

Systematische Studien zur Punktquellen-Entfaltung mithilfe der Maximum-Entropie Methode anhand des Krebsnebels

Zulassungsarbeit zur wissenschaftlichen Prüfung für das Lehramt an Gymnasien in Bayern

vorgelegt von

Sinduya Albert

07.07.2014

1.Fach: Mathematik

2.Fach: Physik (Zulassungsfach)

Erlangen Centre for Astroparticle Physics
Physikalisches Institut
Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg



1. Gutachter: Prof. Dr. Gisela Anton
2. Gutachter: Dr. Ira Jung

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Grundlagen	7
2.1	H.E.S.S. Experiment	7
2.2	Entfaltung mithilfe der Maximum-Entropie Methode	9
2.3	Der Krebsnebel	10
3	Studien zur Punktquellen-Entfaltung	13
3.1	Simulation einer Punktquelle	13
3.2	Parameterabhängigkeit der Entfaltung	16
4	Einfluss der Parameter	17
4.1	Auswertung	17
4.2	Parameter	22
4.2.1	Icfwidth	23
4.2.2	Default	26
4.2.3	Aim	28
4.2.4	Nscales	31
4.2.5	Nsample	34
4.2.6	Noise	36
4.2.7	Maximale Iterationszahl	39
4.3	Optimale Einstellung	42
5	Zusammenfassung und Ausblick	45
6	Anhang	47
	Danksagung	47
	Literaturverzeichnis	48

Kapitel 1

Einleitung

Kosmische Strahlung ist ein Alltagsproblem der Menschheit, denn jede Sekunde treffen ungefähr 1000 hochenergetische Teilchen pro m^2 auf die Atmosphäre, wo sie in Luftschauern auf die Erdoberfläche treffen. Dennoch sind ihre Eigenschaften nicht alltäglich - sie erstreckt sich über einen gigantischen Energiebereich von 10^6 bis 10^{20} eV und entsteht in einigen der interessantesten Objekte des Universums, wie Supernova-Überresten (SNR) oder Pulsaren und gibt demnach wertvolle Informationen aus dem Inneren dieser Quellen preis. Mit der Untersuchung der Kosmischen Strahlung, und den damit verbundenen Entdeckungen aus der Teilchenphysik, eröffnete sich ein ganz neues Feld der Physik, die Astroteilchenphysik. Ebenso wenig trivial sind ihre Entdeckungsmethoden. Seit ihrer Entdeckung 1912 durch Viktor Hess mithilfe eines Ballonexperiments, haben sich die Methoden erheblich weiterentwickelt (Federmann, 2003).

Innerhalb der Astroteilchenphysik beschäftigt sich das Gebiet der Gammastrahlungsastrophysik mit dem Nachweis von hochenergetischer Gammastrahlung. Diese bietet den Vorteil, im Gegensatz zum geladenen Anteil der kosmischen Strahlung, nicht durch extragalaktische Magnetfelder abgelenkt zu werden, so dass die Richtungsinformation einer Quelle erhalten bleibt. Gammastrahlung, welche auf die Erdatmosphäre trifft, löst eine ganze Kaskade an Sekundärteilchen aus, welche mit Cherenkovteleskopen nachgewiesen werden können. Cherenkov Strahlung nachzuweisen hat ihre Schwierigkeiten, da sie in kegelförmigen Schauern in circa 10 km Höhe entsteht (MPG, 2014). Durch die Anordnung von mehreren Teleskopen in einem Array und einer möglichst großen Detektorfläche kann die Sensitivität und der Energiebereich maximiert werden. Allerdings bereitet diese Nachweismethode immer noch Probleme, da zum Beispiel die gleichzeitige Messung der wahren Morphologie der Quelle und eine gute Richtungsauflösung sehr schwer ist.

In dieser Arbeit wird die Entfaltung von Punktquellen mithilfe der Maximum-Entropie Methode betrachtet. Das Ziel ist es durch die Entfaltung eine Verbesserung in der Richtungsauflösung zu bekommen. Dazu werden Simulationen einer Punktquelle erstellt und diese werden dann entfaltet. Es gibt eine Vielzahl von Parametern, die die Entfaltung möglicherweise beeinflussen. Um eine optimale Richtungsauflösung durch die Entfaltung zu erlangen müssen diese folglich möglichst gut eingestellt sein. Dazu wird der gewählte Parameter getestet, indem in einem jeweiligen Wertebereich der Parameter variiert wird, während die anderen festgehalten werden und dann die optimale Einstellung bestimmt wird. Als Vorbild für die Modellierung einer Punktquelle diente eine reale Quelle, der Krebsnebel.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 H.E.S.S. Experiment

H.E.S.S. steht für „High Energy Stereoscopic System“ und dient gleichzeitig als ein Andenken an Victor Hess, den Entdecker der Kosmischen Strahlung. Um ein Gesichtsfeld von 5° abzudecken, wurden vier kleine abbildende Cherenkovteleskope in einem Array in der Khomas Hochebene in Namibia angeordnet. 2012 wurde ein größeres Cherenkovteleskop in Betrieb genommen. Es können Energien ab einer Schwelle von circa $E_{th} = 100 \text{ GeV}$ detektiert werden (Aharonian *et al.*, 2006). Das fünfte Teleskop befindet sich in der Mitte der Anordnung, wie in Abbildung 2.1 zu sehen ist. Es vergrößert den detektierbaren Energiebereich und verbessert die Sensitivität und Richtungsauflösung (H.E.S.S. Homepage, 2014). Die kleinen Teleskope bestehen aus 382 Einzelspiegeln und haben eine Spiegelfläche von 107 m^2 (Aharonian *et al.*, 2006). Das große Teleskop hat eine Spiegeloberfläche von ca. 600 m^2 und erweitert den detektierbaren Energiebereich hin zu kleineren Energien (Aharonian *et al.*, 2014).

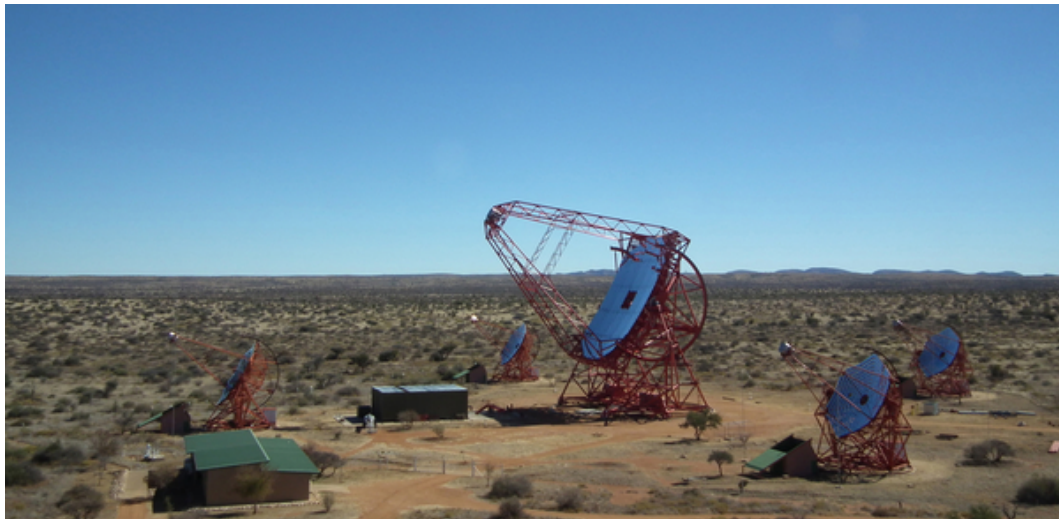


Abbildung 2.1: H.E.S.S. Array mit fünf abbildenden Cherenkovteleskopen in der Khomas Hochebene in Namibia (H.E.S.S. Homepage, 2014).

Mithilfe der Teleskope soll Gammastrahlung detektiert werden, die jedoch nur indirekt gemessen werden kann. Die hochenergetische Gammastrahlung wechselwirkt mit der Atmosphäre und es entstehen ausgedehnte elektromagnetische Luftschauer. Bewegen sich die dabei entstehenden Sekundärteilchen schneller als die Lichtgeschwindigkeit des Mediums, emittieren sie sogenannte Cherenkov Strahlung. Das kegelförmig ausgestrahlte Cherenkov Licht kann mithilfe der H.E.S.S.

Teleskope detektiert werden. Das ausgesendete Licht ist jedoch sehr schwach und auch nur innerhalb eines sehr kurzen Zeitfensters von einigen Nanosekunden registrierbar. Dadurch wird der messbare Energiebereich eingeschränkt, welcher durch ausgedehnte Detektorflächen erweitert werden kann.

Bei Cherenkovteleskopen wird ein Luftschauer abgebildet, indem die Strahlung der einzelnen Teilchen überlagert wird, welche den gesamten Schauer bilden. Das Prinzip des Teleskops ist in Abbildung 2.2 zu sehen. Vereinfachend wird angenommen, dass das Verhältnis von Entfernung der Lichtquelle zur Spiegeldimension sehr groß ist. Das Cherenkov Licht des Luftschauers trifft unter einem charakteristischen Winkel für die Emissionshöhe auf das Teleskop und wird senkrecht zur Teleskopachse abgebildet. Geometrisch erkennt man, dass der Schauer als Ellipse abgebildet wird. Die in Abbildung 2.2 eingebettete obere rechte Abbildung zeigt das Kamerabild mit Luftschauer (Jung, 1999).

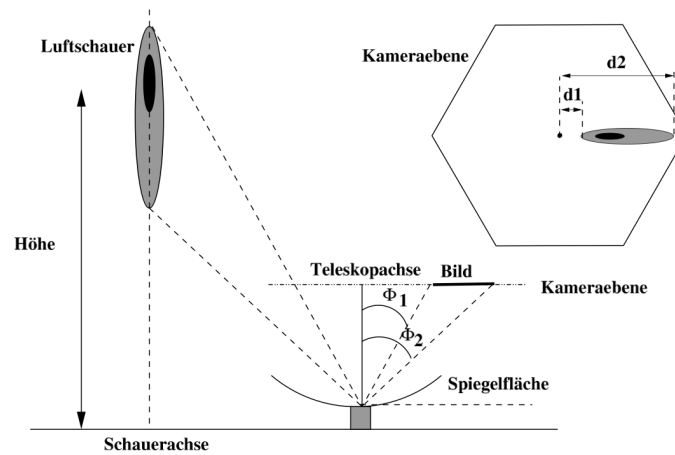


Abbildung 2.2: In der Abbildung ist das Abbildungsprinzip eines Cherenkovteleskops zu sehen. Oben rechts ist die Sicht auf die Kameraebene mit dem abgebildeten Luftschauer dargestellt. Unter den Winkeln Φ_1 und Φ_2 zur Teleskopachse wird der Schauer auf die Kameraebene abgebildet, wobei d_1 und d_2 die dazu gehörenden Abstände sind (Jung, 2003).

Hillas hat eine Parametrisierung des Schauerprofils eingeführt. Die wichtigsten Bildparameter von Hillas sind Bildlänge, Bildbreite und Distanz. In Abbildung 2.3 sind diese in die Kameraebene eingezeichnet.

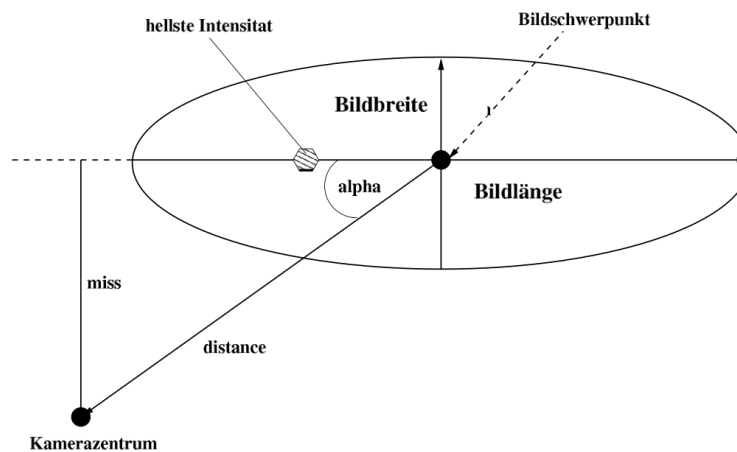


Abbildung 2.3: Die Hillasparameter sind in die Kameraebene eingezeichnet. (Jung, 2003).

Die Hillasparameter geben Auskunft über die wichtigsten Informationen des abgebildeten Schauers, wie die Größe, Länge und Breite des ellipsenförmigen Schauerabbaus. Außerdem informieren sie über die Orientierung des Schauers auf der Kameraebene, wie die Distanz vom Zentrum des Blickfelds der Kamera und dem Winkel α , der in der Abbildung 2.3 eingezeichnet ist (Hillas, 1985).

2.2 Entfaltung mithilfe der Maximum-Entropie Methode

In diesem Abschnitt wird die Entfaltung mithilfe der Maximum-Entropie Methode beschrieben und die Vor- und Nachteile im Vergleich zu anderen Methoden betrachtet. Die Richtungsauflösung eines Cherenkovteleskops ist im Vergleich zu beispielsweise Röntgenteleskopen deutlich schlechter. Mithilfe der Entfaltung gibt es jedoch die Möglichkeit diesen Nachteil teilweise auszugleichen und die wirkliche Morphologie einer hochenergetischen Gammastrahlungsquelle möglichst gut zu erfassen.

Das aufgenommene Bild $I(x,y)$ ergibt sich aus der Faltung des wahren Bilds $O(x,y)$ mit der Point Spread Function (PSF) $P(x,y)$, einem Störungsanteil $B(x,y)$ und der Akzeptanz des Instruments $A(x,y)$ im gesamten Gesichtsfeld. Die x-Achse ist hier jeweils die Rektaszension (RA) und die y-Achse die Deklination (Dec). Insgesamt ergibt sich also

$$I(x,y) = A(x,y)(O \otimes P)(x,y) + A(x,y)B(x,y) \quad (2.1)$$

Die Entfaltung wird dann auf die sogenannte Excesskarte angewendet, um das wahre Bild rekonstruieren zu können. Während die PSF die Abbildung des Teleskops einer Punktquelle beschreibt, berücksichtigt der Störungsanteil den Untergrund. Dabei gilt

$$E(x,y) = (O \otimes P)(x,y) \quad (2.2)$$

mit $E(x,y)$ der Excesskarte (Heinz *et al.*, 2012).

Das Problem bei einem durch das H.E.S.S. Experiment aufgenommenen Bild ist, dass entweder die Richtungsauflösung oder die Energieauflösung optimiert werden kann. Mithilfe der Maximum-Entropie Methode lässt sich dies wenigstens zum Teil lösen. Die entstandene Karte ist zum Schluss glatt und Regionen mit geringer Oberflächen Helligkeit werden nicht durch Rauschen verzerrt (Gull *et al.*, 1978). Als einzige Methode ermöglicht sie die Vereinigung mehrerer Informationen in einem einzelnen Bild. Vor allem wird sie bei Interferometrie in der Radioastronomie angewandt, doch kann sie für jedes komplizierte und große Bild verwendet werden (Gull *et al.*, 1984).

S. F. Gull und G. J. Daniel beschreiben die Maximum-Entropie Methode in Gull *et al.* (1978). Im Prinzip geht die Maximum-Entropie Methode vereinfacht wie folgt vor: Es werden zuerst mehrere Simulationen einer Himmelskarte erstellt. Nach Fourier-Transformation der Karten und Vergleich mit den wahren Daten, werden die wenigen Übereinstimmungen gefunden. Diese werden dann nach Ähnlichkeit in verschiedene Gruppen geordnet. Man führt dies nun iterativ durch, bis sich in einer dieser Gruppen die meisten Karten befinden. Diese entsprechen dann der Karte, die am wahrscheinlichsten den Himmel zeigt, da sie am besten mit den Daten übereinstimmt und dabei eine homogene Intensität aufweist. Sogar wenn das Rauschen größer ist, als die eigentlichen Signale, passt sich die entfaltete Karte den echten Daten an. Die Maximum-Entropie Karte zeigt also alle Eigenschaften der wahren Strukturen auf. Jedoch sind die sich dort aufzeigenden Strukturen nicht zwangsläufig auf die wahren Daten zurückzuführen, da in dieser Methode immer die glatteste gewählt wird, die aber nicht automatisch immer die richtige ist.

Genauer geht man bei der Maximum-Entropie Methode wie folgt vor, um die realistischste Karte zu bekommen. Dazu maximiert man die Entropie

$$-\sum_j m_j \log m_j \quad (2.3)$$

wobei m_j die Intensität am Punkt j ist. Die Maximierung ergibt für die einzelnen m_j jeweils e^{-1} , was zur Bedingung passt, dass die Fourier-Transformation M_k von m_j mit den wahren Daten übereinstimmt. Der Unterschied zu anderen Methoden liegt genau an dieser Stelle, da hier eben nicht exakt gefittet wird.

