pm 0,0005)^\circ$ in Dec-Richtung. Beim Zoom in die Verteilung, der in Abb. 27b gezeigt ist, erkennt man die Tendenz der Verschiebung in negative Ra-Richtung deutlich. Außerdem ist bei einem Abstand von $0,5^\circ$ zur simulierten Quellposition eine Substruktur erkennbar, die der in Abb. 24b, bei Pointing-Offset aller Teleskope, entspricht. Sie kommt durch Schauerdetektionen zustande, bei denen ausschließlich LSTs beteiligt waren.

In Abb. 27c ist der Abstand der rekonstruierten Schauerrichtung von der simulierten Quellposition gegen die Multiplizität aufgetragen. Die maximale Abweichung steigt, wie schon zuvor festgestellt, mit sinkender Multiplizität an. Man erkennt eine Häufung bei einer Abweichung von $0,5^\circ$ bei Multiplizitäten von zwei, drei und vier (in rot). Sie kommt durch Schauer zustande, die ausschließlich von LSTs detektiert wurden. Dies ist vor allem bei Schauern mit niedrigen Energien der Fall. Die Energieabhängigkeit der Abweichung ist in Abb. 27d dargestellt. Man erkennt, dass sich mit einer Abweichung von $0,5^\circ$ rekonstruierte Schauer im von den LSTs dominierten Energiebereich um 16 GeV ($-1,8$ auf der logarithmischen Skala) häufen, wohingegen die meisten der richtig rekonstruierten Schauer in Energiebereichen liegen, in denen MSTs und SSTs dominant zur Rekonstruktion beitragen. Die Schauer mit den größten Abweichungen liegen genau zwischen den Energiebereichen.

Die Ergebnisse der Richtungsrekonstruktionen bei Offsets der MSTs und SSTs sehen ähnlich aus. Die rekonstruierte Quellrichtung für Offset aller MSTs lag bei einer Abweichung von $\alpha = -0,1526 \pm 0,0006^\circ$ in Ra- und $\delta = 0,0463 \pm 0,0007^\circ$ in Dec-Richtung, die für Offset aller SSTs bei einer Abweichung von $\alpha = -0,1696 \pm 0,0006^\circ$ in Ra- und $\delta = 0,0548 \pm 0,0005^\circ$ in Dec-Richtung.

In Abb. 28b ist die Abweichung der rekonstruierten Schauerrichtungen von der Simulierten Quellposition gegen die Energie für einen Offset der MSTs aufgetragen. Die ohne Abweichung rekonstruierten Schauer zeigen eine deutliche Häufung im Energiebereich der LSTs und eine kleinere im Bereich der SSTs. Da es weder einen ausschließlich von MSTs detektierbaren Energiebereich noch einen ausschließlich durch MSTs besetzten räumlichen Bereich im Array gibt, ist die Wahrscheinlichkeit sehr gering, dass an der Detektion eines Schauers nur Teleskope vom Typ MST beteiligt sind. Deswegen ist hier keine klare Struktur bei einem Abstand von $0,5^\circ$ zu sehen. Die Häufung der mit Abweichung rekonstruierten Schauer liegt jedoch genauso wie die mit dem größten Abstand rekonstruierten Schauer im mittleren Energiebereich.

In Abb. 29b ist die gleiche Auftragung für einen Offset der SSTs gezeigt. Durch ihre Position am Rand des Arrays gibt es viele Schauer, die ausschließlich von Teleskopen des Typs SST detektiert wurden, was sich in einer klaren Struktur bei einem Abstand von $0,5^\circ$ mit einer Häufung im Energiebereich der SSTs zeigt. Die meisten richtig rekonstruierten Schauer liegen zwischen den Energiebereichen der LSTs und der MSTs. Die rekonstruierten Schauer mit dem größten Abstand liegen in der Mitte dieser beiden Energiebereiche.

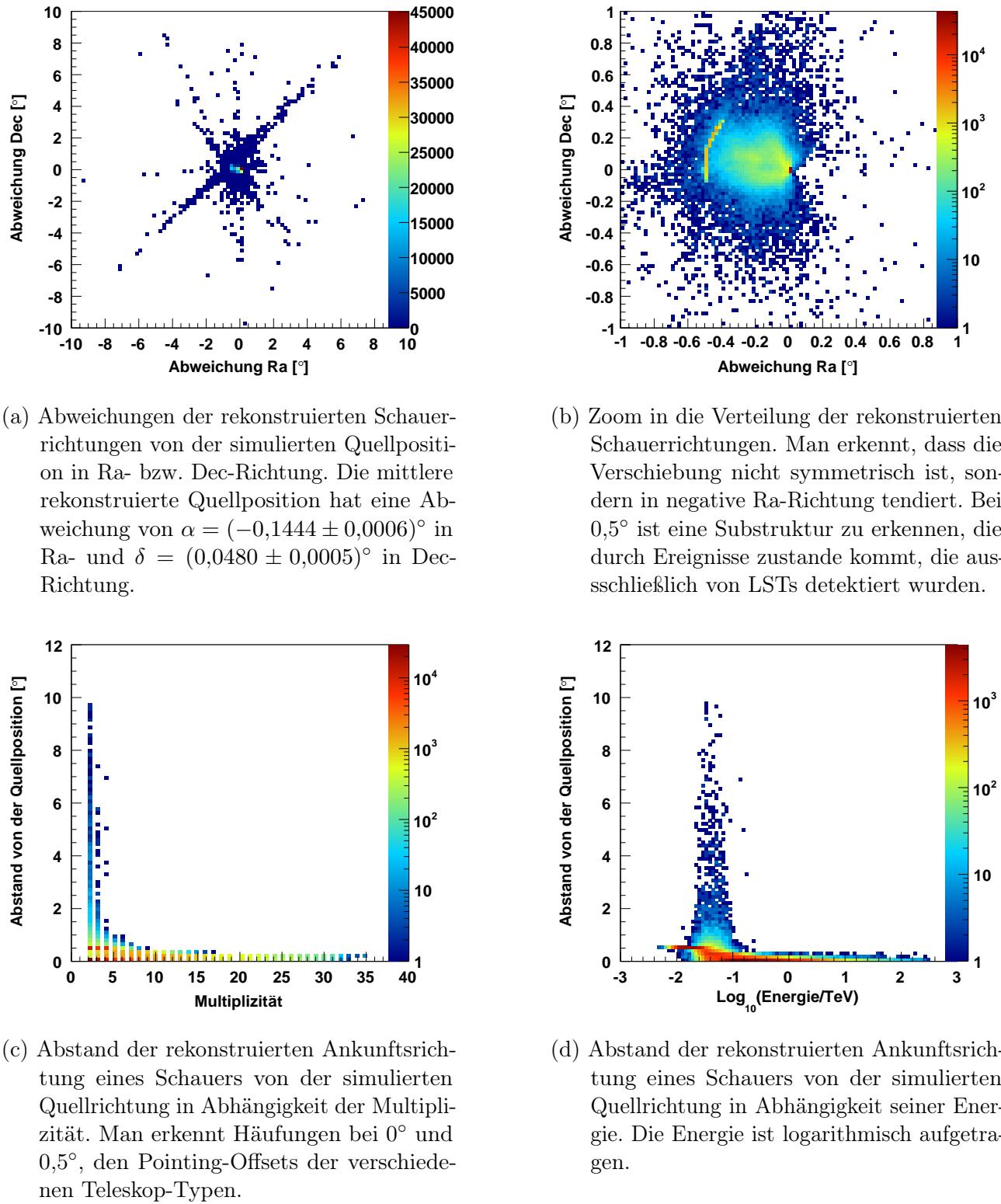
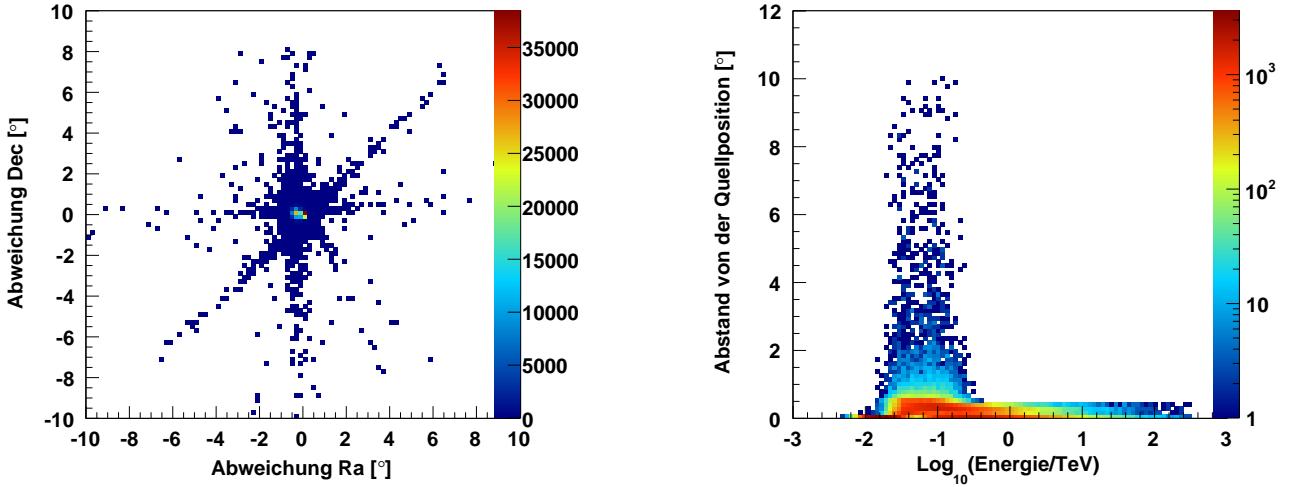


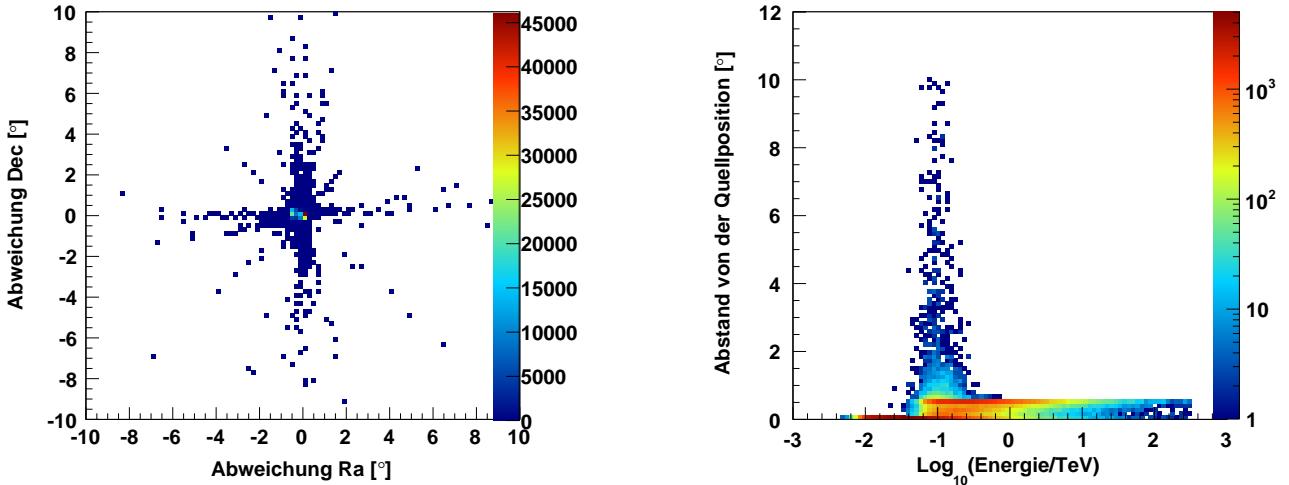
Abbildung 27: Richtungsrekonstruktion bei Pointing-Offset aller LSTs um $0,5^\circ$ in positiver x-Richtung, Simulation mit Standardeinstellungen (Tab. 3). Die Farbkodierung steht für die Anzahl der innerhalb eines Bins detektierten Schauer.