E_k sind die Messungen von M_k , wobei die k Werte durch die Menge A vorgegeben wird. In A sind alle Punkte enthalten, an denen gemessen wird. In der Maximum-Entropie Methode wird nun angenommen, dass E_k einen gaußschen Fehler hat, mit einer Standardabweichung von σ_k . Es ergibt sich dann eine χ^2 Verteilung mit $\sum_{k \in A} \frac{|M_k - E_k|^2}{\sigma_k^2}$. Dabei wird ein Wert für χ^2 erwartet, der der Anzahl an Datenpunkten entspricht. Doch wenn der Wert größer wird bedeutet es, dass die Anpassung schlecht ist und wenn er kleiner ist, dass er zu nah an den Daten ist. Um den richtigen Wert zu erzwingen wird das Verfahren der Lagrange-Multiplikatoren verwendet. Die Entropie wird maximiert, in dem

$$Q(\lambda) = \sum_j m_j \log m_j - \frac{\lambda}{2} \cdot \sum_{k \in A} \frac{|M_k - E_k|^2}{\sigma_k^2} \quad (2.4)$$

maximiert wird und m_j wird dann zu

$$m_j = \exp \left\{ -1 + \lambda \cdot \sum_{k \in A} \frac{|E_k - M_k|^2}{\sigma_k^2} \exp \left(\frac{2\pi i j k}{N} \right) \right\} \quad (2.5)$$

Es muss dabei gelten, dass der Vorfaktor $\lambda > 0$ ist. Eine eindeutige Lösung für die Gleichung 2.5 existiert dann immer, so dass $Q(\lambda)$ ein globales Maximum wird. Geht man iterativ vor, wird λ so lange erhöht, bis dieses erreicht ist.

Das Ziel der Maximum-Entropie Methode ist es sowohl eine gute Energie- als auch Richtungsauflösung zu bekommen. Sie bietet, dadurch, dass bei ihr nicht direkt an die Daten gefittet wird einen Vorteil gegenüber anderen Methoden, da die echten Strukturen in der durch die Entfaltung erzeugten Karten immer aufzufinden sind.

2.3 Der Krebsnebel

Der Krebsnebel ist ein SNR, der 1989 als hochenergetische Gammastrahlungsquelle entdeckt wurde und in der galaktischen Ebene im Sternbild Stier liegt. Es handelt sich bei ihm um einen Pulsarwindnebel, der über das komplette Spektrum beobachtet und nachgewiesen wurde (Aharonian *et al.*, 2014). Da der Krebsnebel im Vergleich zur PSF des H.E.S.S. Experiments klein ist, spricht vieles dafür, dass er als Punktquelle angenommen werden kann. Der Krebsnebel ist gerade deswegen eine sehr interessante Quelle für die Maximum-Entropie Entfaltung und kann zur Datenanalyse verwendet werden (Aharonian *et al.*, 2006). In dieser Arbeit wurde eine H.E.S.S. Analyse des Krebsnebels als Grundlage für die Maximum-Entropie Entfaltung verwendet. Mit der „Reflected Background Methode“, die in Abschnitt 3 erklärt wird, wird die Excesskarte bestimmt. Dazu ist in Abbildung 2.4 die Θ^2 -Verteilung zu sehen. Die Verteilung ist sehr schmal, mit einem hohen Peak um die Position der Quelle. Der Krebsnebel weist auch eine sehr hohe Signifikanz auf. Das Signal der On-Region ist extrem hoch im Vergleich zum Off-Signal, was bedeutet, dass der Untergrund vergleichsweise klein zum Signal der Quelle ist.

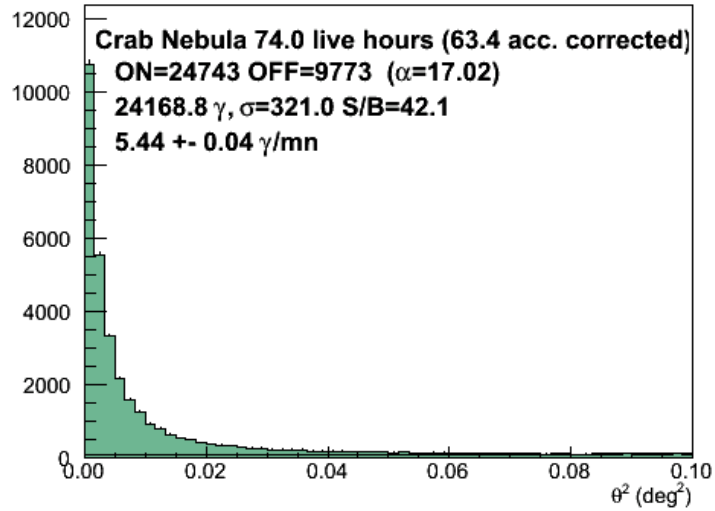


Abbildung 2.4: Die θ^2 -Verteilung ist abgebildet. In grün sind die On-Ereignisse des Krebsnebels zu sehen. Die schwarze Linie stellt die Off-Ereignisse dar.

Die daraus bestimmte Excesskarte ist in Abbildung 2.5 zu sehen mit der zugehörigen Signifikanzkarte und der Verteilung der Signifikanzen. Mithilfe der „Reflected Background Methode“, auf die später noch eingegangen wird, wurde die Excesskarte erstellt. Später werden die Anzahl der Excessevents verwendet, um den Peak an der Stelle der Punktquelle zu berechnen.

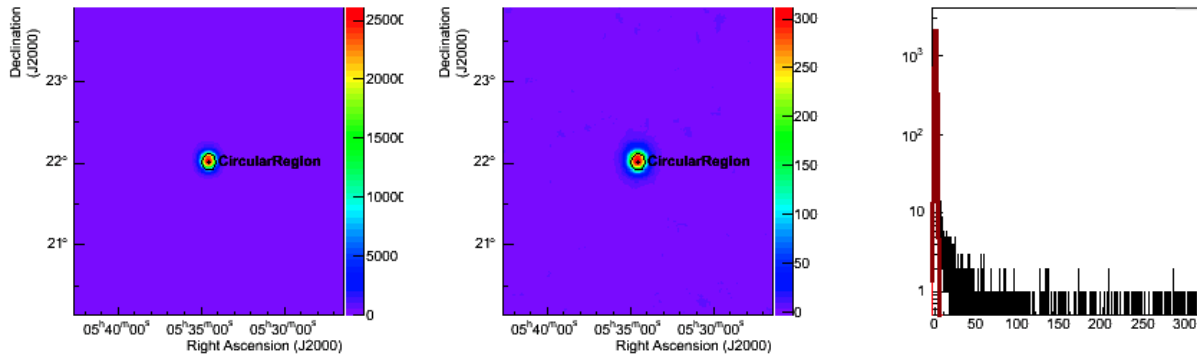


Abbildung 2.5: Links ist die Excesskarte des Krebsnebels zu sehen. In der Mitte ist die Signifikanzkarte und rechts die Verteilung der Signifikanzen abgebildet.

Des weiteren wird auch noch die Akzeptanzkarte für die Simulation einer realistischen Punktquelle benötigt, um die Modellkarte zu bestimmen, diese ist in Abbildung 2.6 zu sehen. Sie zeigt die Akzeptanz des Instruments.

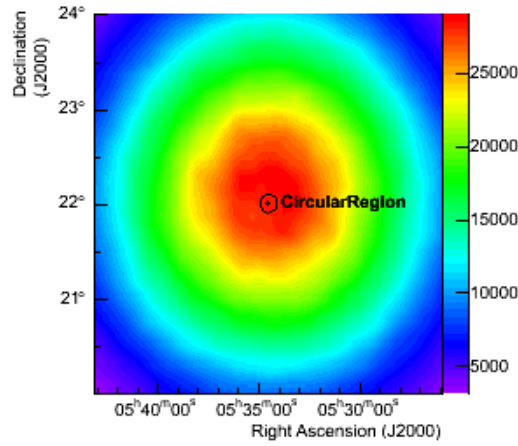


Abbildung 2.6: In der Abbildung ist die sogenannte „ γ -like“ Akzeptanz, also die Akzeptanzkarte der Photonen, zu sehen.

Der Krebsnebel bietet sich auch aufgrund der hohen Signifikanz und der Vielzahl an Daten an. Er ist eines der Standard Quellen, die für die unterschiedlichsten Beobachtungen und Messungen genutzt werden kann. In dieser Arbeit wird die Entfaltung einer Punktquelle mithilfe der Maximum-Entropie Methode betrachtet und der Krebsnebel ist somit eine passende Wahl als Vorbild einer Punktquelle.

Kapitel 3

Studien zur Punktquellen-Entfaltung

3.1 Simulation einer Punktquelle

Die Maximum-Entropie Entfaltung von Punktquellen basiert auf einer Anzahl an Parametern, welche deren Eigenschaften bestimmen. Um eine optimale Entfaltung zu erhalten, müssen diese Parameter getestet und ihr Einfluss bestimmt werden, was hier mit der Simulation einer Punktquelle realisiert wurde. Die einzelnen Simulationen werden passend für die Maximum-Entropie Entfaltung erstellt. In Abschnitt 2.2 wurde dies genauer erläutert. Die Erstellung der Simulation und die Aufbereitung der für die Entfaltung benötigten echten Vergleichsdaten wird im Folgenden näher beschrieben. Die Himmelskarten wurden aufgrund einer Konvention in äquatorialen Koordinaten angegeben, also Deklination (Dec) und Rektaszension (RA) und die Simulation wurde in `root` implementiert.

Die Simulationen der On-Karte $R(x,y)$ werden erstellt, indem nach der PSF und einer Modellkarte gewürfelt wurde. Die Positionen der Events, die simuliert werden, werden durch genau diese zwei zufälligen Werte erzeugt. Nun müssen Akzeptanzkarte $A(x,y)$ und Untergrund wieder herausgerechnet werden. Dazu wird die Formel

$$S(x,y) = R(x,y)/A(x,y) - \frac{\text{Binfläche} \cdot n_{\text{off}}}{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha} \quad (3.1)$$

benutzt, dabei ist $S(x,y)$ die Simulation der Excesskarte. Außerdem sind $\frac{n_{\text{off}}}{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}$ die Anzahl der Off-Events pro Fläche und der Radius der On-Region ist r und n_{off} ist die Anzahl der Ereignisse in den Off-Regionen. Zum Schluss wird die Karte normiert, da das Programm zur Entfaltung der Karten Werte zwischen 0 und 1 benötigt. Insgesamt wurden 99 Simulationen erstellt.

Für diese Arbeit wurden zwei verschiedene Simulationssätze erstellt, einmal mit einem groben und einmal mit einem feinen Binning. Zuerst wurde das grobe Binning aus Zeitgründen benutzt und für die letztendliche Bestimmung eines optimalen Parametersatzes wurde dann die Simulation mit dem feineren Binnings verwendet. In dieser ersten grob gebinnnten Simulation hat jeder Bin eine Größe von $(0,02^\circ)^2$. Es ergeben sich später noch Ungenauigkeiten, da das Binning recht grob ist, die durch eine weitere Simulation mit feineren Binning ausgeglichen werden sollen. Hier wurde im Vergleich dazu eine Bingröße von $(0,002^\circ)^2$ gewählt. Insgesamt wurden 99 Simulationen erstellt, doch wurden letztendlich aus Zeitgründen nur 10 von ihnen betrachtet. In Abbildung 3.1 ist eine der simulierten Himmelskarten zu sehen.

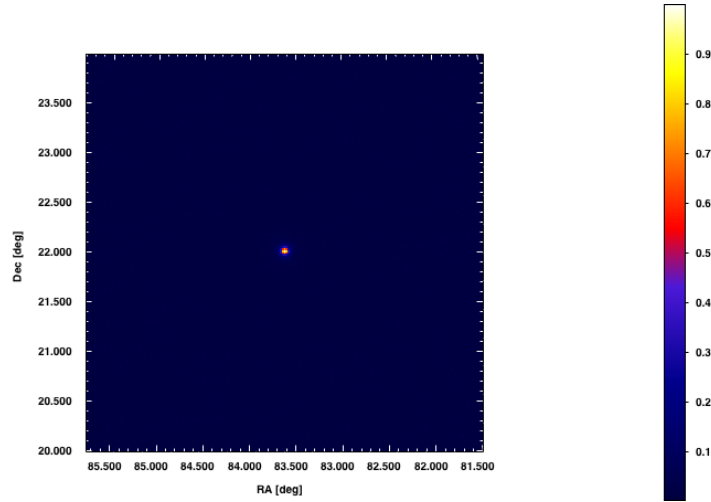


Abbildung 3.1: In der Abbildung ist die 3. der 99 groben simulierten Punktquellen zu sehen. In der Mitte der Karte ist der Peak an der Stelle der Quelle zu erkennen.

Die zweite Simulation mit feineren Binning wurde im Vergleich zur Ersten nahezu identisch erstellt, bis auf ein paar Unterschiede. Zum einen wurden die Akzeptanzkarte durch eine 2D-Funktion genähert und zum anderen wurde noch zusätzlich das Gesichtsfeld auf $0,5^\circ$ verkleinert. Aufgrund der geringen Ausdehnung der Punktquelle ergibt sich dadurch aber kein Verlust von relevanten Daten. Ein Beispiel für die Simulation mit dem feinen Binning ist in Abbildung 3.2 zu sehen.

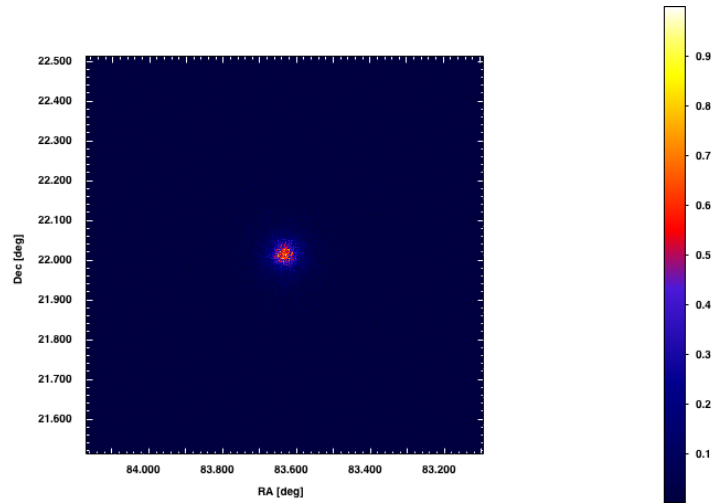


Abbildung 3.2: In der Abbildung ist die 3. der 99 feinen simulierten Punktquellen zu sehen. In der Mitte der Karte ist der Peak an der Stelle der Quelle zu erkennen. Im Vergleich zu Abbildung 3.1 ist der FoV kleiner mit nur $0,5^\circ$.

Man benötigt zusätzlich realistische Vergleichsdaten für die Entfaltung. Dazu wurde eine Datenanalyse gestartet, wobei als Vorbild für die Simulation einer Punktquelle der Krebsnebel aufgrund der hohen Signifikanz und der Vielzahl an Beobachtungsstunden gewählt wurde, hierzu wurden H.E.S.S. Daten verwendet.

Eine Himmelskarte besteht aus grundsätzlich zwei Arten von Ereignissen, dem Signal der Quelle, welches im Fall des Krebsnebels hoch ist und dem Untergrund welcher verrauscht ist und niedriger, als das Quellsignal. Beide müssen für die Modellkarte der Punktquelle bestimmt werden. Die Modellkarte soll eine perfekte Punktquelle modellieren, was bedeutet, dass sich alle Quellereignisse in einem einzigen punktförmigen Peak befinden. Der erste Schritt hierfür war die Bestimmung der Ereignisse im Peak und das Abziehen des Untergrunds. Hierzu bietet sich die Methode des „Reflected-Region Backgrounds“ an. Es wird für die Quellposition jeweils ein Ring aus vielen Regionen genommen, wobei jede dieser Regionen dieselbe Größe, Form und Abstand zur Beobachtungsposition hat. Es wird nun ein Ring, um die Beobachtungspositionen gebildet, der aus möglichst vielen reflektierten Regionen besteht (Berge *et al.*, 2007). In Abbildung 3.3 ist eine modellhafte Darstellung der Methode zu sehen.

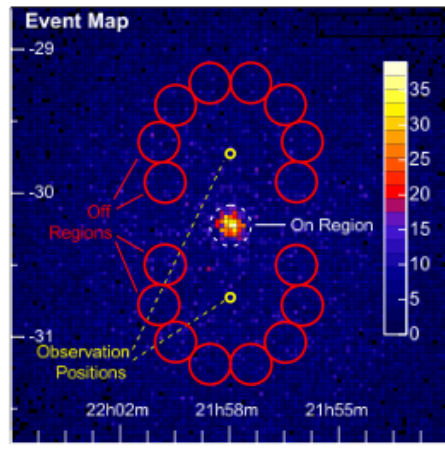


Abbildung 3.3: Die „Reflected-Region Background“ Methode ist anhand einer Punktquelle verdeutlicht (Berge *et al.*, 2007).

Um den Peak der Punktquelle zu bestimmen, wird also die folgende Formel 3.2 benutzt, wobei n_{excess} dem Inhalt des Peaks entspricht.

$$n_{\text{excess}} = n_{\text{on}} - \frac{n_{\text{off}}}{\alpha} \quad (3.2)$$

Die Modellkarte $M(x,y)$ wird nun zweigeteilt bestimmt. Hierzu wird die Akzeptanzkarte $A(x,y)$ benötigt. Der Inhalt außerhalb des Peaks wird wie folgt bestimmt

$$M(x,y) = A(x,y) \cdot \frac{\text{Binfläche} \cdot n_{\text{off}}}{r^2 \cdot \pi \alpha} \quad (3.3)$$

wobei $\frac{n_{\text{off}}}{r^2 \cdot \pi \alpha}$ wieder die Anzahl der Off-Events pro Fläche ist. Der Radius der On-Region ist r und n_{off} die Anzahl der Ereignisse in den Off-Regionen. Der Inhalt des Peaks wird wie folgt bestimmt

$$M(x,y) = A(x,y) \cdot n_{\text{excess}} + A(x,y) \cdot \frac{\text{Binfläche} \cdot n_{\text{off}}}{r^2 \cdot \pi \alpha} \quad (3.4)$$

Für die Maximum-Entropie Entfaltung benötigt man genau diese im letzten Abschnitt aufbereiteten Daten, um sie dann mit den entfalteten Karten zu vergleichen und die realistischste, und somit die Maximum-Entropie Karte, zu bekommen.

3.2 Parameterabhängigkeit der Entfaltung

Im Folgenden wird auf die mögliche Parameterabhängigkeit der Entfaltung eingegangen. Die Maximum-Entropie Entfaltung wird von mehreren Parametern bestimmt. In dieser Arbeit wurden insgesamt sieben verschiedene Parameter getestet, die jeweils eine andere Bedeutung und möglicherweise Einfluss auf das Ergebnis der Entfaltung haben. Es wurde ein fertiges Entfaltungsprogramm verwendet. Dieser Abschnitt soll nun auf die Bedeutung dieser einzelnen Parameter eingehen und auf ihre getesteten Wertebereiche und Standardeinstellungen, wie sie auch in Gull *et al.* (1991) beschrieben werden.

Maximale Iterationszahl

Der Parameter „Maximum Number of Iterations“ oder auch `maxiter` beschreibt die maximale Anzahl an Iterationen, mit der die Maximum-Entropie Entfaltung durchgeführt wird. Der Standardwert liegt bei 1000, aber da dieser Wert aus mangelnder Zeit nicht für die Durchführung der Entfaltung möglich ist, wurde an dieser Stelle der Startwert von 100 gewählt. Bei 100 Iterationen dauert die Entfaltung der 99 Simulationen schon drei Tage.

Aim

Mit dem Parameter `aim` wird der Wert der Abbruchbedingung festgelegt. Bei kleineren Werten ähneln die Daten mehr der Karte. Die Standardeinstellung für diesen Parameter ist 1.

Default

Der `default` Parameter legt den Standardlevel fest. Der Standardwert liegt hier bei 1.

Nscales

Mithilfe des Parameters `nscales` wird die Anzahl der Bilder festgelegt, die die Zahl der Freiheitsgrade des Modells reduziert. Dabei werden diese Bilder schrittweise verschmiert, um letztendlich die entfaltete Himmelskarte zu erzeugen. Durch die Verschmierung wird die Reduktion der Freiheitsgrade erreicht. Deshalb wird die Verschmierung gewichtet, so dass um so größer sie ist, desto größer ist das Gewicht. Die Folge davon ist, dass meist glatte Strukturen vorgezogen werden. Der maximale Wertebereich geht von 1 bis 8, da dieser Parameter für höhere Werte nicht implementiert wurde. Die Standardeinstellung ist hier 7.

Noise

Das Signal-zu-Rauschverhältnis wird durch den Parameter `noise` charakterisiert. Dabei ist der Parameter die Standardabweichung auf das Hintergrundrauschen. Der Standardwert ist 10^{-6} .

Icfwidth

Mit `icfwidth` wird die Stärke der Pixelkorrelation festgelegt, wobei ICF für „Intrinsic Correlation Function“ steht. Der Wert, der als Standardeinstellung gewählt wurde, ist 1. Höhere Werte als 9 sind in diesen Fall nicht mehr implementiert, also geht der maximale Wertebereich von 0 bis 9.

Nsample

Bei der Entfaltung wird eine Anzahl von Karten erstellt. Diese Anzahl wird durch den Parameter `nsample` bestimmt. Mithilfe dessen wird der Erwartungswert und Standardabweichung des entfalteten Bilds berechnet. Für den Standardwert wurde 3 angenommen.

Kapitel 4

Einfluss der Parameter

4.1 Auswertung

Dieser Abschnitt befasst sich mit den verschiedenen Methoden, die in dieser Arbeit gewählt wurden, um die Auswertung der entfalteten Karten für die getesteten Parametereinstellungen durchzuführen. Die Auswertung der einzelnen Parameter zur Bestimmung der Optimalwerte wurde auf drei verschiedene Arten durchgeführt. Sowohl der sogenannte relative Fehler als auch der 68% Radius um die Quellposition der entfalteten Himmelskarten wurden für die groben Entfaltungen bestimmt.

Der 68% Radius bestimmt die Kreisfläche, in der 68,27% der Ereignisse liegen, mit dem Mittelpunkt des Kreises an der Stelle der Quellposition. Dazu wird das Integral der Himmelskarte berechnet und dann der Radius, in dem 68,27% des Integrals liegen. Für die Entfaltungen der feinen Simulationen wurde anstatt des 68% Radius, eine Gaußfunktion an die entfaltete Karte gefittet und die Breite σ davon bestimmt. Anschließend wurde σ , zum besseren Vergleich, in den 68% Radius umgerechnet.

Der relative Fehler lässt eine Aussage über die Qualität der Entfaltung im Vergleich zum Modell treffen. Also wie stark diese voneinander abweichen oder wie zutreffend die Annahme einer Punktquelle nach der Entfaltung noch ist. Außerdem ermöglicht es einen Blick auf die Artefakte der entfalteten Karte. Artefakte sind Strukturen, die sich durch die Entfaltung bilden können. Es sind beispielsweise stark negative Regionen in der entfalteten Karte. Durch die Entfaltung ergeben sich Strukturen, die teilweise die echte Morphologie überlagern können und somit auch die Auswertung durch andere Methoden erschweren. Der relative Fehler wurde mithilfe folgender Formel bestimmt (Heinz *et al.*, 2012):

$$\text{RE} = \sqrt{\frac{\sum_{i,j}^{n_i, n_j} (N_{\text{excess}}(x_i, y_j) - N_{\text{model}}(x_i, y_j))^2}{\sum_{i,j}^{n_i, n_j} N_{\text{model}}(x_i, y_j)^2}} \quad (4.1)$$

Dabei ist für N_{model} die modellierte Himmelskarte genommen worden, die eine ideale Punktquelle darstellt mit einem scharfen Peak an der Stelle der Quelle. Für N_{excess} wurde die entfaltete Karte gewählt, um den relativen Fehler zwischen dem Modell und der Entfaltung bestimmen zu können. Hierzu wurde der relative Fehler jedes einzelnen Parametersatzes für jeweils 99 groben Simulationen bestimmt. Die einzelnen Werte des relativen Fehlers eines Modells mit 99 Simulationen erwiesen sich als gaußverteilt, so dass im folgenden die Mittelwerte betrachtet werden. Für jeden Parameter und jede einzelne Parametereinstellung wurde ein Histogramm erstellt, welches die absolute Häufigkeit der jeweiligen relativen Fehler darstellt. In Abbildung 4.1 ist ein solches Histogramm zu sehen. Bei der Bestimmung des relativen Fehlers wurde von der entfalteten Himmelskarte jeweils nur ein Teil betrachtet, damit der Einfluss des Untergrunds geringer wird. Es ist nur der Bereich der Punktquelle interessant und durch die Entfaltung erge-

ben sich im Untergrund teilweise Artefakte, die durch die sinnvolle Einschränkung des Blickfeld ausgeblendet werden können. Bei größeren Bereichen dominiert der Untergrund, weswegen eine Einschränkung auch Sinn macht. Insgesamt wurden nur $0,3^\circ$ anstatt des kompletten Blickfelds von 2° mit einbezogen.

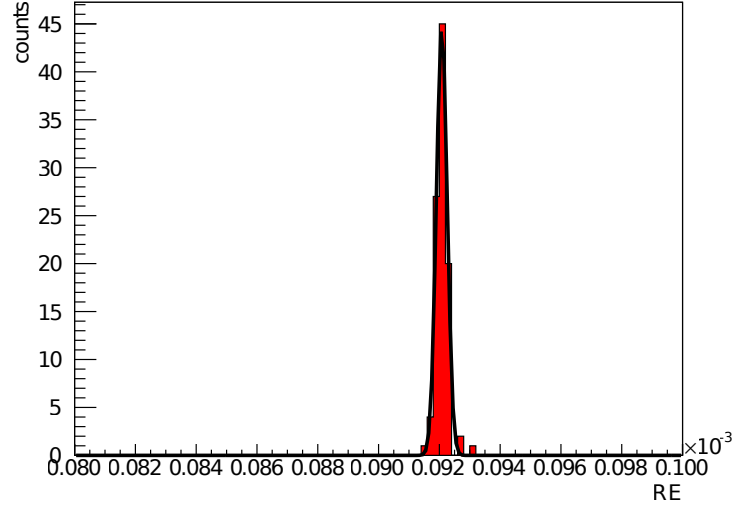


Abbildung 4.1: Das Histogramm in der Abbildung ist zum Parametersatz mit Standardeinstellungen zur grob gebinnnten Simulation und variierter *icfwidth* für den Wert 4. Die absoluten Häufigkeiten des relativen Fehlers sind in rot aufgetragen, während die schwarze Linie eine daran gefittete Gaußfunktion ist.

Des Weiteren wurde, wie bereits erwähnt, auch noch der 68% Containment Radius bestimmt, indem zuerst das Gesamtintegral der entfalteten Himmelskarte berechnet wurde. Dazu wurde dann 68,27% des Integrals errechnet und der dazu passende Radius, um die Quellposition, bestimmt. Auch die einzelnen 68% Radien der Simulationen pro Parameter sind gaußverteilt, so dass hier wieder der Mittelwert betrachtet werden kann. Aufgrund der Artefakte, die teilweise bei der Entfaltung entstanden sind, und den somit negativen Bereichen der Himmelskarte, wurde das Gesamtintegral über die entfalteten Simulationen teilweise 0 und so auch der 68% Radius bei einigen der entfalteten Himmelskarten $r_{68} = 0$. Die Bestimmung des 68% Radius ist also für diese Werte nicht sinnvoll. Deshalb werden im folgenden alle 68% Radien, die den Wert 0 annehmen, vernachlässigt. Auch bei der Berechnung des Mittelwerts werden diese ausgeschlossen. Ein weiteres Problem, das sich durch das sehr grobe Binning der ersten Simulation ergibt, ist, dass man anhand der Radien die Binggrenzen nachvollziehen kann. So ergibt sich zum Beispiel sehr oft der Radius $r_{68} = 0,0283$, was genau der Diagonale eines Bins entspricht, also $0,02 \cdot \sqrt{2} \approx 0,02828$.

Wie erwartet, liegen ein Großteil der Ereignisse an der Stelle des modellierten Peaks, aber aufgrund der Größe der Bins, lässt sich keine feinere Unterscheidung mehr treffen. In Abbildung 4.2 ist, wie zuvor zum relativen Fehler, ein Histogramm zu sehen, in welchem die absoluten Häufigkeiten des 68% Radius eingetragen sind und der Fit einer Gaußfunktion daran. Dies wurde wieder für jede Einstellung des Parametersatzes durchgeführt. Um eine allgemeine Aussage treffen zu können ist die Betrachtung des Mittelwerts über die Simulationen ausreichend. Anhand des Histogramms kann man auch das zuvor erwähnte „Springen der Werte an den Binggrenzen“ erkennen. Die Radien sammeln sich an diskreten Grenzwerten an und ein Teil der möglichen Aussagekraft geht dadurch verloren.

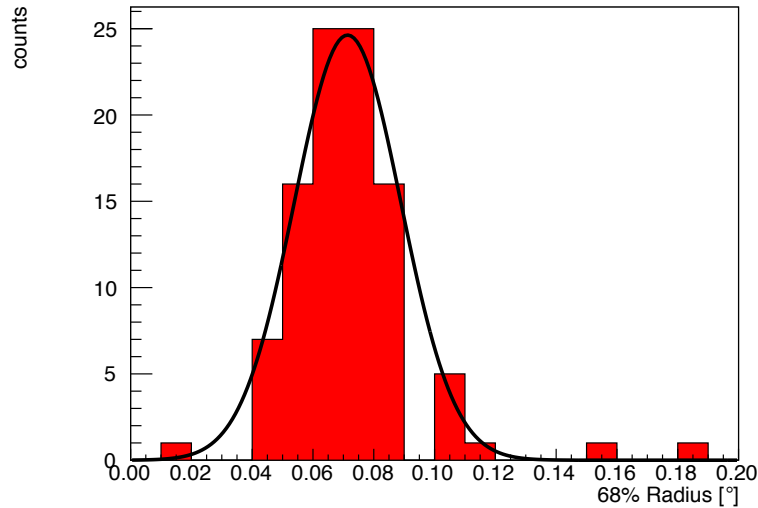


Abbildung 4.2: Das Histogramm in der Abbildung ist zum Parametersatz mit Standardeinstellungen zur groben Simulation, bei dem *default* variiert wurde. Die absoluten Häufigkeiten der 68% Radien sind in rot aufgetragen, während die schwarze Linie der daran gefittete Gauß ist. Der *default* Wert beträgt hier 0,064.

Aufgrund der zuvor geschilderten Problematik mit dem 68% Radius und der Struktur der entfalten Karten, deren Inhalt teilweise stark negativ ist und so den Wert des 68% Radius extrem verfälscht, wurde zur Auswertung der feineren Simulation stattdessen ein Gaußfit gewählt. In Abbildung 4.3 ist eine Karte mit solchen Artefakten, also negativen Regionen, zu sehen. Hier wurde der Parameter *maxiter* variiert mit der Einstellung von 16 Iterationen.

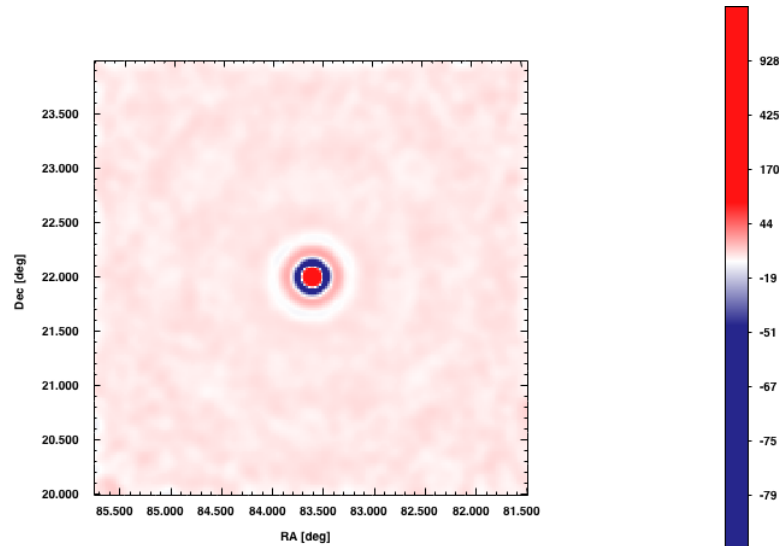


Abbildung 4.3: In der Abbildung ist eine entfaltete Karte für den Parametersatz der groben Simulation, wobei der Parameter *maxiter* variiert wurde, zu sehen, in der starke Artefaktregionen vorliegen, die die Berechnung des 68% Radius verfälschen. Die Skala ist logarithmisch, um die Artefakte zu verdeutlichen.

Für den Gaußfit wird an die entfaltete Himmelskarte eine Gaußfunktion gefittet und deren Breite σ bestimmt. Um einen passenden Vergleichswert zum 68,27% Radius zu finden, wurde die Standardabweichung mit einem Vorfaktor $r_0 \approx 1,5151$, der weiter unten hergeleitet wird,

multipliziert, so dass man beide Größen einander gegenüberstellen kann. Dazu betrachtet man den Quotienten aus dem Integral über die Gaußfunktion von 0 bis zum Radius r_0 , der dem 68% Radius entspricht, geteilt durch das Integral bis ∞ in Zylinderkoordinaten. Dies ergibt dann den Zusammenhang

$$0,6827 = \frac{\int_0^{r_0} \exp\left(-\frac{1}{2}r^2\right) r dr}{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}r^2\right) r dr} \quad (4.2)$$

berechnet man nun diesen Quotienten, dann erhält man

$$0,6827 = \frac{\left[-\exp\left(-\frac{1}{2}r^2\right)\right]_0^{r_0}}{\left[-\exp\left(-\frac{1}{2}r^2\right)\right]_0^{\infty}} = \frac{-\exp\left(-\frac{1}{2}r_0^2\right) + 1}{1} \quad (4.3)$$

Durch Umformen der Gleichung 4.3 nach r_0 ergibt sich

$$r_0 = \sqrt{-2 \ln(1 - 0,6827)} \approx 1,5151 \dots \quad (4.4)$$

Mit dem Zusammenhang

$$r_{68} = r_0 \cdot \sigma \quad (4.5)$$

und der Annahme, dass $r_0 = 1,5151 \dots$ ist, bekommt man nun den Faktor, um die Standardabweichung so zu gewichten, dass man sie mit dem 68% Radius vergleichen kann. Mithilfe dieser Auswertung ist es dann möglich die optimale Einstellung zu finden.

Auch die Ergebnisse des Gaußfit an die entfaltenen Himmelskarten sind mit einer Gaußverteilung verträglich, weswegen in der weiteren Auswertung der Mittelwert des daraus berechneten 68% Radius verwendet wird. In der Abbildung 4.4 sind für einen beispielhaften Parametersatz, in diesem Fall *aim*, für eine bestimmte Einstellung, ein Histogramm zu sehen, an das ein Gauß gefittet wurde.