(a) Abweichungen der rekonstruierten Schauer-richtungen von der simulierten Quellpositi-on in Ra- bzw. Dec-Richtung. Die mittlere rekonstruierte Quellposition hat eine Ab-weichung von $\alpha = -0,1526 \pm 0,0006^\circ$ in Ra- und $\delta = 0,0463 \pm 0,0007^\circ$ in Dec-Richtung.

(b) Abstand der rekonstruierten Ankunftsrich-tung eines Schauers von der simulierten Quellrichtung in Abhängigkeit seiner Ener-gie. Die Energie ist logarithmisch aufgetra-gen.

Abbildung 28: Richtungsrekonstruktion bei Pointing-Offset aller MSTs um $0,5^\circ$ in positiver x-Richtung, Simulation mit Standardeinstellungen (Tab. 3). Die Farbkodierung steht für die Anzahl der innerhalb eines Bins detektierten Schauer.



(a) Abweichungen der rekonstruierten Schauer-richtungen von der simulierten Quellpositi-on in Ra- bzw. Dec-Richtung. Die mittlere rekonstruierte Quellposition hat eine Ab-weichung von $\alpha = -0,1696 \pm 0,0006^\circ$ in Ra- und $\delta = 0,0548 \pm 0,0005^\circ$ in Dec-Richtung.

(b) Abstand der rekonstruierten Ankunftsrich-tung eines Schauers von der simulierten Quellrichtung in Abhängigkeit seiner Ener-gie. Die Energie ist logarithmisch aufgetra-gen.

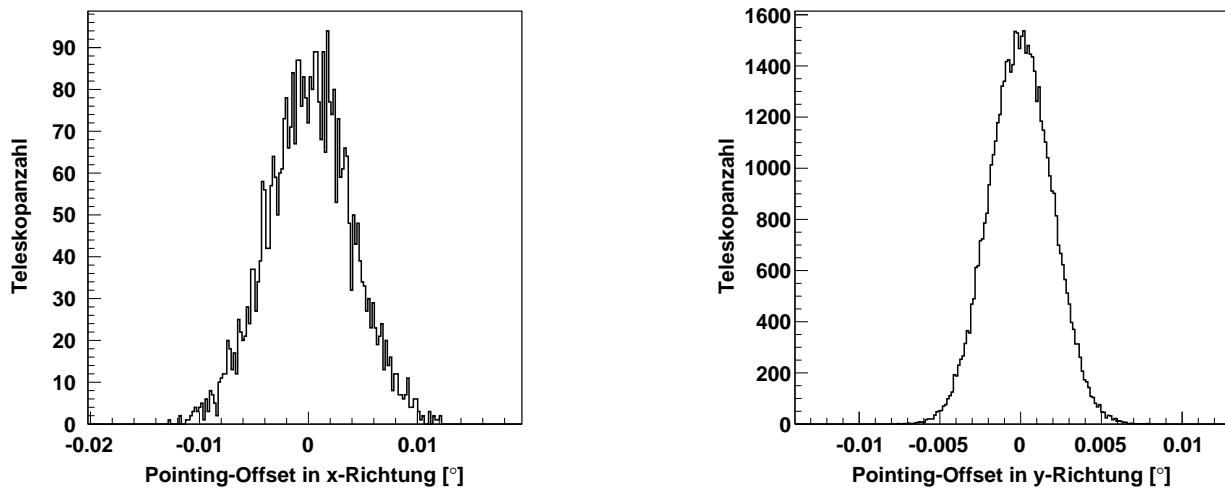
Abbildung 29: Richtungsrekonstruktion bei Pointing-Offset aller SSTs um $0,5^\circ$ in positiver x-Richtung, Simulation mit Standardeinstellungen (Tab. 3). Die Farbkodierung steht für die Anzahl der innerhalb eines Bins detektierten Schauer.

4.2 Zufällige Pointing-Offsets aller Teleskope

Bisher wurden nur grundlegende systematische Untersuchungen zu Pointing-Offsets durchgeführt. Um die Auswirkungen realer Pointing-Offsets zu quantifizieren, wurden zufällige Offsets aller Teleskope untersucht. Dazu wurde für jedes Teleskop ein Offset in x- und y-Richtung des Nominal-Systems aus einer Gaußverteilung mit Mittelwert $\mu = 0$ gewürfelt, deren Breite vom Teleskop-Typ abhängig war. Für MSTs sowie SSTs betrug sie $\sigma = 7''$, für LSTs $\sigma_{LST} = 2\sigma = 14''$. Diese Werte stimmen mit den im „Preliminary Technical Design Report“ für CTA geforderten Werten für die Pointing-Präzisionen nach der Kalibrierung überein. Im Folgenden wird im Bezug auf die Offset-Verteilungen nur von der Breite σ der SSTs und MSTs die Rede sein, damit ist automatisch impliziert, dass die Offsets für Teleskope vom Typ LST aus einer Verteilung mit der doppelten Breite 2σ gewürfelt werden.

Um allgemeine Aussagen zu treffen, wurde die Simulation für einen gegebenen Parametersatz 1000 Mal mit verschiedenen gewürfelten Pointing-Offsets wiederholt. Während eines Simulationsdurchlaufs blieben die Pointing-Offsets der Teleskope konstant. Damit die Rechenzeit für die 1000 Simulationsdurchläufe nicht zu sehr steigt, wurde die in einem Durchlauf simulierte Anzahl an Schauern pro Wobble-Offset von 1 000 000 auf 10 000 reduziert, was immer noch eine gute Statistik in den einzelnen Durchläufen gewährleistet. Die Pointing-Offsets aller Teleskope aus 1000 Simulationsdurchläufen sind in Abb. 30 gezeigt.

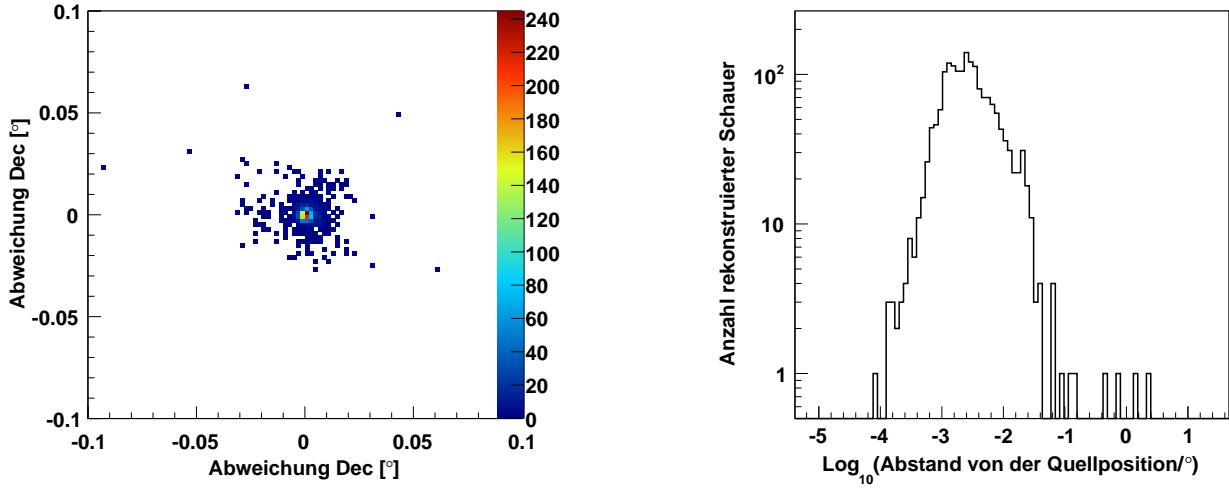
Ein einzelner Simulationsdurchlauf mit zufälligen Offsets ist exemplarisch in Abb. 31 gezeigt. Die rekonstruierte Quellposition stimmt im Allgemeinen gut mit der simulierten Quellposition überein, da sich die Pointing-Offsets in die verschiedenen Richtungen im Mittel gegenseitig aufheben, so auch in Abb. 31a. Die falsch rekonstruierten Schauer sind symmetrisch um die



(a) Verteilung der Pointing-Offsets aller LSTs in x-Richtung.

(b) Verteilung der Pointing-Offsets aller MSTs und SSTs in y-Richtung.

Abbildung 30: Pointing-Offsets aller Teleskope aus 1000 Simulationsdurchläufen. Links sind die Pointing-Offsets der insgesamt 4000 simulierten LSTs gezeigt, rechts die der 55 000 simulierten MSTs und SSTs. Die Verteilungen bilden die Gaußverteilungen ab, aus denen die Offsets gewürfelt wurden. Dabei wurde für die LSTs eine Gaußverteilung um $\mu = 0$ mit Breite $\sigma = 14'' \approx 0,004^\circ$ und für die MSTs und SSTs eine Gaußverteilung um $\mu = 0$ mit Breite $\sigma = 7'' \approx 0,002^\circ$ benutzt. Da die gleiche Verteilung für Offsets in x- und y-Richtung benutzt wurde, wird hier exemplarisch jeweils nur eine Richtung gezeigt.



(a) Abweichungen der rekonstruierten Schauerrichtungen von der simulierten Quellposition in Ra- bzw. Dec-Richtung. Die mittlere rekonstruierte Quellposition weicht um $\alpha = (-0,36 \pm 1,8)''$ in Ra- und $\delta = (-2,52 \pm 1,8)''$ in Dec-Richtung ab. Die Farbkodierung steht für die Anzahl der im jeweiligen Bin detektierten Schauer.

(b) Abstand der rekonstruierten Schauerrichtungen von der simulierten Quellposition. Die Achsen sind logarithmisch gewählt, damit auch einzelne Events sichtbar sind.

Abbildung 31: Einzelter Simulationsdurchlauf mit zufälligen Offsets, durchgeführt mit den Standardeinstellungen (siehe Tab. 3). Es wurden 10 000 Schauer simuliert, insgesamt wurden 1721 Schauer detektiert. Die Offsets der Teleskope sind aus Gaußverteilungen um Null mit Breite $14'' \approx 0,004^\circ$ (LSTs) bzw. $7'' \approx 0,002^\circ$ (MSTs und SSTs) gewürfelt. Links sind die Abweichungen der rekonstruierten Schauerrichtungen in Ra- und Dec-Richtung gezeigt, rechts ihr Abstand von der simulierten Quellposition.