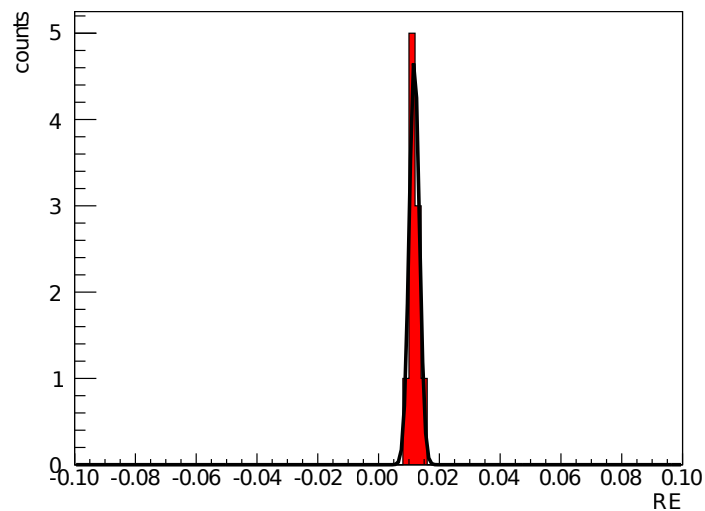


Abbildung 4.4: Der Parametersatz zur Entfaltung der feinen Simulation, bei dem *aim* mit dem Wert 0,00125 variiert wurde, ist in diesem Histogramm aufgetragen. Die absoluten Häufigkeiten des Gaußfits sind in rot gehalten, während die schwarze Linie der daran gefittete Gauß ist. Insgesamt wurden 10 Himmelskarten ausgewertet.

Für die fein gebinnte Simulation wurde auch der relative Fehler ausgewertet. Aus Zeitgründen wurden in dieser Arbeit anstatt der 99 erstellten Simulationen nur 10 entfaltet. Die einzelnen relativen Fehler der entfaltenen feinen Simulationen passen zur Gaußverteilung, weswegen die Betrachtung des Mittelwerts zur Bestimmung des Optimums gerechtfertigt ist. In Abbildung 4.5 ist ein Beispiel für ein Histogramm zu sehen, in welchem die einzelnen relativen Fehler aufgetragen wurde. In diesem Fall handelt es sich um den Parameter `nscales` für den Wert 4.

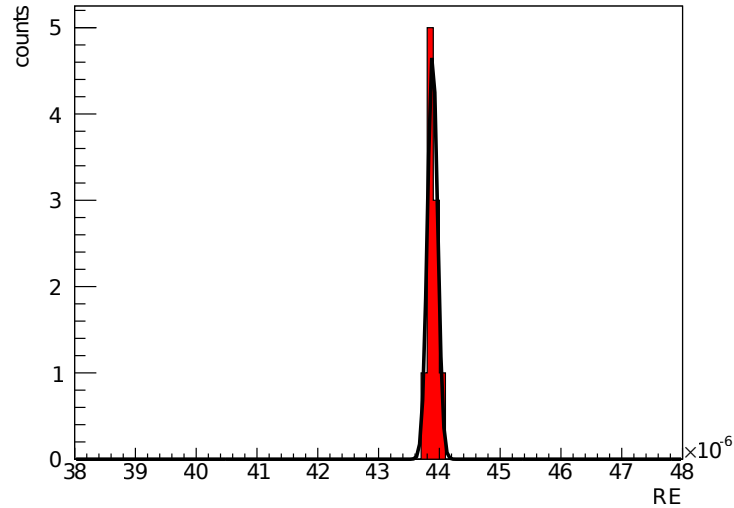


Abbildung 4.5: Das Histogramm in der Abbildung ist zum Parametersatz der feinen Simulation, wobei der Parameter `nscales` mit dem Wert 4 variiert wurde. Die absoluten Häufigkeiten des relativen Fehlers sind in rot aufgetragen, während die schwarze Linie der daran gefittete Gauß ist. Insgesamt wurden 10 Himmelskarten ausgewertet.

4.2 Parameter

In Abschnitt 3.2 wurde die Bedeutung der Parameter, wie sie im Handbuch (Gull *et al.*, 1991) beschrieben wurden, erläutert. Im Folgenden wird auf das genaue Vorgehen beim Testen der Parameter eingegangen. Die Parameter wurden mit zwei verschiedenen Simulationen getestet. Zuerst wurden die Standardeinstellungen aus dem Handbuch (Gull *et al.*, 1991) genommen und als Einstellung für die Entfaltung der groben ersten Simulation gewählt, während ein Parameter im ersten Testbereich variiert wurde.

Die durch die Auswertung der entfalteten Karten der ersten groben Simulation gewonnenen Optimalwerte, wurden dann als neue Einstellungen für die Entfaltung der feinen Simulation gewählt, während wieder ein Parameter im neuen Testbereich variiert wurde. Daraus ergab sich dann der letztendliche optimale Parametersatz dieser Arbeit.

Die Standardeinstellungen sind für alle Parameter in der Tabelle 4.1 aufgezählt. Diese wurden für alle Entfaltungen der groben Simulation verwendet, wobei jeweils ein Parameter in seiner Einstellung variiert wurde.

Tabelle 4.1: *Standardeinstellungen der Parameter für die Entfaltung der groben Simulationen und deren Testbereiche*

Parameter	Standardwert	Testbereich
icfwidth	1	0 – 9
default	1	0,001 – 1,024
nscals	7	1 – 8
aim	1	0,001 – 1,024
maxiter	100	1 – 2048
nsample	3	1 – 10
noise	10^{-6}	10^{-9} – 10^{-1}

Die Grundeinstellung der Parameter im zweiten Durchlauf mit den feinen Simulationen sind in Tabelle 4.2 dargestellt, dabei wurde immer ein Parameter in seinen Einstellungen variiert. Es sind die Optimalwerte aus der Entfaltung der groben Simulation.

Tabelle 4.2: *Grundeinstellungen der Parameter für die Entfaltung der feinen Simulationen und deren Testbereiche*

Parameter	Grundeinstellung	Testbereich
icfwidth	1	0 – 5
default	0,001	0,0005 – 0,0020
nscals	1	1 – 5
aim	0,001	0,0005 – 0,0020
maxiter	100	1 – 8192
nsample	3	1 – 5
noise	10^{-6}	10^{-8} – 10^{-4}

4.2.1 Icfwidth

Im Folgenden wird nun die Auswertung des Parameters `icfwidth` besprochen. Dabei werden die entfalteten Karten betrachtet und für die verschiedenen Einstellungen des Parameters `icfwidth` ein Optimalwert gesucht. Der Standardwert liegt hier bei 1, und das Testintervall wurde mit einem Bereich von 0 bis 9 angesetzt.

Zur Auswertung des Parameters wird zuerst die Simulation mit dem groben Binning und den 99 erstellten Karten herangezogen. Sie stellt eine Grundlage dar, um daran einen vorläufigen Optimalwert bei Standardeinstellung der restlichen Parameter bestimmen zu können. In diesen Fall wurde `icfwidth` variiert. Der optimale Wert wurde auf zwei verschiedene Weisen bestimmt. Zum einen mithilfe der Bestimmung des relativen Fehlers und zum anderen mit dem 68% Radius.

Im Abschnitt 4.1 wurde bereits erläutert, dass aufgrund der gaußverteilten Werte die Mittelwerte betrachtet werden können. Die Mittelwerte des relativen Fehlers der entfalteten Simulationen sind in Abbildung 4.6 zu sehen. Hierzu wurde der relative Fehler mithilfe der Formel 4.1 berechnet und die Einzelwerte aufaddiert und dann über die Anzahl der entfalteten Simulationen gemittelt. Als Vergleichswert und Überprüfung der Entfaltung, wurden die relativen Fehler der unentfalteten Simulationen berechnet und als rote Linie eingezeichnet. Der Parameter `icfwidth` ist der einzige Parameter für den der nullte Wert nicht als Vergleichswert der unentfalteten Simulationen eingetragen wurde, sondern nur als rote Linie, da die Parametereinstellung 0 ebenfalls getestet wurde. Alle Werte der entfalteten Karten sind durchweg kleiner, als die Werte der unentfalteten Simulationen. Allerdings ist der Einfluss des Parameters in diesem Wertebereich vernachlässigbar, wie man an dem konstanten Verlauf erkennen kann. Es lässt sich also kein Optimalwert aus dem gewählten Bereich herausarbeiten. In y-Richtung hingegen wurde mit der Formel 4.6 die Standardabweichung errechnet und als Fehler angegeben.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}} \quad (4.6)$$

Summiert wird über die einzelnen Messwerte X_i und \bar{X} ist der berechnete Mittelwert, der von ihnen abgezogen wird.

Die Auswertung des 68% Containment Radius ist in Abbildung 4.7 zu sehen. Die rote Vergleichslinie, die den Wert des 68% Radius der unentfalteten Simulation hat, zeigt, dass alle Radien nach der Entfaltung kleiner geworden sind. Die Entfaltung hat also eine Verringerung des 68% Radius bewirkt. Wirklich aussagekräftig ist jedoch die Auswertung des 68% Radius nicht, da aufgrund des groben Binnings keine feinere Abstufung der Radien möglich ist. Auch hier ist kein Optimalwert zu finden und, da alle einzelnen Radien der Simulationen den gleichen Wert haben, wird der Fehler auch in y-Richtung 0.

Aus den Ergebnissen dieser beiden Auswertungen kann man keinen vorläufigen optimalen Wert schließen. Der Parameter `icfwidth` scheint im getesteten Bereich keinen großen Einfluss auf die Entfaltung zu haben. Aufgrund des groben Binnings ist es jedoch auch schwierig eine Aussage zu treffen. Die letztendliche Bestimmung des Optimalwerts wird mithilfe der feineren Simulation durchgeführt, wobei die jeweiligen vorläufigen Optimalwerte, oder falls kein Einfluss gefunden wurde, die Standardwerte die neuen Startwerte der Entfaltung werden. In diesen Fall ist die Grundlage jedoch die Entfaltung der fein gebinnnten Simulation und, obwohl 99 Simulationen erstellt wurden, wurden in dieser Arbeit aus Zeitgründen nur 10 Simulationen betrachtet.

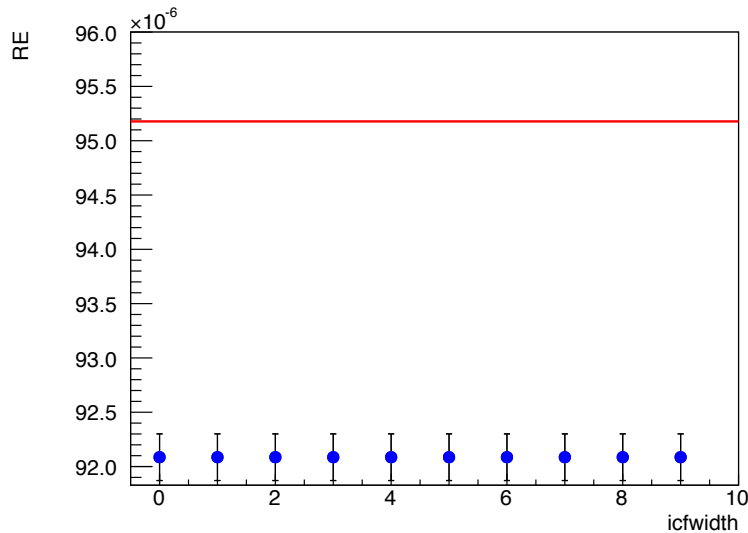


Abbildung 4.6: In blau sind die Mittelwerte des relativen Fehlers, der entfalteten 99 grob gebinnnten Simulationen, über die getesteten Einstellungen des Parameters `icfwidth` aufgetragen. Die rote Linie zeigt zum Vergleich die Mittelwerte des relativen Fehlers der unentfalteten Simulationen.

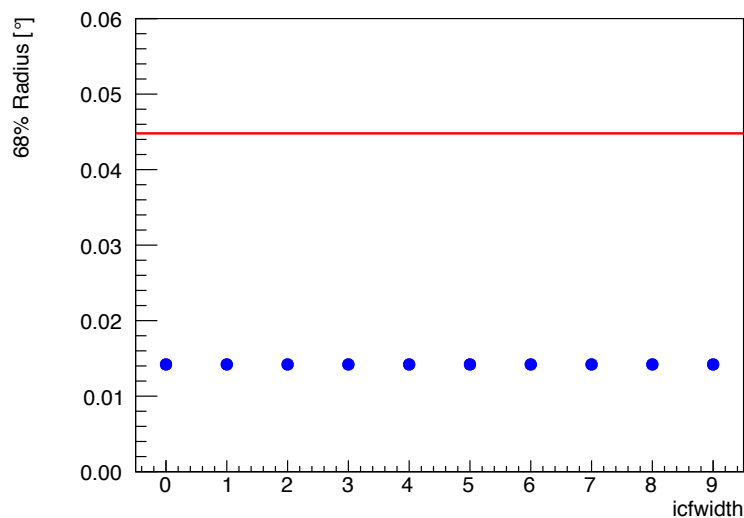


Abbildung 4.7: In blau sind die Mittelwert des 68% Radius als Funktion des Wertes vom `icfwidth` aufgetragen. Die rote Linie zeigt zum Vergleich den 68% Radius der unentfalteten groben Simulationen.

Da aus der Entfaltung der ersten Simulation kein vorläufiger optimaler Parameter gewonnen werden konnte, ist der Startwert für `icfwidth` die Standardeinstellung mit dem Wert 1. Das gewählte Intervall zur Bestimmung des Optimums erstreckt sich von 0 bis 5 und testet insgesamt 6 Werte. Die Mittelwerte des relativen Fehlers der entfalteten Karten wurde, wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, bestimmt und sind in Abbildung 4.8 zu sehen. In blau sind die Mittelwerte des relativen Fehlers der entfalteten Simulationen zu den Einstellungen des Parameters `icfwidth` zu sehen. Die rote Linie zeigt den Vergleich zu dem Mittelwert der relativen Fehler der unentfalteten Simulationen. Es lässt sich jedoch ein Minimum bestimmen. Im rechten Bild der Abbildung 4.8 ist klar zu erkennen, dass das Optimum bei 1 liegt. In y-Richtung wurden sie mit der Formel 4.6 bestimmt. Man kann jedoch deutlich erkennen, dass die Fehlerbalken gerade bei den kleinen Werten extrem groß sind. Dies vermindert die Aussagekraft des gefundenen Minimums.

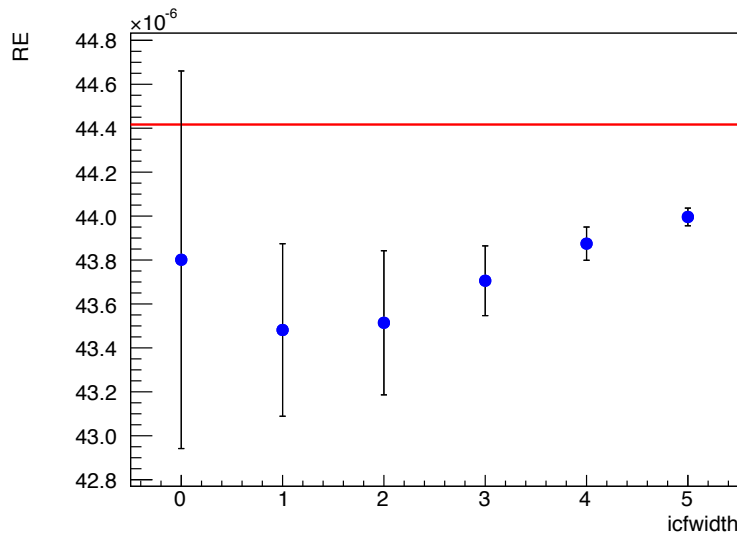


Abbildung 4.8: Es sind in blau die relativen Fehler für die einzelnen Parametereinstellungen von *icfwidth* zu sehen. Die rote Linie stellt den Vergleichswert der relativen Fehler der unentfalteten fein gebinneten Simulationen dar.

Abgesehen vom relativen Fehler wird die feine Simulation zusätzlich mit einem Gaußfit ausgewertet. Im Abschnitt 4.1 wurde das Vorgehen dazu genauer beschrieben. In Abbildung 4.9 sind die Parametereinstellungen gegen den berechneten 68% Radius aufgetragen. Das Minimum liegt hier bei der Parametereinstellung 0, was nicht dem zuvor mit dem relativen Fehler bestimmten Optimum, das bei 1 lag, entspricht. Der Parameter *icfwidth* macht eine Aussage über die Verschmierung des Peaks, der aber hier möglichst schmal werden soll. Am Besten wäre es, wenn der Peak möglichst unverschmiert ist, was in diesem Fall für 0 zutrifft.

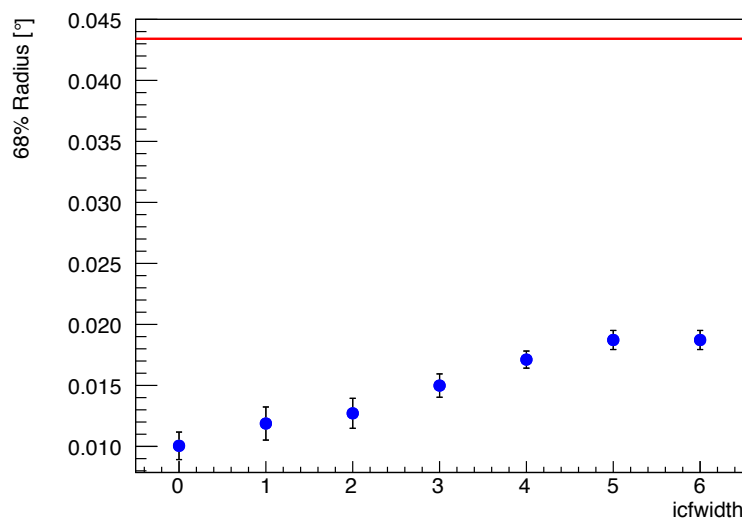


Abbildung 4.9: Die 68% Radien des Gaußfits an die entfaltenen Karten für verschiedene Einstellungen des Parameters *icfwidth* sind in blau zu sehen. Die rote Linie ist das Ergebnis der unentfalteten Karten der feinen Simulation.