Quellposition verteilt. In Abb. 31b ist zu erkennen, dass die meisten Schauer mit einem Abstand von unter $0,01^\circ$ rekonstruiert werden. Abstände über $0,1^\circ$ kommen nur noch bei einzelnen Schauern vor. Der häufigste Abstand von der Quellposition liegt im Bereich $0,003^\circ$. Eigentlich müsste die Anzahl der Schauer noch durch $2\pi \cdot r \cdot dr$ dividiert werden, da die durch den Abstand r festgelegte Kreisfläche mit steigendem r quadratisch wächst, worauf zugunsten der logarithmischen Darstellung verzichtet wurde. Dies erklärt die scheinbare Zunahme an Schauer bis 10^{-3}° , hierbei handelt es sich nur um einen Projektionseffekt.

Auf diese Weise werden 1000 Simulationsdurchläufe mit verschiedenen gewürfelten Pointing-Offsets durchgeführt, die rekonstruierten Quellpositionen der einzelnen Simulationen werden in ein Histogramm eingetragen, wie in Abb. 32a gezeigt. Aus dieser Verteilung lässt sich gut ableiten, welche Einflüsse zufällige Pointing-Offsets bei bestimmten Simulationsparametern auf die rekonstruierte Quellposition haben. Der Mittelwert aller Schauerrichtungen aus einem Simulationsdurchlauf wird als „rekonstruierte Quellposition“ bezeichnet, der Mittelwert aller rekonstruierten Quellpositionen aus mehreren Simulationsdurchläufen als „mittlere rekonstruierte Quellposition“.

Als Qualitätsmerkmal der Richtungsrekonstruktion wurden zwei Parameter gewählt, zum einen die Abweichung der mittleren rekonstruierten Quellposition von der simulierten Quellposition, r_{shift} ; zum anderen der 68%-Radius, r_{68} , der den Radius des Kreises um die mittlere rekonstruierte

Quellposition angibt, in dem 68% aller rekonstruierten Quellpositionen liegen. Er ist somit ein Maß für die Breite der Verteilung. Damit werden verschiedene systematische Fehler beschrieben.

- Der r_{68} ist der typische systematische Fehler, der durch eine einzelne Beobachtung auftritt, bei der die Offsets und Rotationen zufällig verteilt sind. Er ist symmetrisch bezüglich der rekonstruierten Quellposition.
- Der r_{shift} ist wichtig, wenn die Offsets aller Teleskope systematisch in die selbe Richtung zeigen und gibt dann einen systematischen Bias an, also eine Abweichung in Vorzugsrichtung.

Anhand dieser beiden Güteparameter können Richtungsrekonstruktionen mit verschiedenen Pointing-Fehlern verglichen werden.

In Abb. 32a wurde der 68%-Radius r_{68} in rot eingezeichnet. Der Fehler auf r_{68} kann über die Größe eines Bins grob abgeschätzt werden, diese liegt in den gezeigten Abbildungen zwischen $0,6''$ und $1''$. In Abb. 32b ist die Abweichung der mittleren rekonstruierten Quellposition von der simulierten Quellposition in Ra- und Dec-Richtung gezeigt. Daraus lässt sich der Abstand zur simulierten Quellposition r_{shift} berechnen. Der Fehler auf r_{shift} wird aus den Fehlern der Abweichungen in Ra- und Dec-Richtung berechnet. Diese werden über die jeweilige Breite der Verteilung der rekonstruierten Quellpositionen berechnet, ergeben sich also zu $\Delta r_{\text{shift}} = \frac{\text{Breite}}{\sqrt{1000}}$. In Abb. 32c ist die Verteilung der Abweichungen in Ra-Richtung gezeigt. Sie folgt einer Gaußverteilung um Null. Die Verteilung der Abweichungen in Dec-Richtung sieht analog aus. Die Kombination dieser beiden Verteilungen ergibt die Verteilung des Abstands von der simulierten Quellposition, die in Abb. 32d gezeigt ist. Sie folgt einer Rayleighverteilung.

4.2.1 Einfluss der Pointing-Offset-Verteilung

Als nächstes wurden die Verteilungen, nach denen die Pointing-Offsets gewürfelt wurden, verändert. Als Ausgangspunkt wird, wie bereits beschrieben, eine Gaußverteilung um $\mu = 0$ mit Breite $\sigma = 7''$ verwendet, um die Pointing-Offsets der Teleskope zu würfeln. Nun soll zum einen die Breite der Offset-Verteilung und zum anderen der Mittelpunkt der Verteilung variiert werden und die Einflüsse auf die Richtungsrekonstruktion quantifiziert werden. Eine Vergrößerung der Breite der Offset-Verteilung simuliert eine allgemein niedrigere Pointing-Präzision und sollte den 68%-Radius r_{68} beeinflussen. Durch Verschiebung des Mittelpunkts der Offset-Verteilung aller Teleskope in die gleiche Richtung wird ein systematischer Pointing-Fehler simuliert, beispielsweise das Durchhängen der Struktur aller Teleskope nach unten. Dies sollte die mittlere rekonstruierte Quellposition und damit die Größe r_{shift} beeinflussen.

Variation der Breite der Offset-Verteilung

Zuerst wurde die Breite der zugrunde liegenden Gaußverteilung geändert, aus der die Offsets gewürfelt werden. In Abb. 33 sind die rekonstruierten Quellpositionen für eine Breite von $\sigma = 3,5''$ sowie von $\sigma = 14''$ dargestellt. Vergleicht man Abb. 33a und Abb. 33c, erkennt man, dass der 68%-Radius mit steigender Breite zunimmt. Das spiegelt sich auch im Fehler der mittleren rekonstruierten Quellposition in Abb. 33b bzw. Abb. 33d wider. Die mittlere rekonstruierte Quellposition ändert sich durch die Variation der Breite der Verteilung nicht wesentlich, sie liegt im Rahmen der jeweiligen Fehlergrenzen sehr nahe bei der simulierten Quellposition.

In Abb. 34 sind die ermittelten 68%-Radien r_{68} und Abstände r_{shift} gegen die Breite σ der zugrundeliegenden Gaußverteilung aufgetragen. Die getesteten Werte für σ sind $3,5'', 7'', 10,5''$ und $14''$. Man erkennt einen linearen Zusammenhang für r_{68} . Eine Verteilung mit der Breite $\sigma = 0''$ würde in Teleskopen ohne Pointing-Fehler resultieren, sodass alle rekonstruierten Quellpositionen mit der simulierten übereinstimmen würden. Damit würde der 68%-Radius gegen Null gehen. Deswegen wurden die Punkte mit einer Ursprungsgerade gefittet, es ergab

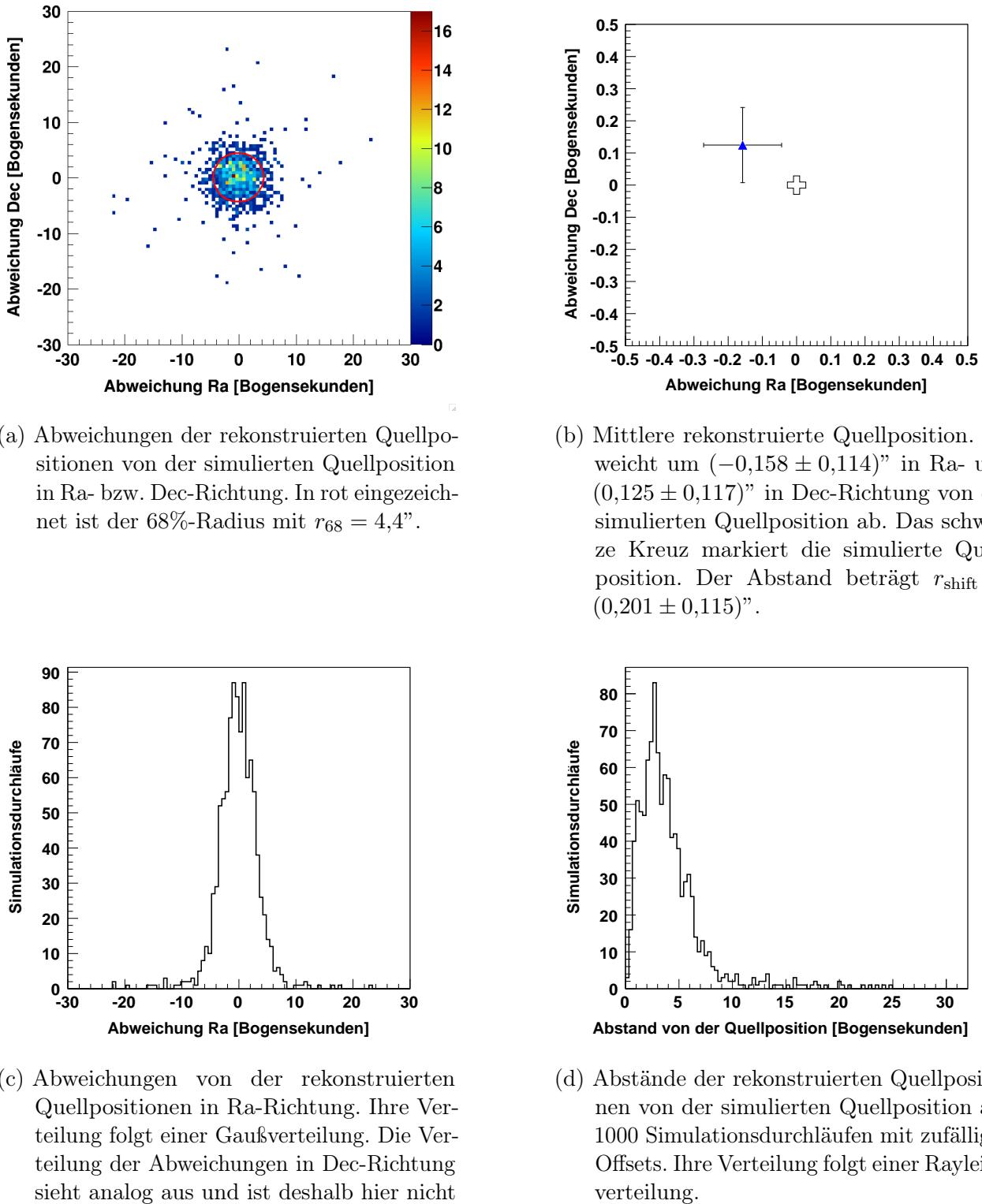


Abbildung 32: Rekonstruierte Quellpositionen aus 1000 Simulationsdurchläufen, die mit den in Tab. 3 angegebenen Standardparametern durchgeführt wurden. Die Offsets der Teleskope sind aus Gaußverteilungen um Null mit Breite $14'' \approx 0,004^\circ$ (LSTs) bzw. $7'' \approx 0,002^\circ$ (MSTs und SSTs) gewürfelt.

sich eine Steigung von $m = 0,61$. Der Abstand der mittleren rekonstruierten Quellposition von der simulierten Quellposition bleibt im Rahmen der Fehler konstant bei $r_{\text{shift}} = 0,19''$. Da die zufälligen Offsets in alle Richtungen sich im Mittel gegenseitig aufheben müssten, erwartet man einen Abstand von $r_{\text{shift}} \approx 0''$. Allerdings beeinflussen einzelne Simulationsdurchläufe mit Abständen der rekonstruierten Quellposition von $25''$ und mehr die mittlere rekonstruierte Quellposition bei nur 1000 Simulationsdurchläufen noch relativ stark. Dazu kommt außerdem ein Problem statistischer Natur: Bei r_{shift} handelt es sich um einen Parameter, der per Definition größer Null ist, so dass bei steigenden Unsicherheiten auf $r_{\text{shift}} \approx 0''$ die Werte nur nach oben abweichen können, weswegen ein konstanter Fit immer einen Wert größer Null zur Folge hat. Trotzdem bleiben alle im Folgenden bei Offsets um Null für r_{shift} gefundenen Werte im Bereich $0''$ - $0,4''$.