4.2.2 Default

Der Parameter **default** hat eine Standardeinstellung von 1 und wurde im Bereich von 0,001 bis 1,024 getestet, da sich der Testbereich zuvor als sinnvoll erwiesen hat, wobei die Schrittweite $2^x \cdot 0,001$ war. Die errechneten Mittelwerte der relativen Fehler der entfaltenen Simulationen sind in Abbildung 4.10 zu sehen. Das Ergebnis des relativen Fehlers ergibt eindeutig ein Minimum bei der Parametereinstellung von 0,001. Für die Auswertung wurde, als Vergleichswert, der Wert der unentfalteten Karten für $x = 0$ aufgetragen. Einzige Ausnahme ist der Parameter **icfwidth**.

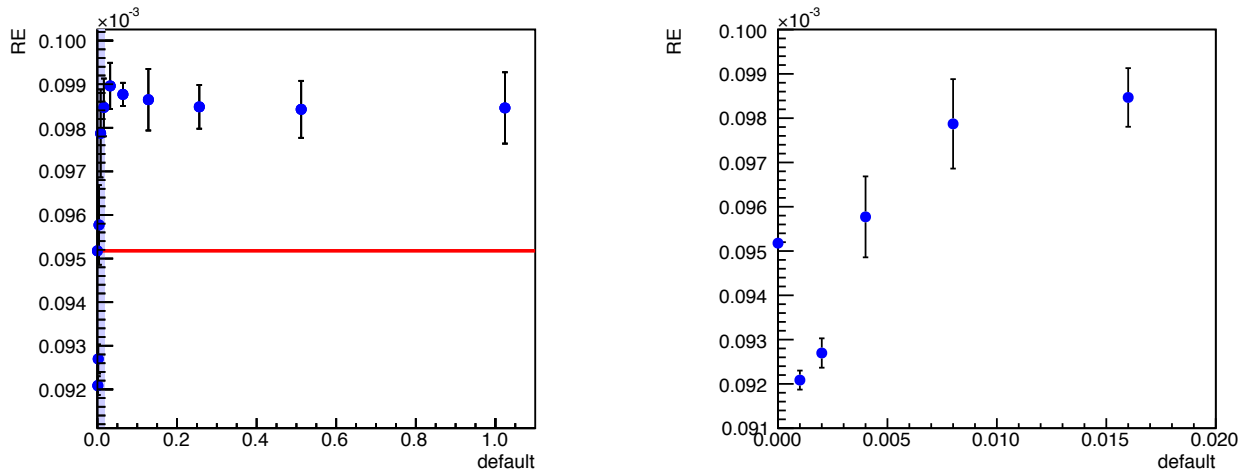


Abbildung 4.10: Im linken Bild sind in blau die Mittelwerte des relativen Fehlers gegen die getesteten Einstellungen des Parameters **default** aufgetragen. Die rote Linie ist der relative Fehler der unentfalteten grob gebinneten Simulation. Rechts ist noch einmal der interessante Bereich zu sehen, der im linken Bild blau hinterlegt wurde.

Der 68% Radius dieser ersten Auswertung der entfaltenen Karten der groben Simulation ist in Abbildung 4.11 zu sehen. Das Minimum ergibt sich hier analog zum relativen Fehler. Für kleine Werte des Parameters **default** liegen die 68% Radien unterhalb des Vergleichswerts der unentfalteten Karte, während für höhere Werte des Parameters (ab 0,032) die 68% Radien oberhalb des Vergleichswerts liegen.

Die Entfaltung der fein gebinneten Simulationen wurde nun benutzt, um das letztendliche Optimum zu bestimmen. Da 0,001 als Startparameter benutzt wurde, wurde auch ein Bereich um diesen Parameter herum gewählt. Letztendlich wurde bei dieser Entfaltung ein Bereich von $5 \cdot 10^{-4}$ bis 0,002 betrachtet, wobei die Werte immer um $25 \cdot 10^{-5}$ erhöht wurden. Die Auswertung des relativen Fehlers ist in Abbildung 4.12 zu sehen. Der erste Wert bei der Einstellung von 0,0005 ist das Minimum und somit der optimale Wert der Auswertung. Wie man sieht befindet sich der Optimalwert an der Scangrenze, also liegt das Minimum eventuell bei einem noch geringeren Wert. Der Abfall in Richtung des Optimalwerts würde zusätzlich dafür sprechen den Testbereich zu erweitern.

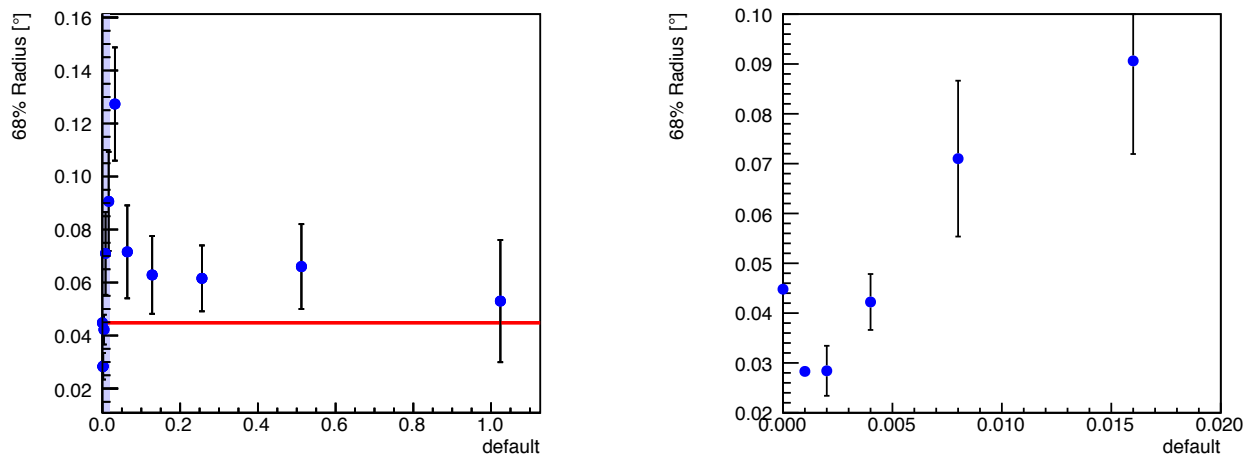


Abbildung 4.11: Die Mittelwerte der 68% Radien sind im linken Bild gegen die verschiedenen Einstellungen des Parameters `default` aufgetragen. Die rote Linie soll einen Vergleichswert liefern, indem sie den 68% Radius der unentfalteten groben Simulationen darstellt.

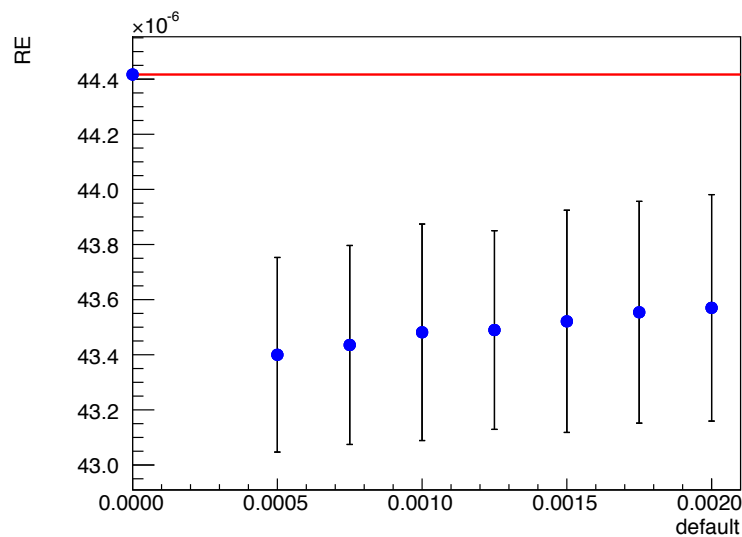


Abbildung 4.12: Die relativen Fehler sind in blau zu sehen, die gegen die einzelnen Parametereinstellungen des Parameters `default` aufgetragen wurden. Die rote Linie ist wieder als Vergleichswert eingetragen und ist der Wert des RE der feinen Simulationen.

Zusätzlich zum relativen Fehler wurde noch ein Gaußfit an die entfalteten Karte bestimmt. Die Auswertung des Gaußfits ist in Abbildung 4.13 zu sehen, wobei ein Minimum bei 0,00125 liegt. Dies stimmt nicht mit dem Optimalwert des relativen Fehlers überein, der bei 0,0005 liegt. Die Ergebnisse des 68% Radius liegen hier sehr nahe beieinander und die Fehlerbalken sind so groß, dass eigentlich eine aussagekräftige Bestimmung des Minimums nicht möglich ist. Trotzdem wurde als Optimum 0,00125 gewählt.

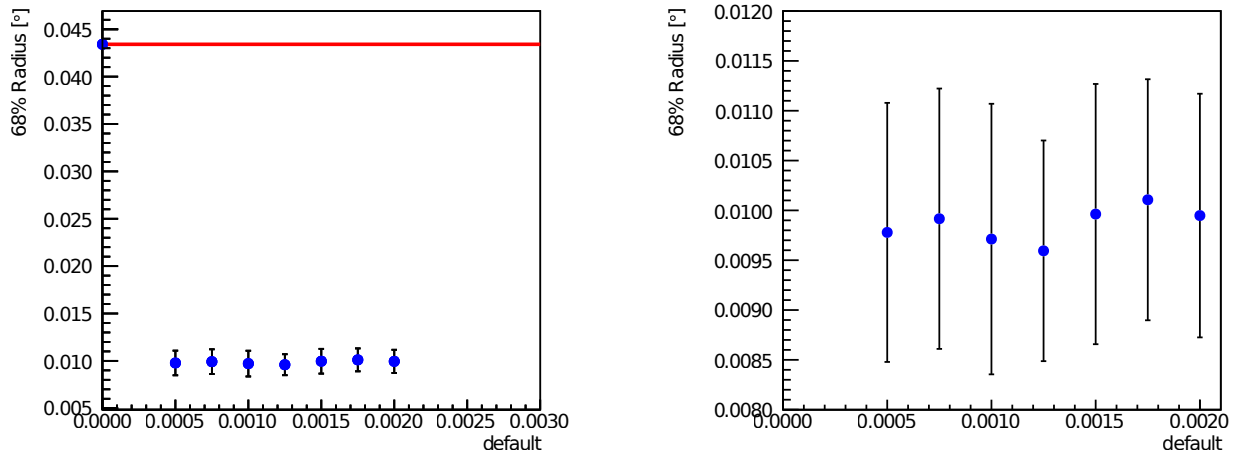


Abbildung 4.13: Links sind die 68% Radien für den Parameter *default* in blau zu sehen. Die rote Linie ist der Wert des 68% Radius der unentfalteten feinen Simulationen.

4.2.3 Aim

Die Standardeinstellung des Parameters *aim* liegt bei 1, wobei er in einem Bereich von 0,001 bis 1,024 getestet wurde. Der Testbereich hat sich zuvor als sinnvoll erwiesen. Die Auswertung des relativen Fehlers für die Entfaltung der groben Simulationen ist in Abbildung 4.14 zu sehen. Der Wert, der sich als vorläufiger Optimalwert ergibt, liegt bei 0,001. Die Fehlerbalken in y-Richtung wurden mit der Formel 4.1 berechnet und schwanken sehr stark. Es lässt sich jedoch eine gute Aussage über das Minimum anhand des relativen Fehlers treffen.

Zusätzlich wurde für die grobe Simulation der 68% Radius ausgewertet. In Abbildung 4.15 sind die Mittelwerte des 68% Radius gegen die verschiedenen Parametereinstellungen aufgetragen. Das Optimum ergibt sich analog zu dem des relativen Fehlers (mit unvollständigen Fehlerbalken).

Die feine Simulation erhält also den Startwert von 0,001 und wurde im Bereich von $5 \cdot 10^{-4}$ bis 0,002 getestet, wobei die Werte immer um $25 \cdot 10^{-5}$ erhöht wurden. Die Auswertung des relativen Fehlers ist in Abbildung 4.16 zu sehen, wobei sich jedoch kein Minimum ergibt. Entweder hat der Parameter in diesem Bereich keinen Einfluss oder der relative Fehler lässt keine Aussage zu.

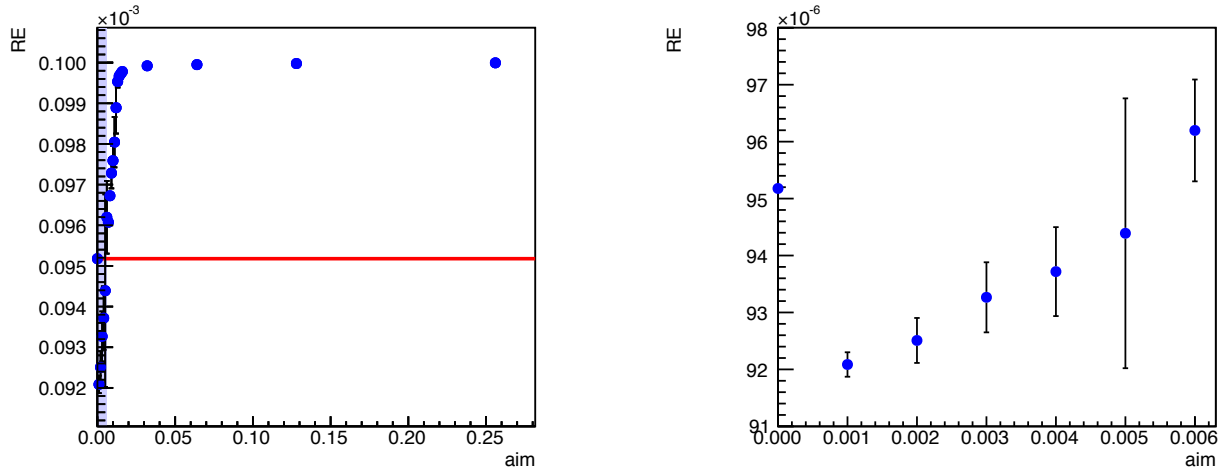


Abbildung 4.14: In blau sind links die Mittelwerte des relativen Fehlers gegen die Einstellungen des Parameters *aim* aufgetragen. Dabei ist die rote Linie der relative Fehler der unentfalteten grob gebinnnten Simulationen. Der blau hinterlegte interessante Bereich ist rechts noch einmal genauer zu sehen.

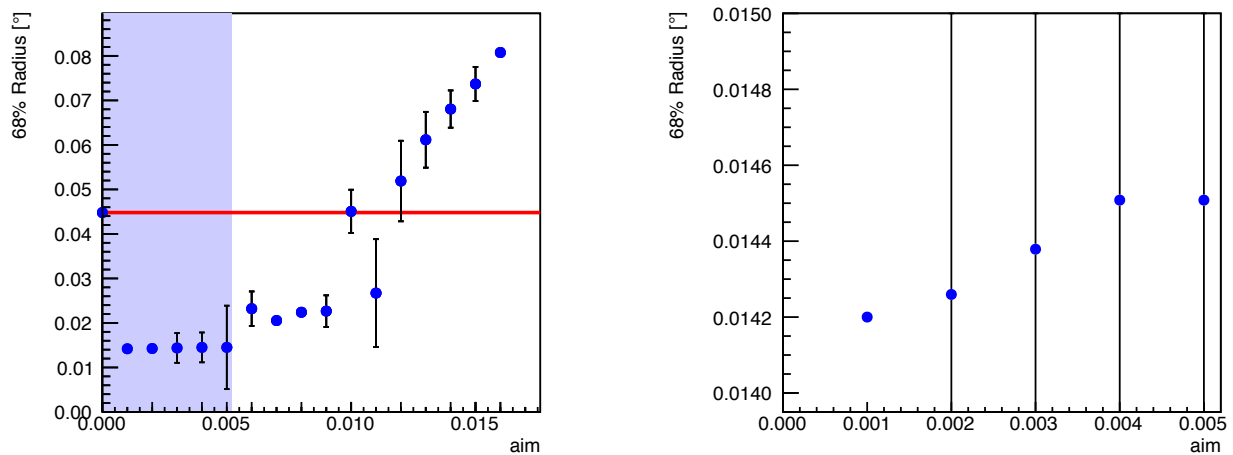


Abbildung 4.15: In blau sind in der linken Abbildung die Mittelwerte des 68% Radius gegen die Einstellungen des Parameters *aim* aufgetragen. Die rote Linie zeigt den Vergleichswert der unentfalteten groben Simulationen. Rechts ist der zuvor blau hinterlegte, interessante Bereich genauer zu sehen.

Um dies genauer zu betrachten, wurde noch zusätzlich ein Gaußfit an die entfalteten Karten durchgeführt und der 68% Radius bestimmt, was in Abbildung 4.17 zu sehen ist. Auch anhand des Gaußfits lässt sich kein Optimalwert angeben, da auch hier keine signifikante Variation der Werte vorliegt, was bedeutet, dass der Parameter *aim* in diesem Wertebereich keinen Einfluss auf die Entfaltung der feinen Simulation hat.

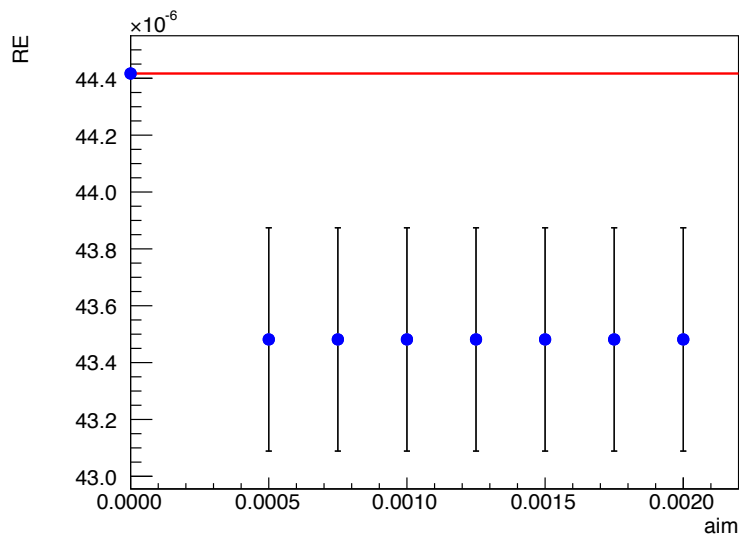


Abbildung 4.16: Die Mittelwerte des relativen Fehlers wurden in blau gegen die Parametereinstellungen von *aim* aufgetragen. Die rote Linie stellt den Wert der unentfalteten feinen Simulationen dar.

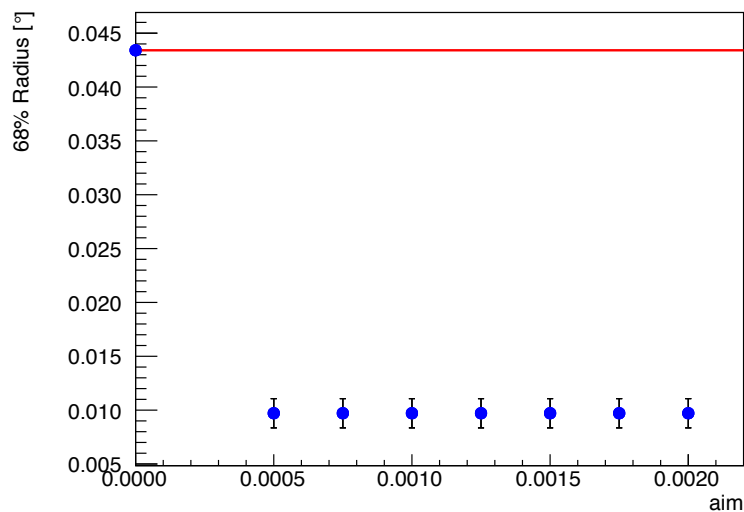


Abbildung 4.17: In blau sind die Mittelwerte der 68% Radien gegen die Parametereinstellungen von *aim* aufgetragen. Die rote Linie ist der Vergleichswert, der den 68% Radius der unentfalteten feinen Simulationen angibt.

4.2.4 Nscales

Um den vorläufigen Optimalwert des Parameters `nscales` zu bestimmen, wurden wieder die Mittelwerte des relativen Fehlers und der 68% Radius berechnet. Der Standardwert beträgt 7 und der Parameter wurde im Bereich von 1 bis 9 getestet. Die Entfaltung wurde mit den Startwerten, die in Tabelle 4.1 angeführt sind, durchgeführt. Die bestimmten Mittelwerte der relativen Fehler zu jedem der einzelnen Parametereinstellungen sind in der Abbildung 4.18 zu sehen. Der Vergleichswert, der unentfalteten Simulationen, der mithilfe der roten Linie angegeben wurde, zeigt, dass jeder der Werte kleiner ist. Der erste Wert bei 1 ist als Minimum, und somit vorläufiges Optimum, gut zu erkennen.

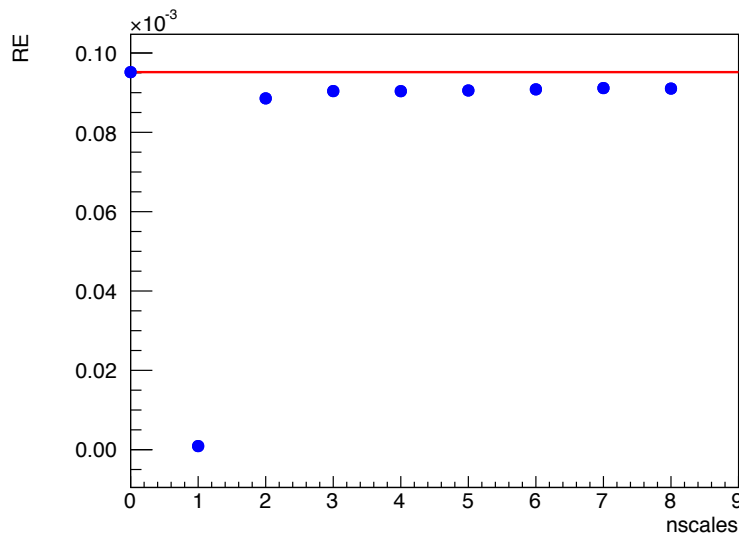


Abbildung 4.18: In blau sind die Mittelwerte der relativen Fehler des variierten Parameters `nscales` über 99 Simulationen zu sehen. Die rote Linie ist zum Vergleich und stellt die relativen Fehler der unentfalteten groben Karten dar.

Auch für `nscales` wurde der 68% Radius der verschiedenen Parametereinstellungen ausgewertet, was in Abbildung 4.19 zu sehen ist. Für die Parametereinstellungen liegen die entfaltenen Werte unter denen der unentfalteten Simulationen. Das Binning ist jedoch zu grob, um eine wirkliche Aussage über den 68% Radius treffen zu können. Die Binninggrenzen verhindern die Berechnung von kleineren Radien, die an dieser Stelle vonnöten wären. Aus diesem Grund ist das Ergebnis des relativen Fehlers weiterverwendet worden, der im Gegensatz zum 68% Radius, ein Ergebnis liefern konnte. Die Fehler sind hier gleich 0, da sich für die einzelnen Werte immer der gleiche Wert ergab.

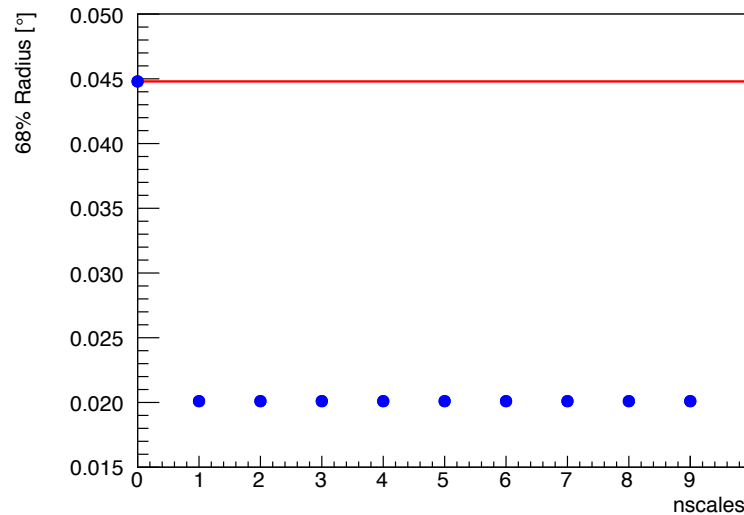


Abbildung 4.19: Die Mittelwerte des 68% Radius des variierten Parameters *nscales* sind in blau abgebildet, während die rote Linie die unfalteten groben Simulationen darstellt.

Nachdem nun ein vorläufiges Optimum bestimmt wurde, wird auch noch ein Bereich um dieses mit den Starteinstellungen aus Tabelle 4.2 und der feineren Simulation entfaltet. Der Bereich, der für *nscales* getestet wurde, geht von 1 bis 5. In Abbildung 4.20 ist die Auswertung des relativen Fehlers zu sehen. Die Mittelwerte der relativen Fehler der entfalteten Karten liegen alle unterhalb der Vergleichslinie der Simulationen. Es lässt sich bei genauerer Betrachtung ein Minimum bei dem Wert 1 erkennen, der den Optimalwert, bei den gegebenen Startbedingungen, darstellt.

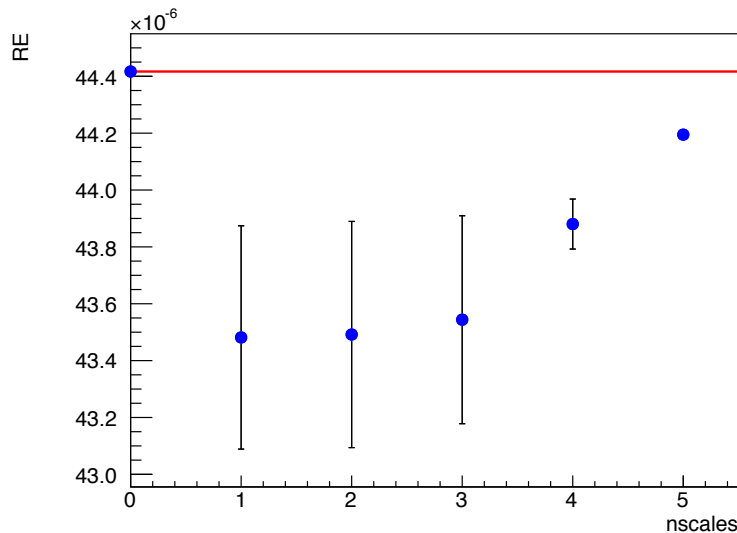


Abbildung 4.20: Links sind die relativen Fehler des variierten Parameters *nscales* der entfaltenen feinen Simulationen in blau und der Vergleichswert als rote Linie aufgetragen.

Der Parameter `n scales` wurde auch noch mithilfe des Gaußfits ausgewertet. Für diesen ergaben sich die in Abbildung 4.21 ablesbaren Werte für den 68% Radius. Das Minimum und somit der Optimalwert liegt, wie auch bei der Auswertung durch den relativen Fehler, bei 1. Die Fehlerbalken sind hier ebenfalls an dieser Stelle so groß, dass eine verlässliche Aussage über den Optimalwert nicht möglich ist. Trotzdem wird 1 im Weiteren als dieser genommen.

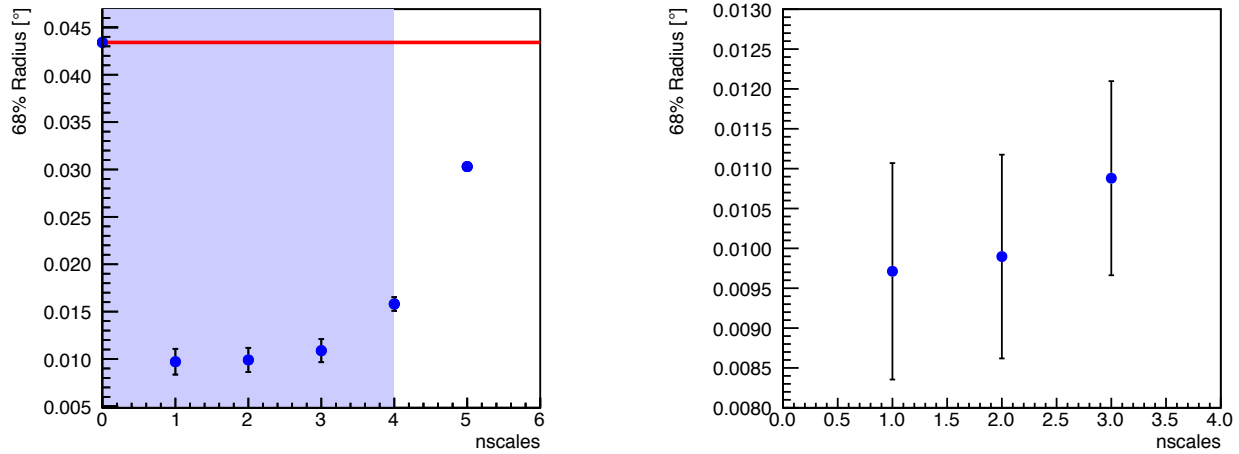


Abbildung 4.21: Links sind die Mittelwerte der 68% Radien gegen die einzelnen Parametereinstellungen für `n scales` in blau aufgetragen. Die rote Linie ist der 68% Radius der unentfalteten feinen Simulationen. Rechts ist der blau hinterlegte Bereich genauer zu sehen, um ein Minimum ablesen zu können.

4.2.5 Nsample

Wie bei den Parametern zuvor wurde auch für `nsample` zuerst die Entfaltung der groben Simulation betrachtet, um einen geeigneten Startwert für die Entfaltung der feinen Simulation zu finden. Der Standardwert ist für diesen 3 und der Bereich, der getestet wurde, erstreckt sich von 1 bis 10. Die Auswertung der Mittelwerte des relativen Fehlers der entfalteten Simulationen ist in Abbildung 4.22 zu sehen. Obwohl kein minimaler Wert zu finden ist, liegen alle Werte unterhalb des Vergleichswertes der unentfalteten Simulationen.

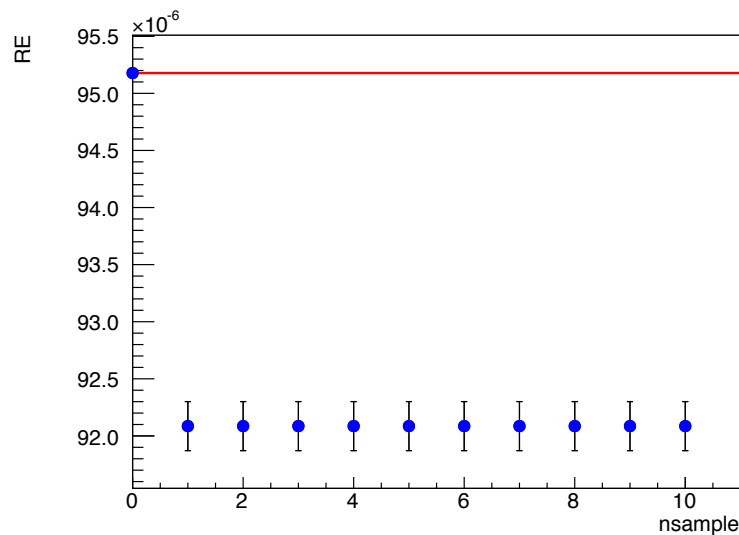


Abbildung 4.22: Der Mittelwert der relativen Fehler der verschiedenen Parametereinstellungen von `nsample` ist in blau abgebildet. Die rote Linie stellt den relativen Fehler der unentfalteten groben Simulationen dar, um einen direkten Vergleichswert zu haben.

Die Auswertung des 68% Radius ergibt, wie nach der Auswertung des relativen Fehlers erwartet, ebenfalls keinen Optimalwert, wie in Abbildung 4.23 zu sehen ist. Die einzelnen Einstellungen des Parameters `nsample` liegen alle unterhalb des Vergleichswerts der unentfalteten Simulationen. Der Parameter hat in diesem Wertebereich keinen Einfluss auf die Entfaltung, was auch eine sinnvolle Annahme ist, da, wie zuvor in Abschnitt 3.2 beschrieben, mithilfe des Parameters `nsample` die Anzahl der Proben, die zur Entfaltung genommen werden sollen, festgelegt wird. Daraus ergeben sich dann Standardabweichung und Erwartungswert des entfalteten Bildes. Also sollte folglich die Entfaltung auch unabhängig von diesem Parameter sein. Aus diesem Grund wird zur Entfaltung mit der feineren Simulation der Standardwert als Startwert verwendet.

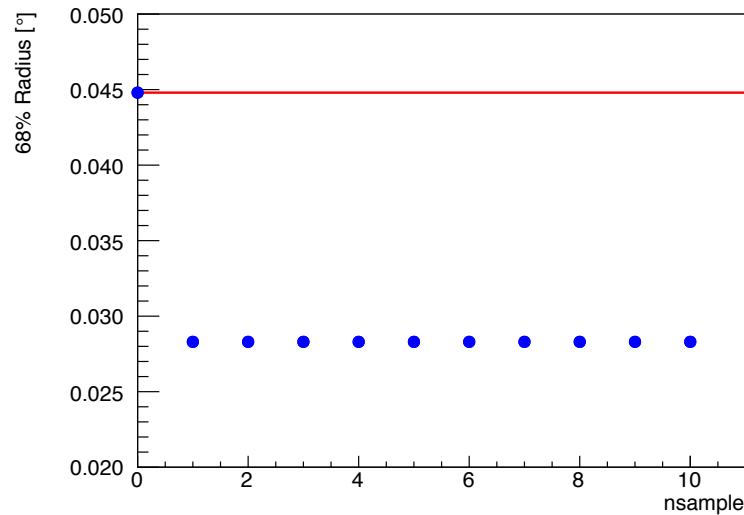


Abbildung 4.23: Die Mittelwerte der 68% Radien sind in blau abgebildet. Zum Vergleich der verschiedenen Einstellungen des Parameters `nsample`, wurde der 68% Radius der groben Simulationen als rote Linie gezeichnet.

Die feine Simulation wird unter anderem mittels des relativen Fehlers ausgewertet, was in Abbildung 4.24 zu sehen ist. Obwohl alle Werte unterhalb des Wertes der unentfalteten Karten liegen, kann man wiederum kein Minimum und somit keinen optimalen Wert bestimmen. Die Schlussfolgerung, die sich dadurch ergibt, ist, dass der Parameter `nsample` keinen Einfluss auf die Entfaltung hat, wie zuvor erwähnt, ist dies auch zu erwarten.