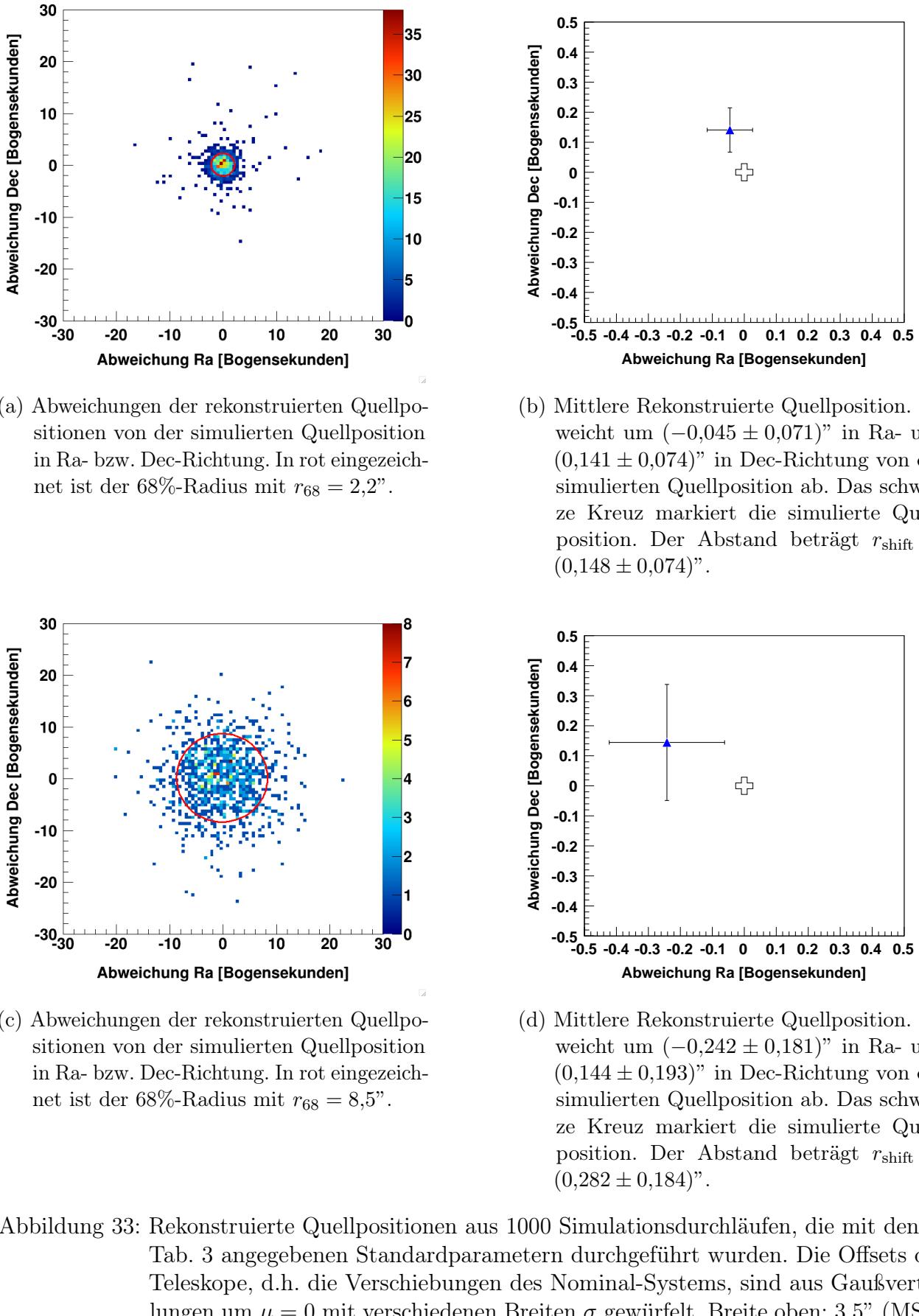


Abbildung 33: Rekonstruierte Quellpositionen aus 1000 Simulationsdurchläufen, die mit den in Tab. 3 angegebenen Standardparametern durchgeführt wurden. Die Offsets der Teleskope, d.h. die Verschiebungen des Nominal-Systems, sind aus Gaußverteilungen um $\mu = 0$ mit verschiedenen Breiten σ gewürfelt. Breite oben: $3,5''$ (MSTs und SSTs) bzw. $7''$ (LSTs). Breite unten: $14''$ (MSTs und SSTs) bzw. $28''$ (LSTs).

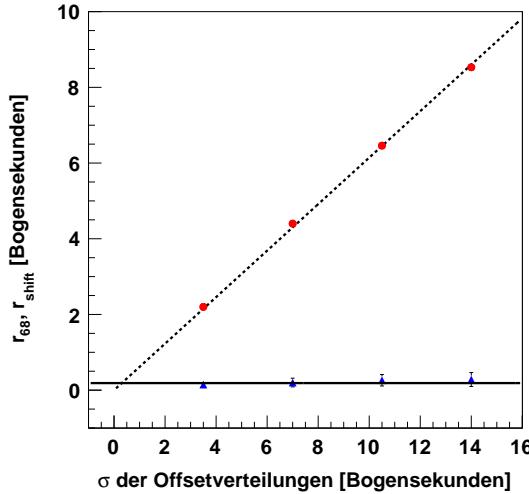


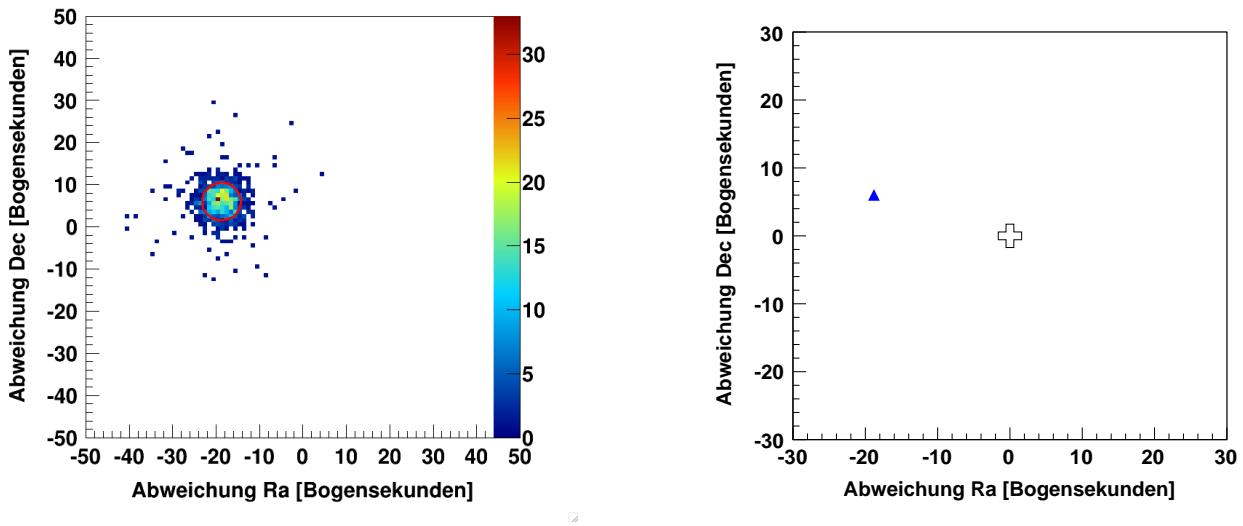
Abbildung 34: 68%-Radius r_{68} der in 1000 Simulationsdurchläufen ermittelten Quellpositionen und Abstand r_{shift} der mittleren rekonstruierten Quellposition von der simulierten Quellposition in Abhängigkeit der Breite σ der Gaußverteilung, aus der die Pointing-Offsets der verwendeten Teleskope gewürfelt wurden. Die Offsets der LSTs wurden dabei immer aus einer Gaußverteilung der doppelten Breite 2σ gewürfelt. Die roten Kreise stehen für r_{68} , die blauen Dreiecke für r_{shift} . Der Verlauf von r_{68} wurde mit Ursprungsgeraden gefittet, die Steigung ergab sich zu $m = 0,61$, sie ist gestrichelt eingezeichnet. r_{shift} wurde mit einer Konstanten bei $r_{shift} = (0,19 \pm 0,06)$ gefittet, sie ist als durchgezogene Linie gezeigt.

Variation des Mittelpunkts der Offset-Verteilung

Nun wurde die dem Offset in x-Richtung zugrunde liegende Gaußverteilung in positiver x-Richtung verschoben, d.h. ihr Mittelwert μ_x erhöht, was zusätzlich zu den zufälligen Offsets in alle Richtungen ein Durchhängen der Strukturen aller Teleskope nach unten simuliert. Bei diesem globalen Offset wurden keine Teleskop-Typ-spezifischen Unterschiede angenommen. Der Mittelwert der Offsets in y-Richtung beträgt weiterhin $\mu_y = 0$. Die Breite der Gaußverteilung wurde auf $\sigma = 7''$ festgesetzt. Die Verteilung der rekonstruierten Quellpositionen bei einem Mittelwert der Offset-Verteilung in x-Richtung von $\mu_x = 20''$ ist exemplarisch in Abb. 35a gezeigt. Man erkennt eine Verschiebung der Verteilung vor allem in negativer Ra-Richtung, sowie in positiver Dec-Richtung. Dies stimmt mit den allgemeinen Untersuchungen zu Pointing-Offsets aller Teleskope in positiver x-Richtung überein. Der Abstand der mittleren rekonstruierten Quellpositionen von der simulierten Quellposition wird dadurch deutlich größer, wie in Abb. 35b zu sehen ist.

In Abb. 36 sind die Parameter r_{shift} und r_{68} gegen die Mittelwerte μ_x der Offset-Verteilung in x-Richtung aufgetragen. Mit steigendem Offset wächst auch r_{shift} in gleichem Maß, der gestrichelt eingezeichnete Fit mit einer Ursprungsgeraden ergab eine Steigung von $m = 0,98$.

Der 68%-Radius bleibt dagegen wie erwartet konstant, der Fit ergibt $r_{68} = 4,3''$. Dies stimmt mit dem in Abb. 34 für $\sigma = 7''$ gezeigten Punkt überein.



- (a) Abweichungen der rekonstruierten Quellpositionen von der simulierten Quellposition in Ra- bzw. Dec-Richtung. In rot eingezeichnet ist der 68%-Radius mit $r_{68} = 4,5''$.
- (b) Mittlere Rekonstruierte Quellposition. Sie weicht um $(-18,81 \pm 0,11)''$ in Ra- und $(6,03 \pm 0,12)''$ in Dec-Richtung von der simulierten Quellposition ab. Das schwarze Kreuz markiert die simulierte Quellposition. Der Abstand beträgt $r_{\text{shift}} = (19,75 \pm 0,11)''$.