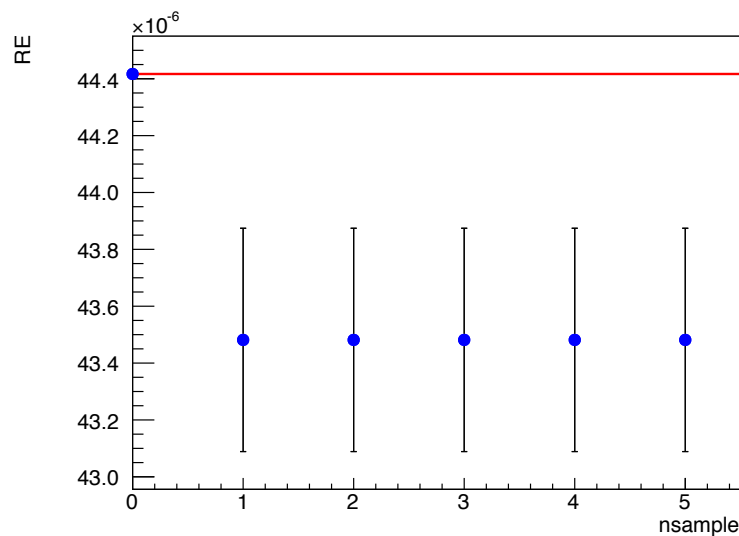


Abbildung 4.24: In blau sind die Mittelwerte des relativen Fehlers der feinen Simulation abgebildet. Der Parameter `nsample`, der hier ausgewertet wurde, steht im Vergleich zu den unentfalteten feinen Simulationen, die als rote Linie aufgetragen wurden.

Die Auswertung des Gaußfits bestätigte diese Annahme, da sich auch hier kein optimaler Wert, wie in Abbildung 4.25 zu sehen ist, ablesen lässt.

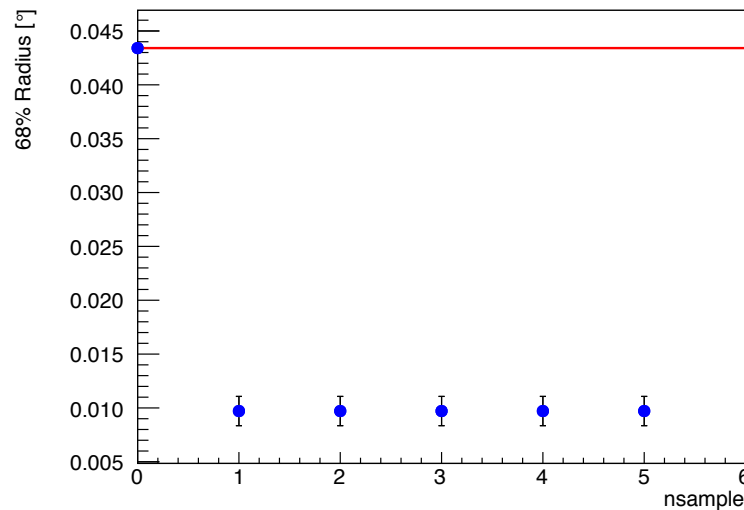


Abbildung 4.25: Die verschiedenen getesteten Parametereinstellungen sind in blau gegen die Mittelwerte der 68% Radien des Parameters `nsample` aufgetragen. Die rote Linie ist der 68% Radius der unentfalteten feinen Simulationen.

4.2.6 Noise

Für den Parameter `noise` liegt der Standardwert bei 10^{-6} . Der Wert für den Parameter `noise` wurde für die beiden Simulationssätze berechnet. Für die groben Simulationen liegen die Werte bei $5 \cdot 10^{-5}$, während sie für die feinen Simulationen $2 \cdot 10^{-5}$ betragen. Sie passen folglich zu den getesteten Bereichen. Der relative Fehler und der 68% Radius wurden für den Bereich 10^{-9} bis 10^{-1} in Zehnerpotenzschritten ausgewertet. Für den relativen Fehler sind die Ergebnisse in der Abbildung 4.26 zu sehen, wobei das Minimum bei 10^{-5} liegt. Da aber in diesen Fall die Werte so nah beieinander liegen und die Fehlerbalken vergleichsweise sehr groß sind, kann man keine Aussage über das Minimum treffen und es wird als vorläufiger Optimalwert der Standardwert beibehalten, der bei 10^{-6} liegt. Alle Werte liegen unterhalb des Vergleichswerts der unentfalteten Simulationen. Die Fehler der y-Achse sind, wie auch zuvor, über die Standardabweichung bestimmt worden, die mithilfe der Formel 4.6 berechnet worden ist.

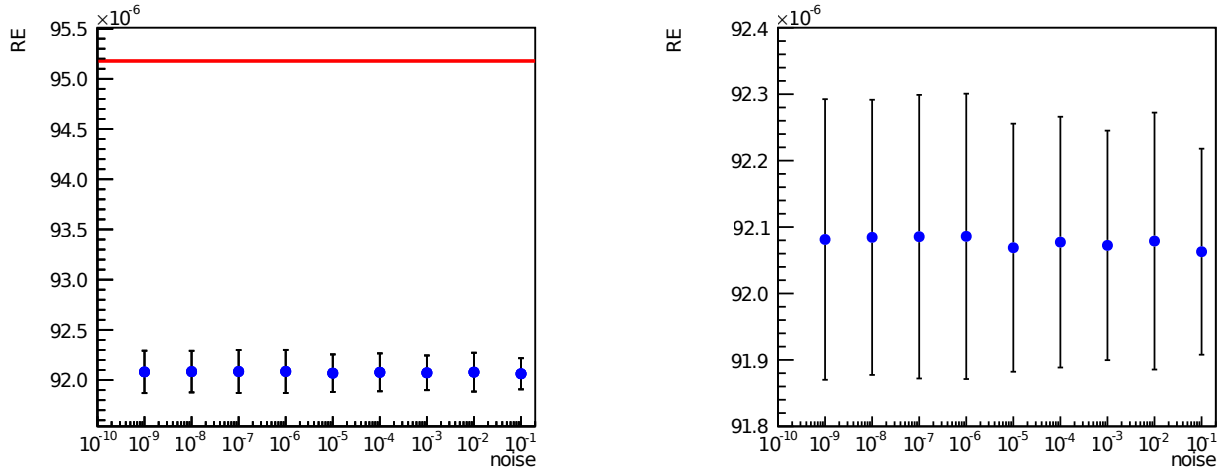


Abbildung 4.26: Die Mittelwerte des relativen Fehlers sind in blau logarithmisch gegen die Einstellungen des Parameters *noise* aufgetragen. Links ist noch zusätzlich eine rote Linie eingezeichnet, diese ist der Mittelwert des relativen Fehlers der unentfalteten groben Simulationen. Rechts sind die Werte noch einmal genauer zu sehen, so dass ein Minimum der verschiedenen Parametereinstellungen leichter zu erkennen ist.

Zusätzlich wurde auch hier wieder der 68% Radius ausgewertet, wie in Abbildung 4.27 gezeigt. Statt eines Minimums kristallisieren sich zwei Radien heraus, die mehrmals angenommen werden. Minimal wären hier die Werte 10^{-8} , 10^{-7} , 10^{-5} , 10^{-4} und 10^{-3} . In Abschnitt 4.1 wurde schon erwähnt, dass das Binning sich teilweise anhand der Auswertung nachvollziehen lässt, was bedeutet, dass der 68% Radius Werte annimmt, die den Binninggrenzen entsprechen. Es lässt sich also keine Aussage mithilfe des 68% Radius treffen, so dass der Standardwert als Optimalwert für das weitere Vorgehen benutzt wird.

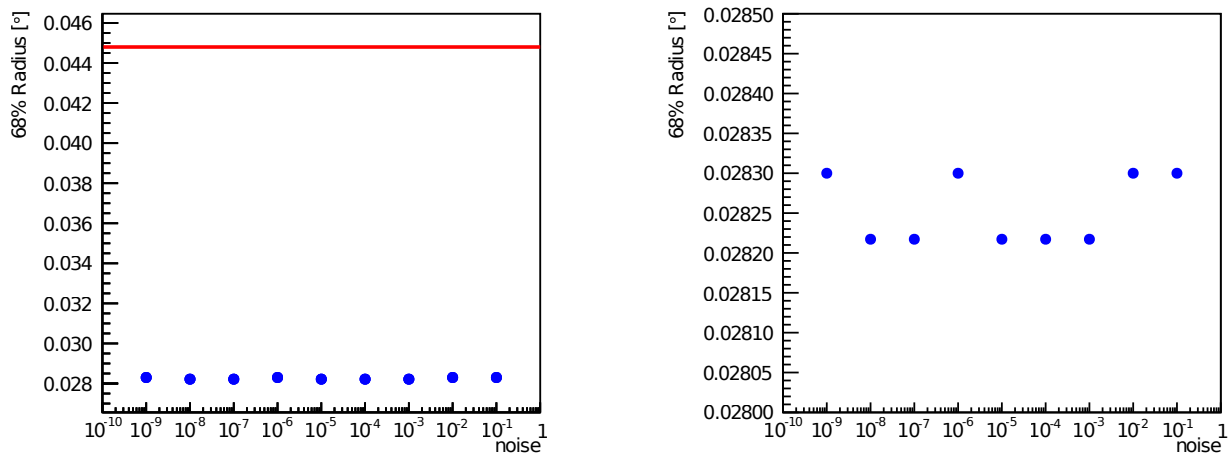


Abbildung 4.27: Links sind die 68% Radien des Parameters *noise* in blau aufgetragen. Die rote Linie ist der 68% Radius der unentfalteten groben Simulationen. Rechts sind die Werte noch einmal genauer zu sehen.

Die Entfaltung der feinen Simulationen wird dementsprechend auf den Bereich von 10^{-4} bis 10^{-8} angewandt, wobei der Parameter in Zehnerpotenzen variiert wurde. In Abbildung 4.28 ist die Auswertung des relativen Fehlers zu sehen, dabei ergibt sich der Optimalwert von 10^{-4} . Aufgrund der großen Fehler, ist jedoch kein signifikanter Unterschied zwischen den Werten feststellbar.

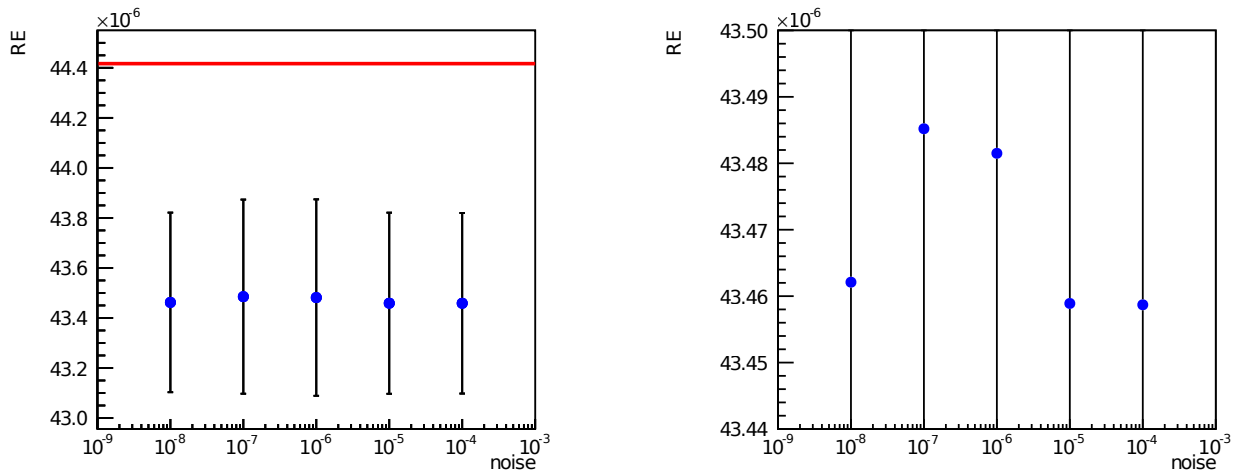


Abbildung 4.28: Die Mittelwerte der relativen Fehler zum Parameter *noise* sind links in blau zu sehen, während in rot der Wert der unentfalteten feinen Simulationen aufgetragen ist. Rechts sind die Werte noch einmal genauer zu sehen (mit abgeschnittenen Fehlerbalken).

In Abbildung 4.29 sind die Mittelwerte der Radien des Gaußfits zu sehen, welche sehr nahe beieinander liegen. Der Einfluss der verschiedenen Einstellung ist sehr gering. Trotzdem ergibt sich ein Minimum bei 10^{-6} . Im Weiteren wird der Optimalwert des Gaußfits gewählt, da er eine Aussage über die Verbesserung der Richtungsauflösung trifft.

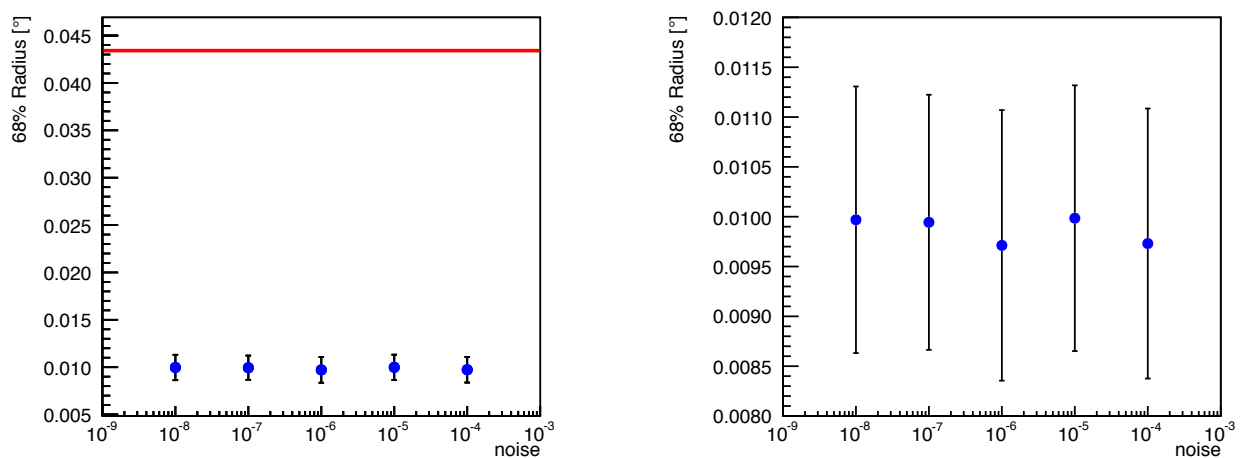


Abbildung 4.29: Links sind die 68% Radien in blau gegen die Einstellungen des Parameters *noise* aufgetragen. In rot wurde der Mittelwert der 68% Radien der unentfalteten fein gebinnnten Simulationen gekennzeichnet. Rechts sind die Werte noch einmal genauer zu sehen.

4.2.7 Maximale Iterationszahl

Der Parameter maximale Iterationszahl liegt bei einem Standardwert von 1000, in dieser Arbeit wurde jedoch aus Zeitgründen ein Standardwert von 100 gewählt, da die Laufzeit mit der Iterationszahl überproportional ansteigt. In der groben Simulation wurde in Zweierpotenzen, in einem Bereich von 1 bis 2048, getestet. Da der Parameter `maxiter` extrem lange Laufzeiten entwickelt, wurden an dieser Stelle auch keine höheren Werte mehr betrachtet. Die Auswertung des relativen Fehlers ist in Abbildung 4.30 zu sehen, wobei für 2048 Iterationen, ein Minimalwert ersichtlich ist.

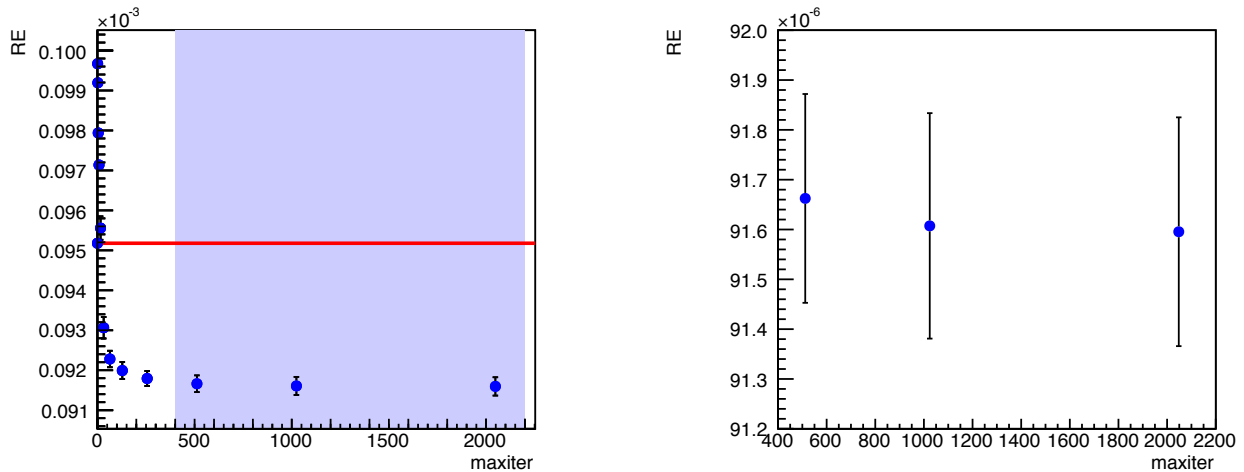


Abbildung 4.30: Die Mittelwerte der relativen Fehler sind gegen die Einstellungen des `maxiter` in blau aufgetragen. Die rote Linie stellt den RE der unentfalteten grob gebinnnten Simulationen dar. Der links in blau hinterlegte Bereich ist rechts noch einmal deutlicher zu sehen.

Für die Auswertung des 68% Radius des Parameters `maxiter`, die in Abbildung 4.31 zu sehen ist, ergibt sich der gleiche Optimalwert.