Abbildung 35: Rekonstruierte Quellpositionen aus 1000 Simulationsdurchläufen, die mit den in Tab. 3 angegebenen Standardparametern durchgeführt wurden. Die Offsets der Teleskope sind aus Gaußverteilungen mit Breite $14'' \approx 0,004^\circ$ (LSTs) bzw. $7'' \approx 0,002^\circ$ (MSTs und SSTs) gewürfelt. Die Gaußverteilung für den Offset in y-Richtung hat den Mittelwert $\mu_y = 0''$, die für den Offset in x-Richtung $\mu_x = 20'' \approx 0,0056^\circ$.

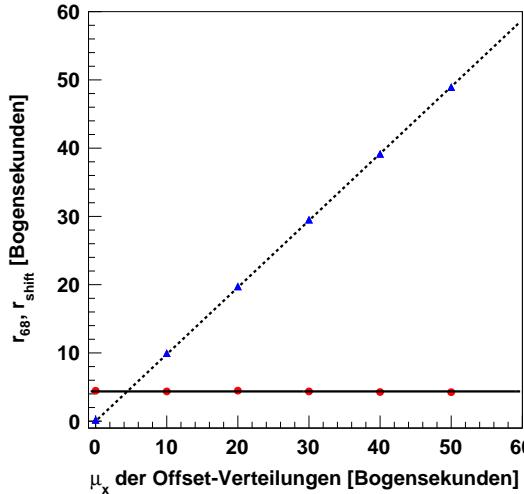


Abbildung 36: Güteparameter der Richtungsrekonstruktion bei verschiedenen Mittelwerten der Offset-Verteilungen μ_x . Die roten Kreise stehen für r_{68} , die blauen Dreiecke für r_{shift} . Die gestrichelte Ursprungsgerade, die an die r_{shift} gefittet wurde, hat eine Steigung von $m = 0,98 \pm 0,002$. Die durchgezogene Linie ist eine gefittete Konstante bei $r_{68} = 4,36''$. Jeder Datenpunkt ergibt sich aus einem Histogramm wie dem in Abb. 35 gezeigten, bestehend aus 1000 Simulationsdurchläufen, die mit den in Tab. 3 angegebenen Standardparametern durchgeführt wurden.

4.2.2 Variation des Spektralindex der Quelle

Alle bisherigen Simulationen wurden bei einem Spektralindex der simulierten Quelle von $\gamma = 2$ durchgeführt. Nun wurde dieser bis zu einem Index von $\gamma = 3,5$ erhöht, um die Auswirkungen auf die Richtungsrekonstruktion zu untersuchen. Durch den Spektralindex wird die Anzahl an detektierten Schauern beeinflusst, was sich auf die Statistik der rekonstruierten Quellpositionen der einzelnen Simulationsdurchläufe auswirkt. Je höher der Quellindex, desto weniger hochenergetische Schauer gehen von der Quelle aus. Da hochenergetische Schauer jedoch im Schnitt mit höherer Multiplizität detektiert werden und somit entscheidend zu einer guten Richtungsrekonstruktion beitragen, wird diese bei einem höheren Spektralindex ungenauer. Gleichzeitig reicht für die niedrigerenergetischen Schauer bei hohen Quellindizes γ irgendwann die nötige Detektionsfläche nicht mehr aus, so dass die Anzahl der detektierten Schauer sinkt, was die Richtungsrekonstruktion zusätzlich verschlechtert. Der durchschnittliche Anteil der insgesamt detektierten Schauer in Abhängigkeit des Quellindex γ ist in Abb. 37 gezeigt. Es zeigt sich ein Potenzgesetz, bei einem Index von $\gamma = 3,5$ werden im Schnitt pro Simulationsdurchlauf nur noch 200 der 40 000 simulierten Schauer detektiert.

In Abb. 38 sind die Güteparameter der Richtungsrekonstruktion gezeigt. Der Abstand der im Mittel rekonstruierten Quellposition r_{shift} steigt bei höheren Indizes leicht an, die Steigung der gefitteten Geraden beträgt $m = 0,23$. Eigentlich würde man erwarten, dass r_{shift} konstant bleibt, da die Verteilungen der rekonstruierten Quellpositionen in Ra- und Dec-Richtung zwar breiter werden, die mittlere rekonstruierte Quellposition sich jedoch nicht verschieben dürfte. Allerdings handelt es sich bei r_{shift} um einen Parameter, der per Definition größer Null ist, so dass steigende Unsicherheiten auf r_{shift} statistisch zu leicht steigenden Werten führen. Die Steigung von $m = 0,23$ ist also nur eine obere Grenze. Dass die Fehler auf r_{shift} größer werden, liegt an der geringeren Anzahl detekтирter Schauer pro rekonstruiertem Quellposition, was zu einer Aufweitung der Verteilung rekonstruierter Quellpositionen führt.

Diese Abnahme an Genauigkeit in der Richtungsrekonstruktion sieht man noch besser am

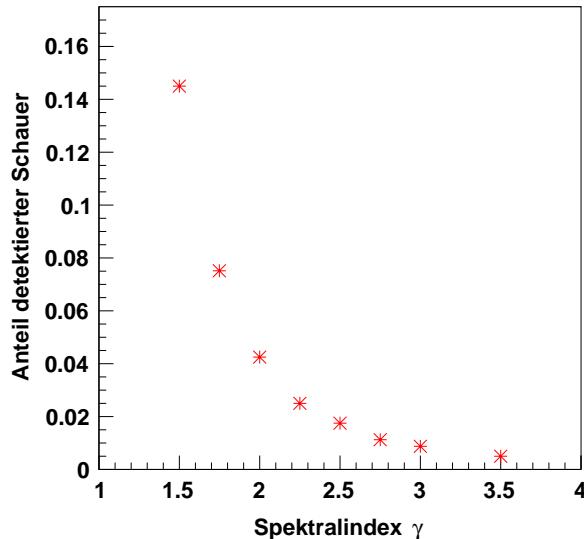


Abbildung 37: Durchschnittlicher Anteil detektierter Schauer in Abhängigkeit des Quellindex γ der simulierten Quelle, bei 40 000 simulierten Schauern bestimmt.

68%-Radius r_{68} , der mit steigendem Quellindex stark zunimmt. Die gestrichelt eingezeichnete Fit-Gerade hat eine Steigung von 4,35. Der Verlauf scheint nicht wirkliche linear zu sein, da vor allem der letzte, im Fit nicht berücksichtigte Punkt deutlich unterhalb der gestrichelten Geraden liegt. Die meisten Gamma-Quellen liegen jedoch bei einem niedrigeren spektralen Index, in diesem Bereich beschreibt die lineare Näherung den Verlauf sehr gut.

Es wäre noch interessant zu sehen, wie sich die beiden Größen r_{shift} und r_{68} bei Veränderung des spektralen Index ohne den Einfluss der sinkenden Anzahl detektierter Schauer verhalten würden. Die geringere Anzahl an detektierten Schauern beeinflusst die Richtungsrekonstruktion zusätzlich, wobei schwer zu quantifizieren ist, wie stark dieser Einfluss im Vergleich zum Einfluss der durch den Index umverteilten Energien der tatsächlich detektierten Schauer ist. Dazu müsste die Simulation so modifiziert werden, dass sie statt einer festen Anzahl an Schauern immer weiter Schauer simuliert, bis eine feste Anzahl an detektierten Schauern erreicht ist. Dies würde allerdings zu längeren Beobachtungszeiten und damit zu anderen Quellpositionen führen, die die Rekonstruktion ihrerseits beeinflussen würden. Eine einfache Alternative wäre die Anpassung der Anzahl der simulierten Schauer mit Hilfe der in Abb. 37 gezeigten ermittelten Anteile detektierter Schauer bei verschiedenen spektralen Indizes.

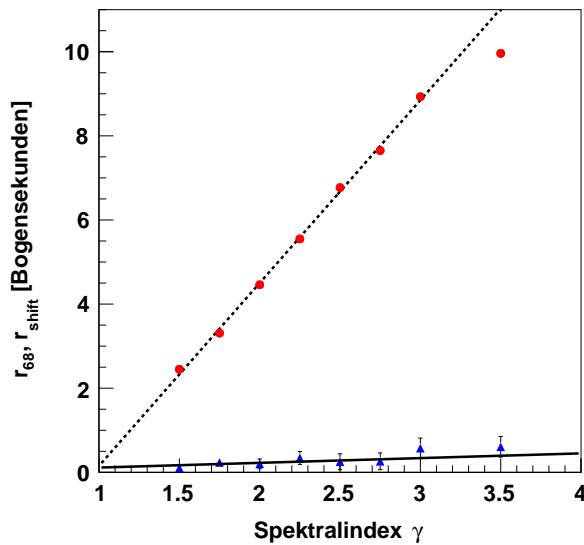


Abbildung 38: Güteparameter der Richtungsrekonstruktion mit zufälligen Pointing-Offsets bei verschiedenen Spektralindizes γ . Die roten Kreise stehen für r_{68} , die blauen Dreiecke für r_{shift} . Die Datenpunkte von r_{68} wurden bis auf den letzten durch die gestrichelt eingezeichnete Gerade der Form $y = m \cdot x + t$ gefittet. Die Parameter ergaben sich zu $m = 4,35''$ und $t = -4,19''$. r_{shift} wurde ebenfalls durch eine Gerade gefittet, diese ist durchgezogen eingezeichnet. Hier ergaben sich die Parameter zu $m = (0,23 \pm 0,08)''$ und $t = (-0,22 \pm 0,15)''$. Jeder Datenpunkt ergibt sich aus einem Histogramm wie dem in Abb. 35 gezeigten, bestehend aus 1000 Simulationsdurchläufen, die bis auf den Spektralindex mit den in Tab. 3 angegebenen Standardparametern durchgeführt wurden. Die Offsets der Teleskope sind aus Gaußverteilungen um Null mit Breite 14'' (LSTs) bzw. 7'' (MSTs und SSTs) gewürfelt.

4.3 Rotationen der Teleskop-Kameras

Im nächsten Schritt sollen zusätzlich die Auswirkungen von Rotationen der Teleskop-Kameras durch Verdrehung des Nominal-Systems untersucht werden. Selbst ohne zusätzliche Pointing-Offsets würden diese sich auf die Rekonstruktion der einzelnen Schauer auswirken, da die Wobble-Offsets die Schnittpunkte der Schauerachsen verschieben, was in Verbindung mit einer Rotation zu falsch rekonstruierten Richtungen führt. Im Extremfall einer Rotation von 180° würden die Wobble-Offsets dadurch eine Verschiebung der rekonstruierten Schauerrichtungen um ihren doppelten Betrag bewirken, wie in Abb. 39 gezeigt. Bei realistischeren Rotationen von $1-2^\circ$ sind die Auswirkungen allerdings gering. Außerdem wird die über alle Wobble-Offsets gemittelte rekonstruierte Quellposition nicht verschoben, da die Wobble-Offsets symmetrisch gewählt sind.

Beim Beobachten mit Pointing-Offsets verschlechtern Rotationen der Kamera die Rekonstruktion zusätzlich, was im Folgenden quantifiziert werden soll.

4.3.1 Rotationen aller Kameras in die gleiche Richtung

Um das Zusammenspiel von Kamera-Rotationen und Pointing-Offsets zu untersuchen, wurden zunächst die Kameras aller Teleskope in die gleiche Richtung rotiert und zusätzlich alle Teleskope mit einem zufälligen Pointing-Offset ausgestattet. In Abb. 40 sind die Güteparameter r_{68} und r_{shift} in Abhängigkeit der Kamera-Rotation bei zwei verschiedenen zufälligen Offsetverteilungen aufgetragen. Links sind die Pointing-Offsets aus Gaußverteilungen um $\mu = 0''$ mit Breite $\sigma = 7''$ (MSTs und SSTs) bzw. $14''$ (LSTs), rechts aus Gaußverteilungen um $\mu = 0$ mit der doppelten Breite ($14''$ für MSTs und SSTs, $28''$ für LSTs) gewürfelt. Die getesteten Werte für Rotationen waren $0^\circ, 1^\circ, 2,5^\circ, 5^\circ, 7,5^\circ$ und 10° im Nominal-System. Man erkennt in beiden Abbildungen, dass der Abstand der mittleren rekonstruierten Quellposition zur simulierten Quellposition im Rahmen der Fehler konstant bleibt, wenn auch nicht genau bei $0''$. Er wurde jeweils mit einer Konstanten gefüllt, die $r_{\text{shift}} = 0,19''$ (links) bzw. $r_{\text{shift}} = 0,29''$ (rechts) ergab. Dies stimmt mit den Werten aus den Rekonstruktionen ohne Kamera-Rotation in Abb. 34 überein. Die Rotation

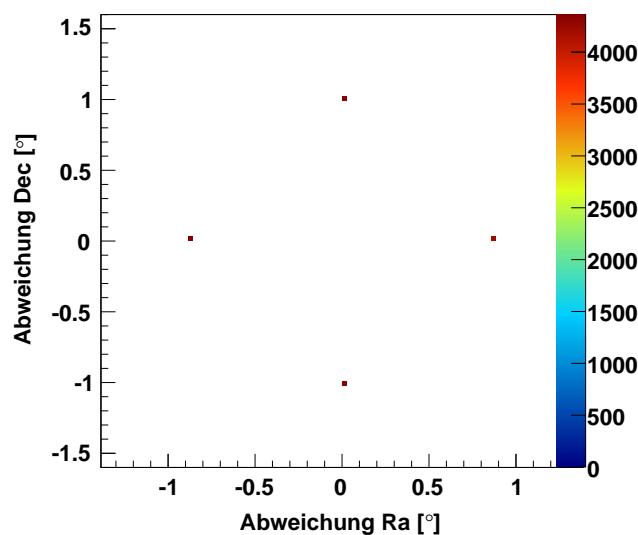
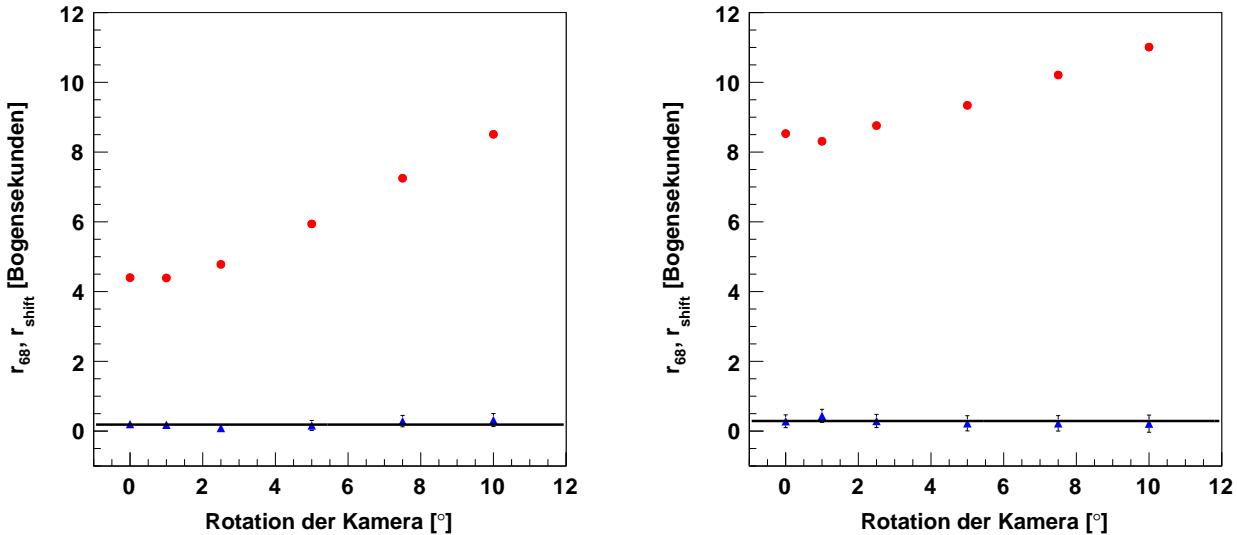


Abbildung 39: Abweichungen der rekonstruierten Schauerrichtungen aus einem Simulationsdurchlauf bei Rotation aller Kameras um 180° , Simulation mit Standardparametern (siehe Tab. 3). Die Wobble-Offsets werden aufgrund der Rotation verdoppelt statt entfernt.



(a) Feste Rotationen mit zufälligen Pointing-Offsets. Diese wurden aus einer Gaußverteilung um $\mu = 0''$ mit Breite $\sigma = 7''$ (MSTs und SSTs) bzw. $14''$ (LSTs) gewürfelt. Die schwarze Linie ist ein konstanter Fit bei $r_{shift} = (0,19 \pm 0,06)''$.

(b) Feste Rotationen mit zufälligen Pointing-Offsets. Diese wurden aus einer Gaußverteilung um $\mu = 0''$ mit Breite $\sigma = 14''$ (MSTs und SSTs) bzw. $28''$ (LSTs) gewürfelt. Die schwarze Linie ist ein konstanter Fit bei $r_{shift} = (0,29 \pm 0,08)''$.

Abbildung 40: Güteparameter r_{68} und r_{shift} in Abhängigkeit der Kamera-Rotation. r_{68} ist durch rote Kreise, r_{shift} durch blaue Dreiecke dargestellt. Die Rotationen wurden für die Kameras aller Teleskope gleich eingestellt, außerdem wurden zufällige Pointing-Offsets simuliert. Die Simulationen wurden mit Standardparametern durchgeführt (siehe Tab. 3).

aller Kameras um den gleichen Winkel hat also keinen Einfluss auf die mittlere rekonstruierte Quellposition.

Der 68%-Radius steigt dagegen mit zunehmendem Rotationswinkel an. Vergleicht man Abb. 40a und Abb. 40b, drängt sich der Eindruck auf, dass der Einfluss der Kamera-Rotation abhängig von den Pointing-Offsets ist. Bei kleinen Offsets fällt die Rotation scheinbar stärker ins Gewicht. Die Größe des r_{68} ändert sich im untersuchten Bereich bei kleinen Offsets um $5''$, bei größeren Offsets um weniger als $3''$. Um diesen Zusammenhang detailliert zu verstehen, sind weitere Simulationen nötig. Die untersuchten Rotationen sind mit bis zu 10° allerdings sehr groß gewählt, realistischere Rotationen von unter 2° verändern den 68%-Radius um weniger als eine Bogensekunde. Eine gemeinsame Rotation aller Teleskop-Kameras hat insgesamt vernachlässigbare Auswirkungen auf die gesamte Richtungsrekonstruktion.

4.3.2 Zufällige Rotationen aller Teleskop-Kameras

Im nächsten Schritt wurden auch die Kamera-Rotationen der einzelnen Teleskope zufällig gewürfelt. Auch hier wurden Gaußverteilungen um $\mu_{rot} = 0^\circ$ angenommen. In Abb. 41 sind die in 1000 Durchläufen verwendeten Rotationen bei einer Breite der vorgegebenen Gaußverteilung von $\sigma_{rot} = 2^\circ$ gezeigt.

Zunächst sollte der Einfluss der Breite der verwendeten Verteilung auf die Richtungsrekonstruktion untersucht werden. Dazu wurden bei verschiedenen Breiten der Rotationsverteilung je 1000 Simulationsdurchläufe durchgeführt, die getesteten Werte waren $\sigma_{rot} = 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ$

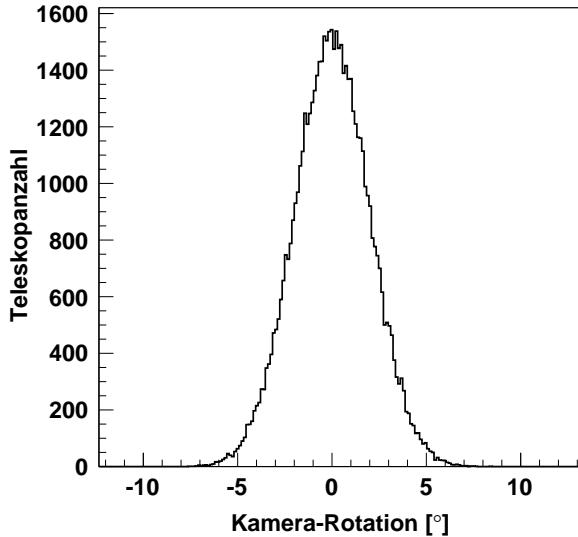


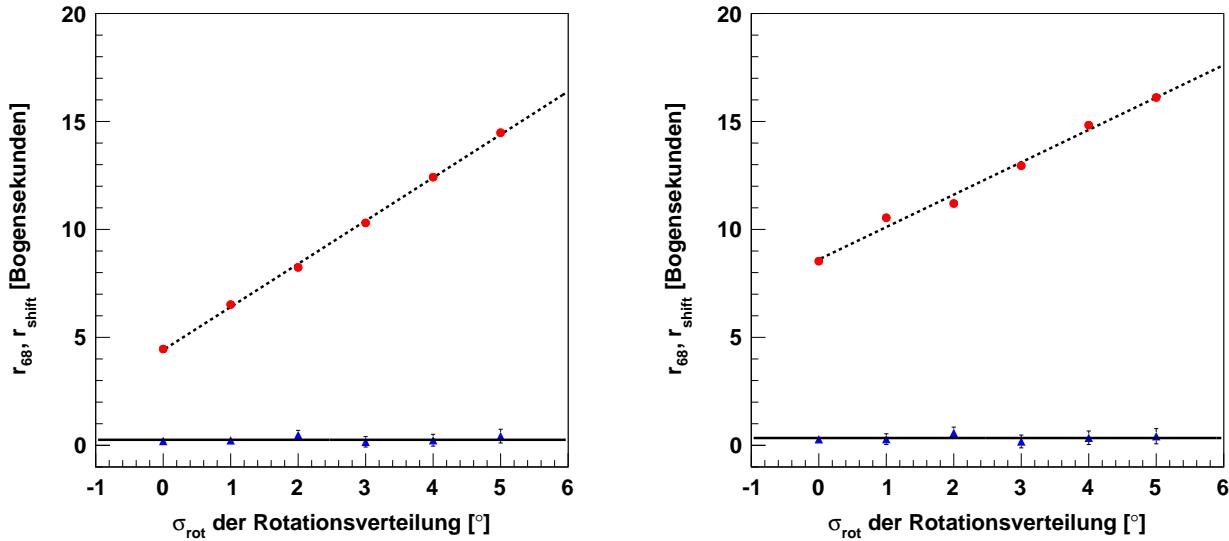
Abbildung 41: Kamera-Rotationen aller Teleskope aus 1000 Simulationsdurchläufen. Insgesamt sind damit 59 000 Werte im Histogramm enthalten. Die Verteilung bildet die Gaußverteilung ab, aus denen die Rotationen gewürfelt wurden. Diese hatte den Mittelwert $\mu_{rot} = 0^\circ$ und die Breite $\sigma_{rot} = 2^\circ$.

und 5° . Der komplette Vorgang wurde für verschiedene Offsetverteilungen wiederholt, um das Zusammenwirken von Offsets und Rotationen zu untersuchen. In Abb. 42 sind die Auswirkungen der verschiedenen Rotationsverteilungen exemplarisch für zwei Offsetverteilungen gezeigt. Dargestellt sind die Güteparameter der Richtungsrekonstruktion, r_{68} und r_{shift} , bei gaußverteilten Offsets um $\mu = 0''$ mit $\sigma = 7''$ (links) bzw. $\sigma = 14''$ (rechts).

r_{shift} bleibt konstant bei kleinen Werten, alle Punkte liegen im Rahmen der jeweiligen Fehler auf der gefitteten Konstanten. Zufällige Rotationen haben keine erkennbaren Auswirkungen auf die mittlere rekonstruierte Quellposition. Bei größeren Offsets ist r_{shift} leicht größer, was bereits im vorherigen Kapitel festgestellt wurde.

Der 68%-Radius r_{68} steigt mit der Breite der Rotationsverteilung linear an. Die Verläufe wurden jeweils mit einer Geraden gefittet, es ergab sich eine Steigung von $m = 2,0''/\circ$ bei kleineren bzw. $m = 1,5''/\circ$ bei größeren Offsets. Auch zufällige Rotationen wirken sich also im Zusammenspiel mit kleineren Offsets stärker aus als bei großen Offsets.

Zufällige Rotationen zeigen insgesamt einen wesentlich stärkeren Einfluss auf den r_{68} und damit auf die Genauigkeit der Richtungsrekonstruktion als gemeinsame Rotationen aller Teleskop-Kameras. In Verbindung mit einer Offsetverteilung der Breite $\sigma = 7''$ bewirkt eine Rotationsverteilung der Breite $\sigma_{rot} = 5^\circ$ eine Vergrößerung des r_{68} um $10''$ gegenüber einer Offsetverteilung ohne Rotationen.



(a) Zufällige Rotationen mit zufälligen Offsets. Die Breite der Rotationsverteilung wurde variiert, die Offsets wurden aus einer Gaußverteilung um $\mu = 0''$ mit Breite $\sigma = 7''$ (MSTs und SSTs) bzw. $14''$ (LSTs) gewürfelt. Die gestrichelte schwarze Linie ist eine Fitgerade an alle Werte von r_{68} . Sie hat eine Steigung von $m = 2,00''/^{\circ}$ und schneidet die y-Achse bei $t = 4,41$. Die durchgezogene schwarze Linie ist ein konstanter Fit an r_{shift} bei $r_{\text{shift}} = (0,26 \pm 0,08)''$.

(b) Zufällige Rotationen mit zufälligen Offsets. Die Breite der Rotationsverteilung wurde variiert, die Offsets wurden aus einer Gaußverteilung um $\mu = 0''$ mit Breite $\sigma = 14''$ (MSTs und SSTs) bzw. $28''$ (LSTs) gewürfelt. Die gestrichelte schwarze Linie ist eine Fitgerade an alle Werte von r_{68} . Sie hat eine Steigung von $m = 1,50''/^{\circ}$ und schneidet die y-Achse bei $t = 8,61$. Die durchgezogene schwarze Linie ist ein konstanter Fit an r_{shift} bei $r_{\text{shift}} = (0,34 \pm 0,11)''$.

Abbildung 42: Richtungsrekonstruktion mit zufälligen Kamera-Rotationen und Pointing-Offsets, die jeweils aus Gaußverteilungen um Null gewürfelt wurden. Gezeigt sind die Güteparameter r_{68} und r_{shift} in Abhängigkeit der Breite σ_{rot} der Rotationsverteilungen bei zwei verschiedenen Offsetverteilungen. r_{68} ist durch rote Kreise, r_{shift} durch blaue Dreiecke dargestellt. Die Simulationen wurden mit Standardparametern durchgeführt (siehe Tab. 3).

4.3.3 Variation des Spektralindex der Quelle bei zufälligen Pointing-Offsets und Kamera-Rotationen

Zuletzt wurden die Auswirkungen des Spektralindex der Quelle auf Richtungsrekonstruktionen mit zufälligen Pointing-Fehlern untersucht. Die Komplexität dazu wurden Offsets aus Gaußverteilungen um $\mu = 0$ mit den Breiten $\sigma = 7''$ (MSTs und SSTs) bzw. $14''$ (LSTs) sowie Rotationen aus einer Gaußverteilung um $\mu_{rot} = 0$ mit der Breite $\sigma_{rot} = 2^\circ$ gewürfelt. Zu verschiedenen Spektralindizes wurden je 1000 Durchläufe mit den in Tab. 3 festgehaltenen Parametern simuliert, aus den erhaltenen Verteilungen wurden die Größen r_{68} und r_{shift} bestimmt. Diese sind in Abb. 43 in Abhängigkeit des spektralen Index dargestellt.

Die Werte von r_{shift} schwanken hier sehr stark, der größte Wert liegt bei $r_{shift} = (1,01 \pm 0,41)''$. Auch hier stellt sich die Frage, wie stark der Einfluss der geringen Anzahl detekter Schauer bei großen Indizes ist, der in Abb. 37 veranschaulicht ist. Bei im Mittel nur 200 detektierten Schauern pro Simulationsdurchlauf wirken sich falsch rekonstruierte Schauer mit großen Abständen zur simulierten Quelle sehr stark auf die im jeweiligen Durchlauf rekonstruierte Quellposition aus. Der Verlauf von r_{shift} wurde mit einer Geraden gefittet. Deren Steigung betrug $m = 0,29''$ und ist damit nicht viel größer als die Steigung der Geraden in Abb. 38 von $m = 0,23$ (ohne Kamera-Rotationen). Auch hier ist die Steigung nur als obere Grenze zu sehen, eigentlich würde man einen konstanten Abstand von $r_{shift} \approx 0''$ erwarten, da die zufälligen Abweichungen von der simulierten Quellposition in den 1000 Simulationsdurchläufen radialsymmetrisch verteilt sein müssten, so dass sie sich im Mittel aufheben sollten.

Der 68%-Radius - und damit die Unsicherheit auf die mittlere rekonstruierte Quellposition - wächst mit zunehmendem Spektralindex an. Insgesamt nimmt er durch die zusätzlichen Kamera-Rotationen im Vergleich zu Abb. 38 größere Werte an, wie schon in den vorigen Unterkapiteln festgestellt wurde. Der Verlauf sieht bei kleinen Spektralindizes linear aus, geht aber bei einem Index von $\gamma = 2,75$ langsam in eine Art Sättigung über. Dieser Effekt kommt nicht allein durch die geringere Anzahl detekter Schauer zustande, da er in Abb. 38 erst bei einem Index von $\gamma = 3,5$ zu beobachten ist. Aus beiden Abbildungen zusammen lässt sich daher folgern: Die Ungenauigkeit durch zufällige Pointing-Fehler nimmt bei Erhöhung des Spektralindex der beobachteten Quelle zunächst stark zu, die Zunahme wird bei höheren Indizes jedoch langsamer.

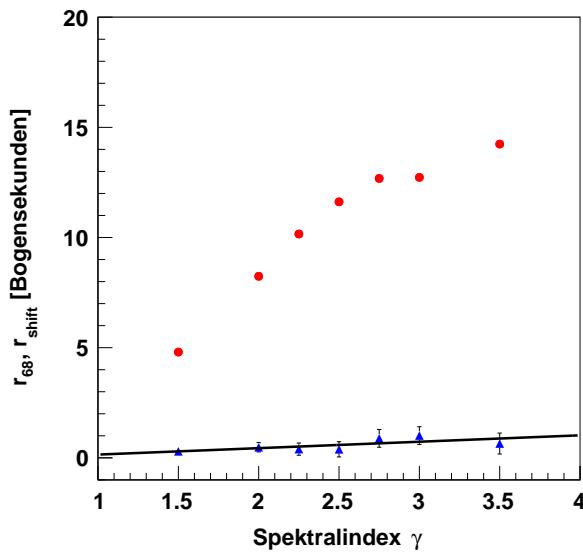


Abbildung 43: Güteparameter der Richtungsrekonstruktion mit zufälligen Offsets und Rotationen bei verschiedenen Spektralindizes γ . Die roten Kreise stehen für r_{68} , die blauen Dreiecke für r_{shift} . Jeder Datenpunkt wurde durch 1000 Simulationsdurchläufe ermittelt, die bis auf den Spektralindex mit den in Tab. 3 angegebenen Standardparametern durchgeführt wurden. Die Kamera-Rotationen sind aus Gaußverteilungen um $\mu_{rot} = 0$ mit Breite $\sigma_{rot} = 2^\circ$ gewürfelt. Die Offsets der Teleskope sind aus Gaußverteilungen um Null mit Breite 14" (LSTs) bzw. 7" (MSTs und SSTs) gewürfelt. Die schwarze Linie ist eine an r_{shift} gefittete Gerade der Form $y = m \cdot x + t$, die Fitparameter ergaben sich zu $m = (0,29 \pm 0,16)''$ und $t = (-0,14 \pm 0,30)''$.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die von [Veh \(2013\)](#) für H.E.S.S. Phase I entwickelte und von [Tiziani \(2013\)](#) für H.E.S.S. Phase II erweiterte Simulation so modifiziert, dass sie nun auch für Pointing-Studien zum CTA-Instrument verwendet werden kann. Dabei kann jede beliebige Teleskop-Konfiguration verwendet werden, außerdem kann jedes Teleskop einzeln durch feste oder zufällige Pointing-Offsets und Kamera-Rotationen manipuliert werden, um deren Auswirkungen zu studieren. Die Simulation ist zeitabhängig, die Bewegung einer Gammaquelle über den Himmel und das Source Tracking der Teleskope wird mitsimuliert. Sie geht von einem vereinfachten Schauermodell aus, bei dem gamma-induzierte Luftschauder geometrisch nur durch ihre Hauptachse beschrieben werden. Die in den Teleskop-Kameras erzeugte Helligkeit wird mit Hilfe von Lookup-Tabellen aus Monte-Carlo-Simulationen bestimmt. Die abgebildeten Schauer werden anschließend zur Richtungsrekonstruktion benutzt. Dabei werden zusätzliche Einflüsse, wie zum Beispiel die PSF des Instruments, in der Simulation bewusst außer Acht gelassen, um die Auswirkungen von Pointing-Fehlern ungefiltert analysieren zu können.

Die Arbeit stellt ein Konzept vor, wie die Güte der Richtungsrekonstruktion von Gammaschauern für CTA mit Hilfe von Simulationen analysiert werden kann. Dazu wurden die Größen r_{68} und r_{shift} eingeführt, um die jeweils komplementären Zugänge zur Qualität der Richtungsrekonstruktion quantifizieren zu können:

- Der r_{68} ist der typische systematische Fehler, der durch eine einzelne Beobachtung auftritt, bei der die Offsets und Rotationen bezüglich der optischen Achse zufällig verteilt sind. Er ist symmetrisch bezüglich der rekonstruierten Quellposition.
- Der r_{shift} ist wichtig, wenn die Offsets aller Teleskope systematisch in die selbe Richtung zeigen und gibt dann einen systematischen Bias an, also eine Abweichung in Vorzugsrichtung.

Um die Möglichkeiten der Simulation zu zeigen, wurde exemplarisch eine Punktquelle simuliert, die unter einem Zenitwinkel von ca. 8° beobachtet wird. Diese wurde mit diversen Kombinationen von Pointing-Fehlern observiert. Die Auswirkungen dieser Pointing-Fehler auf die Richtungsrekonstruktion wurden systematisch untersucht.

Allgemein wurde gezeigt, dass die LSTs im Zentrum des Arrays am häufigsten an der Detektion von Gammaschauern beteiligt sind und damit am meisten zur Rekonstruktion der Quellposition beitragen. Das liegt vor allem daran, dass niederenergetische Schauer, die häufig vorkommen, nur von den LSTs detektiert werden. Pointing-Fehler bei diesen Teleskopen wirken sich prinzipiell am stärksten aus und sollten deswegen möglichst klein gehalten werden. Möglich wäre auch ein Schnitt auf die Energien der zur Richtungsrekonstruktion benutzten Schauer, um die Präzision z. B. bei der Unterscheidung von nahe zusammen liegenden Punktquellen zu verbessern.

Systematische Pointing-Offsets aller Teleskope in die selbe Richtung können bei der Rekonstruktion von Punktquellen qualitativ anhand der Bildfeldrotation identifiziert werden. Diese Offsets können nicht nur durch Verformungen der Teleskop-Strukturen zustande kommen, sondern die Untersuchungen sind auch auf Effekte wie die Refraktion in der Atmosphäre übertragbar, die ebenfalls einen Offset aller rekonstruierten Schauer in die gleiche Richtung verursacht.

In Simulationen mit zufälligen Pointing-Offsets wurde gezeigt, dass sich die Größe der Offsets anhand der Breite der Verteilung der rekonstruierten Quellpositionen abschätzen lässt. Allerdings können stark streuende Quellpositionen auch ein Hinweis auf Rotationen der Teleskop-Kameras sein. Diese lassen sich am leichtesten dadurch identifizieren, dass sich die rekonstruierten Quellpositionen bei Beobachtungen mit verschiedenen Wobble-Offsets systematisch voneinander unterscheiden. Prinzipiell ist angeraten, diese symmetrisch zu wählen und bei der Richtungs-

bestimmung über die mit allen Wobble-Offsets genommenen Daten zu mitteln, da somit die Einflüsse von Kamera-Rotationen minimiert werden.

Kamera-Rotationen sind im Vergleich zu Pointing-Offsets die kleinere Fehlerquelle. Da sie bei Punktquellen erst in Kombination mit Offsets Fehler bei der Richtungsrekonstruktion verursachen, ist es wichtiger, die Pointing-Offsets möglichst klein zu halten.

Schließlich wurde gezeigt, dass der spektrale Index γ der Quelle einen nicht zu unterschätzenden Einfluss auf die Richtungsrekonstruktion hat, so dass vor allem bei Quellen mit größeren Indizes auf eine hohe Pointing-Präzision zu achten ist.

Am Besten eignet sich die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Simulation dazu, eine tatsächlich mit CTA durchgeführte Beobachtung mit den dabei verwendeten Parametern wie Beobachtungszeitraum, Ausrichtung der Teleskope und der Quellposition nachzusimulieren, um so konkrete Aussagen über die Unsicherheit der Positionsbestimmung durch Pointing-Fehler machen zu können. Dazu werden allerdings noch weitere Lookup-Tabellen benötigt, um Quellen bei beliebigen Zenitwinkeln simulieren zu können.

Zuletzt bleibt zu sagen, dass der Simulation ein stark vereinfachtes Schauermodell zugrunde liegt. Dezidierte Studien mit Monte-Carlo-Simulationen werden weitere, genauere Ergebnisse liefern, mit denen die Ergebnisse dieser Simulation verglichen werden können. Die in dieser Arbeit vorgestellte Simulation ist der erste Schritt, die Auswirkungen von Pointing-Fehlern auf die Richtungsrekonstruktion mit CTA im Detail zu verstehen.

Literaturverzeichnis

- Acharya, B. S., Actis, M., Aghajani, T., et al. Introducing the CTA concept. *Astroparticle Physics*, 43:3–18, Mar. 2013. doi: [10.1016/j.astropartphys.2013.01.007](https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2013.01.007).
- Actis, M., Agnetta, G., Aharonian, F., et al. Design concepts for the Cherenkov Telescope Array CTA: an advanced facility for ground-based high-energy gamma-ray astronomy. *Experimental Astronomy*, 32:193–316, Dec. 2011. doi: [10.1007/s10686-011-9247-0](https://doi.org/10.1007/s10686-011-9247-0).
- Aharonian, F., Akhperjanian, A. G., Bazer-Bachi, A. R., et al. Observations of the Crab Nebula with H.E.S.S.. *Astronomy & Astrophysics*, 457:899–915, Okt. 2006. doi: [10.1051/0004-6361:20065351](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20065351).
- Beringer, J., Arguin, J. F., Barnett, R. M., et al. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, 86: 010001, Jul 2012. doi: [10.1103/PhysRevD.86.010001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.010001). URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.86.010001>.
- Bernlöhr, K., Barnacka, A., Becherini, Y., et al. Monte Carlo design studies for the Cherenkov Telescope Array. *Astroparticle Physics*, 43:171–188, Mar. 2013. doi: [10.1016/j.astropartphys.2012.10.002](https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2012.10.002).
- Carrigan, S., Brun, F., Chaves, R. C. G., et al. The H.E.S.S. Galactic Plane Survey - maps, source catalog and source population. *ArXiv e-prints*, July 2013.
- Cronin, J. W., Gaisser, T. K., & Swordy, S. P. Cosmic Rays at the Energy Frontier. *Scientific American*, 276:44–49, Jan. 1997. doi: [10.1038/scientificamerican0197-44](https://doi.org/10.1038/scientificamerican0197-44).
- Gillessen, S. *Sub-Bogenminuten-genaue Positionen von TeV-Quellen mit H.E.S.S.* PhD thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, <http://hdl.handle.net/11858/00-001M-0000-0011-8BB1-3>, 2004.
- Hess, V. F. Über Beobachtungen der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten. *Physikalische Zeitschrift*, 13:1084–1091, 1912.
- Hillas, A. M. Cerenkov light images of EAS produced by primary gamma. *International Cosmic Ray Conference*, 3:445–448, Aug. 1985.
- Karttunen, H., Kröger, P., Oja, H., Poutanen, M., & Donner, K. J. *Fundamental Astronomy*. Springer, Berlin, Heidelberg, 1987. ISBN 0-387-17264-5.
- Klapdor-Kleingrothaus, H. V. & Zuber, K. *Teilchenastrophysik*. 1997.
- Longair, M. S. *High Energy Astrophysics*. Feb. 2011.
- Lopatin, A. *Development of an advanced Gamma-Ray Reconstruction Technique for the Cherenkov Telescope Array based on a semi-analytical Model for Extended Air Showers*. PhD thesis, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen Nürnberg, 2014.
- Lorenz, E. & Wagner, R. Very-high energy gamma-ray astronomy. A 23-year success story in high-energy astroparticle physics. *European Physical Journal H*, 37:459–513, Aug. 2012. doi: [10.1140/epjh/e2012-30016-x](https://doi.org/10.1140/epjh/e2012-30016-x).
- Matthews, J. A Heitler model of extensive air showers. *Astroparticle Physics*, 22:387–397, Jan. 2005. doi: [10.1016/j.astropartphys.2004.09.003](https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2004.09.003).

de Naurois, M. & Rolland, L. A High Performance Likelihood Reconstruction of γ -Rays for Imaging Atmospheric Cherenkov Telescopes. *Astroparticle Physics*, 32:231–252, Dez. 2009. doi: [10.1016/j.astropartphys.2009.09.001](https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2009.09.001).

Tiziani, D. Systematische Untersuchungen zum Pointing-Verhalten des H.E.S.S. II Teleskop-Arrays, 2013.

Veh, J. Studie der Pointing-Korrekturen von H.E.S.S. I, 2013.

Völk, H. J. & Bernlöhr, K. Imaging very high energy gamma-ray telescopes. *Experimental Astronomy*, 25:173–191, Aug. 2009. doi: [10.1007/s10686-009-9151-z](https://doi.org/10.1007/s10686-009-9151-z).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben und mich während währenddessen unterstützt haben. Besonderer Dank gilt:

- **Prof. Dr. Christopher van Eldik** für die Vergabe der Arbeit und die gute Betreuung währenddessen.
- **Prof. Dr. Uli Katz** für die Übernahme des Koreferats.
- **Der gesamten H.E.S.S.-Gruppe** für die nette Atmosphäre und die hilfreichen fachlichen Diskussionen, insbesondere:
- **Alexander Ziegler** für die schöne Zeit im gemeinsamen Büro und die vielen leckeren Bananen.
- **Andreas Horlbeck** für die gute Stimmung im gemeinsamen Büro und die 5 Regeln des Nachtlebens.
- **Sindu Albert** für die auflockernden Gespräche im gemeinsamen Büro und die Pflege der Büropflanze.
- **Susanne Raab** für die Starthilfe im gemeinsamen Büro, die Hilfe bei diversen LaTeX-Problemen und das geduldige Korrekturlesen hunderter Versionen der Arbeit.
- **Anton Jahn** für die Hilfe bei unzähligen programmiertechnischen Problem und die entscheidende Optimierung der Hauptsimulation.
- **Johannes Veh** für die Vorarbeit, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre, und das Korrekturlesen der finalen Fassung.
- **Philipp Willmann & Stephanie Häffner** für die Hilfestellung bei Computerproblemen, das Zur-Verfügung-Stellen diverser Programmierlösungen und generell für so manche gute Ratschläge.
- **Max Fleischmann** für die die Hilfe beim Verfassen des Abstracts und die zahlreichen Mensa-Besuche.
- **Klaus Liegener, Benny Böhm und der restlichen Theo3** für die unzähligen Kicker-Partien, die den Arbeitsalltag aufgelockert haben und ohne die ich manchmal verzweifelt wäre.
- **Mona Dentler** für die kulinarische Unterstützung und fachliche Gespräche in entspannter Atmosphäre.
- **Meinen Eltern** für das zusätzliche Korrekturlesen und die Unterstützung während meines gesamten Studiums.

You must also have a sense of when to stop.

(Garry Kasparov, "How Life Imitates Chess")

Erklärung

Hiermit bestätige ich, dass ich diese Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe.

Erlangen, den 28. Oktober 2014

Stefan Eschbach