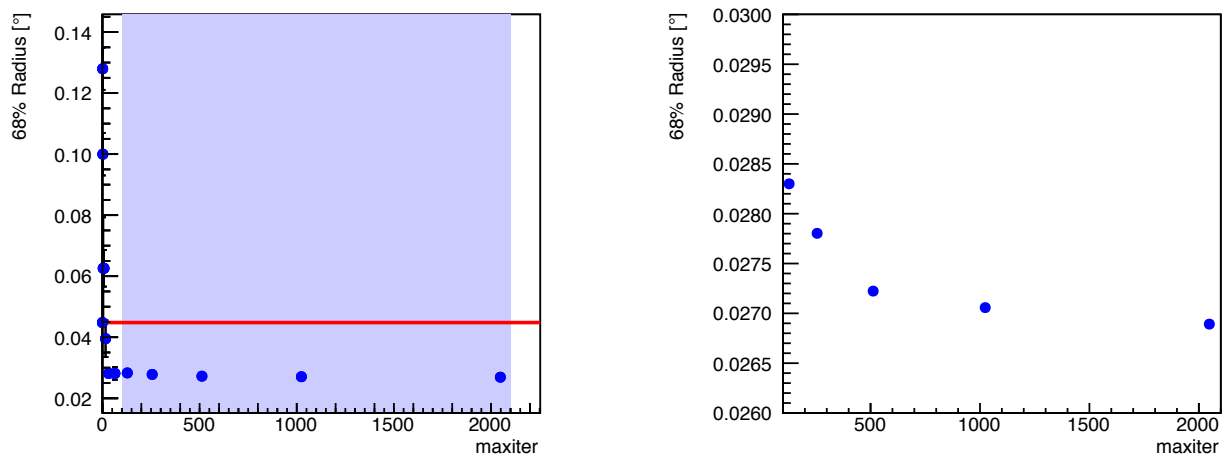


Abbildung 4.31: Die Mittelwerte der 68% Radien von `maxiter` sind gegen die Einstellungen des Parameters in blau aufgetragen. Die rote Linie stellt den 68% Radius der unentfalteten groben Simulationen dar. Der links in blau hinterlegte Bereich ist rechts noch einmal vergrößert zu sehen.

Die Auswertung der groben Simulation ergaben als optimalen Wert einen möglichst groß gewählten Wert für den Parameter `maxiter`. Zur Auswertung der feinen Simulation wäre aber die Laufzeit der Entfaltung für 2048 Iterationen viel zu hoch. Deswegen wurde als Startwert 100 Iterationen gewählt. Rechtfertigen lässt sich die Wahl aber auch anhand der Graphen der Auswertung. Betrachtet man beispielsweise die Abbildung 4.30, dann zeigt sich deutlich der sehr flache Abfall der Kurve ab einem Wert von circa 64, während zuvor ein sehr starker Abfall zu erkennen ist. Der Unterschied in der Verbesserung durch die Entfaltung ist sehr gering, weswegen man immer noch von einem guten Wert für die Entfaltung sprechen kann. Die feine Simulation wurde zuerst nur in einem Bereich um den Optimalwert getestet, also von 512 in Zweierpotenzen größer werdend bis 8192. Die Änderung des Binnings um einen Faktor von 10, hatte jedoch mehr Einfluss, als zu Beginn zu vermuten war, wie später noch gezeigt wird. Der Einfluss des Binnings scheint besonders groß auf den Parameter der maximalen Iterationszahl zu sein, weswegen noch der Bereich von 1 bis 512 getestet wurde.

Die Auswertung des relativen Fehlers zur feinen Simulation ist in Abbildung 4.32 zu sehen. Für Werte der Parametereinstellung ab 512 und für den sehr kleinen Wertebereich ergibt sich durch die Entfaltung eine Verschlechterung des Ergebnisses. Der minimale Werte ergibt sich hier bei 64, also weit entfernt von dem zuvor bestimmten Optimalwert von 2048.

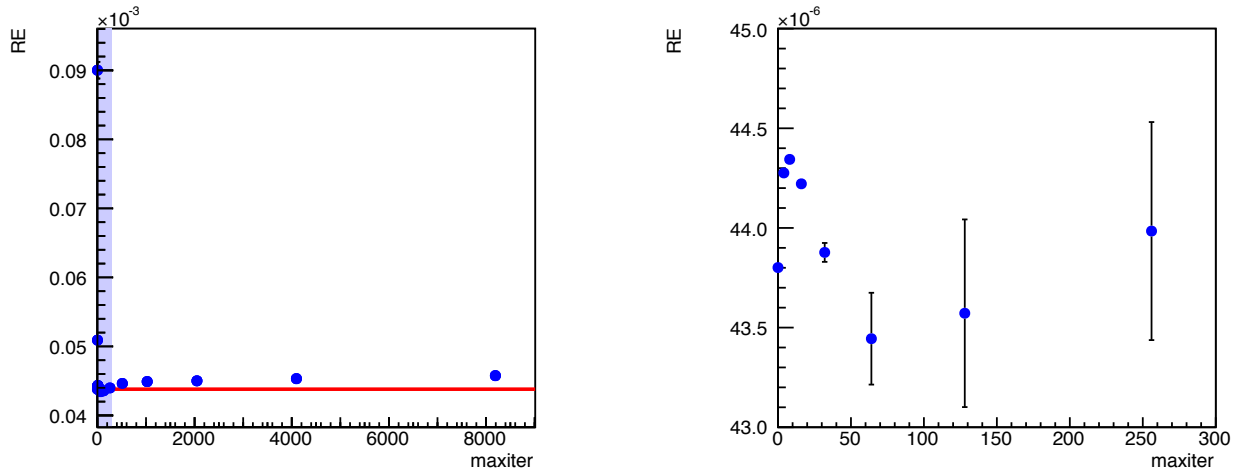


Abbildung 4.32: Links sind die Mittelwerte des relativen Fehlers gegen die Einstellungen des Parameters `maxiter` in blau aufgetragen. In rot sind die relativen Fehler der unentfalteten fein gebinnnten Simulationen zu sehen. Der blaue hinterlegte Bereich ist rechts genauer betrachtet.

Die Auswertung des Gaußfits ist in Abbildung 4.33 zu sehen, im Gegensatz zum relativen Fehler ergibt sich für den Gaußfit ein Minimum, und somit Optimalwert, für 8192 Iterationen.

Dieser extreme Gegensatz im Ergebnis lässt sich anhand der verschiedenen Aussagen, die die beiden Auswertungen treffen erklären. Wie zuvor erwähnt hat das feine Binning einen starken Einfluss auf den Parameter `maxiter`, was sich anhand der beiden Auswertungen nachvollziehen lässt. Während der relative Fehler Artefakte, die sich durch die Entfaltung ergeben, stark mit einbezieht und über diese eine Aussage trifft, betrachtet der Gaußfit die Richtungsauflösung. In Abbildung 4.34 und 4.35 sind, für genau die zwei verschiedenen Optimalwerte, eine entfaltete Simulation genauer zu sehen. Es ist sehr deutlich zu erkennen, dass sich die entfalten Karten stark unterscheiden. Ab einer gewissen Anzahl an Iterationen bilden sich durch die Entfaltung Artefakte, die den relativen Fehler extrem beeinflussen. Es lässt sich also mit diesem kein Optimalwert für die Richtungsauflösung finden, was ein Ziel der Entfaltung war. Folglich müsste als Optimalwert der maximalen Iterationszahl 8192 gewählt werden.

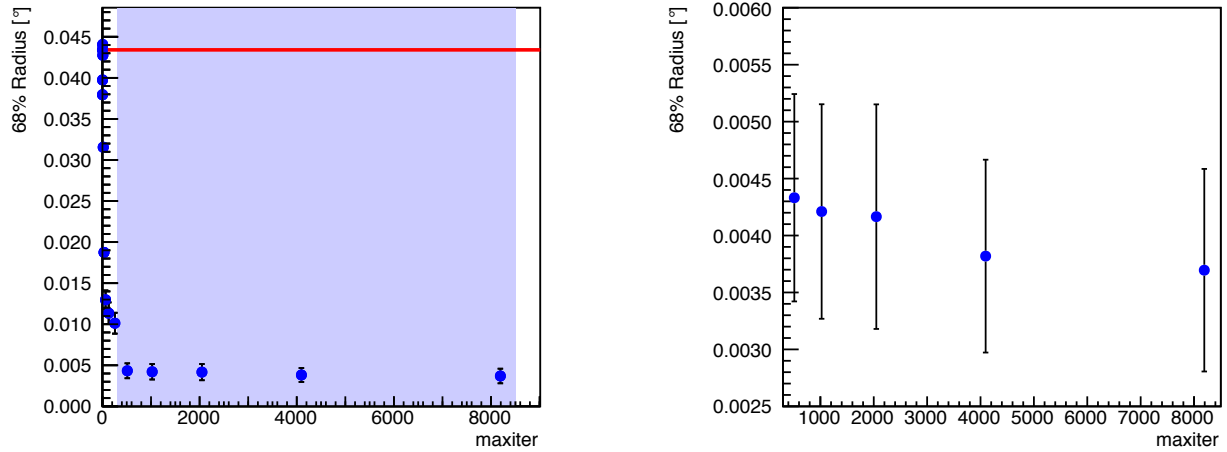
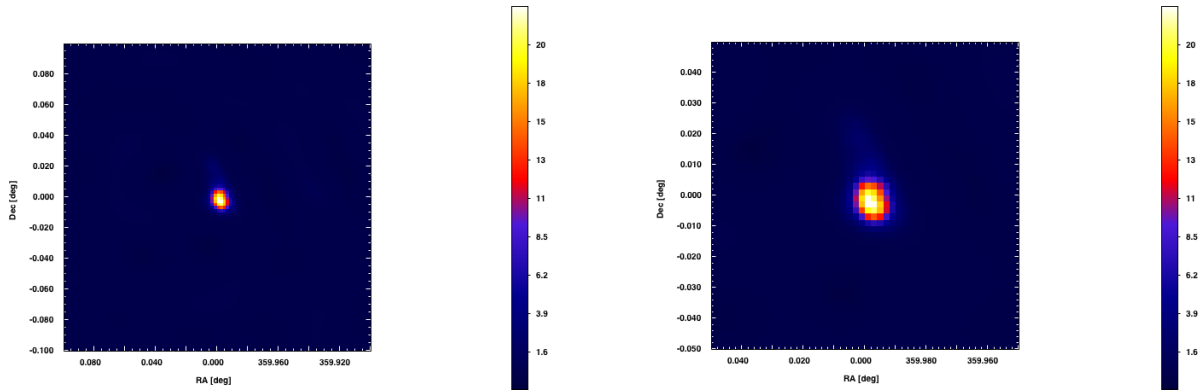
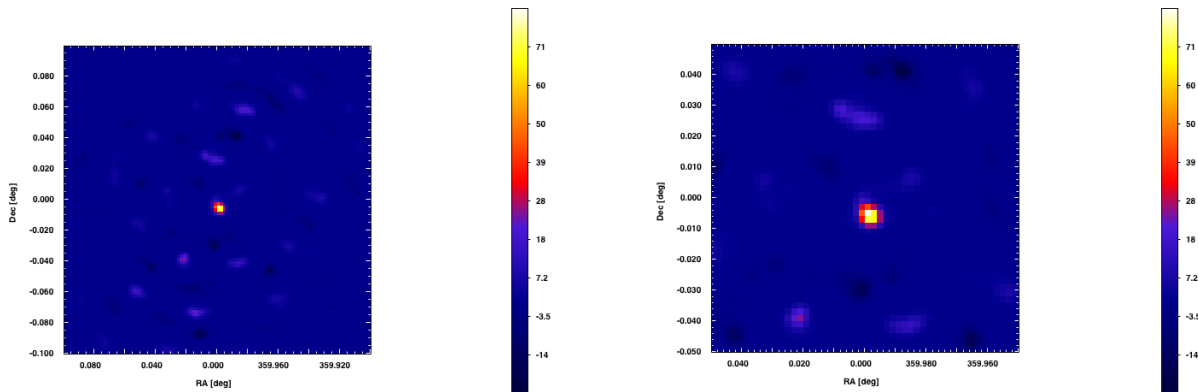


Abbildung 4.33: In blau sind die Mittelwerte der 68% Radien gegen die Einstellungen des Parameters *maxiter* aufgetragen. Die rote Linie ist der Wert des 68% Radius für unentfaltete feine Simulationen. Rechts ist der interessante, in blau hinterlegte, Bereich vergrößert zu sehen.



(a) vergrößerte entfaltete Himmelskarte mit einem FoV von $0,1^\circ$ (b) stark vergrößerte entfaltete Himmelskarte mit einem FoV von $0,05^\circ$

Abbildung 4.34: In den Abbildungen a) und b) ist die 9. entfaltete Simulation in unterschiedlichen Vergrößerungen zu sehen. Die Einstellung für den Parameter *maxiter* ist 64.



(a) vergrößerte entfaltete Himmelskarte mit einem FoV von $0,1^\circ$ (b) stark vergrößerte entfaltete Himmelskarte mit einem FoV von $0,05^\circ$

Abbildung 4.35: In den Abbildungen a) und b) ist die 9. entfaltete Simulation in unterschiedlichen Vergrößerungen zu sehen. Die Einstellung für den Parameter *maxiter* ist 8192.

4.3 Optimale Einstellung

Im letzten Abschnitt wurden für die betrachteten Parameter Optimaleinstellungen bestimmt. Mit diesen Werten wurde eine weitere Entfaltung mit der feinen Simulation gestartet. Die Optimalwerte, außer für den Parameter **maxiter**, sind in Tabelle 4.3 aufgeführt.

Tabelle 4.3: Optimaleinstellungen der getesteten Parameter

Parameter	Standardwert
icfwidth	0
default	0,00125
nscales	1
aim	0,001
maxiter	-
nsample	3
noise	10^{-6}

Im letzten Abschnitt hat man in Abbildung 4.34 und 4.35 gesehen, dass der Parameter **maxiter** einen großen Einfluss auf die Entfaltung hat. Deswegen wurden für die optimalen Einstellungen noch einmal Entfaltungen mit Variation des Parameters **maxiter** durchgeführt. Dabei wurde von 64 bis zu 8192 getestet. Die Grenzen des Testbereichs sind nach unten der Optimalwert des relativen Fehlers und nach oben der des Gaußfits. Dadurch soll möglichst ein Kompromiss gefunden werden, so dass nicht zu starke Artefakt-Strukturen entstehen und trotzdem ein schmaler Peak vorliegt. In Abbildung 4.36 ist die Auswertung des relativen Fehlers mit Optimaleinstellungen zu sehen, wobei der Parameter **maxiter** variiert wurde. Der relative Fehler wird ziemlich schnell sehr groß, nur für die Iterationszahl von 64 und 128 Iterationen liegt der Wert des relativen Fehlers unterhalb des Vergleichswerts. Bei höheren Iterationszahlen werden die Artefakt-Strukturen sehr stark, so dass ein Peak nur noch schwer zu erkennen ist. Das Minimum liegt hier bei 64 Iterationen.

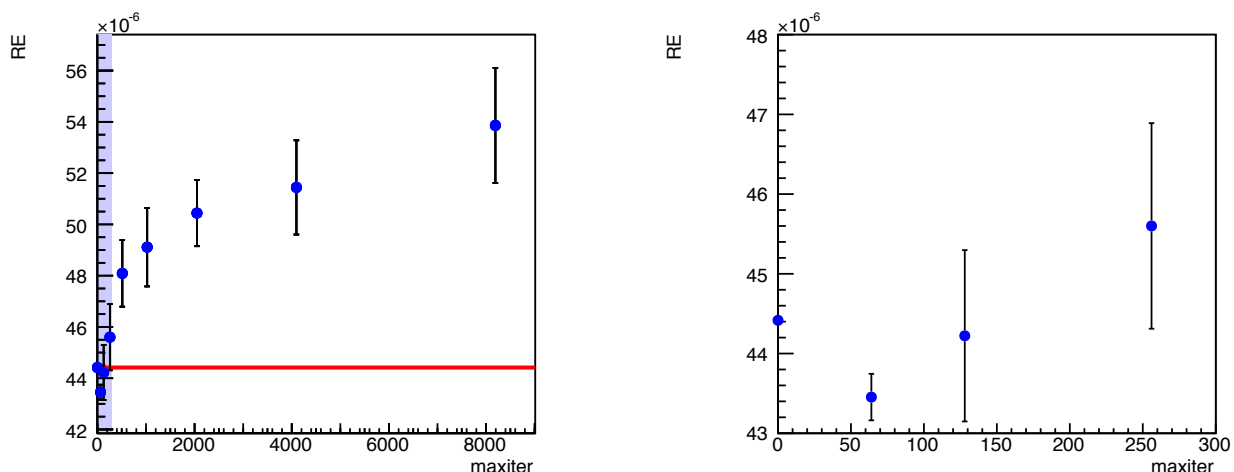


Abbildung 4.36: Links sind in blau die Mittelwerte des relativen Fehlers gegen die getesteten Parametereinstellungen von **maxiter** aufgetragen. Die rote Linie ist der Mittelwert des relativen Fehlers der unentfalteten Simulationen.

Die Auswertung der Entfaltung mit optimalen Parametereinstellungen und der Variation des Parameters `maxiter` wurde auch mithilfe des Gaußfits durchgeführt und ist in Abbildung 4.37 zu sehen. Alle 68% Radian liegen hier deutlich unter dem Vergleichswert der unentfalteten Karten. Ab 512 Iterationen sind die 68% Radian fast gleich, wobei das Minimum bei 8192 Iterationen liegt. Als Kompromiss zwischen diesen beiden Auswertungen würden sich 128 Iterationen, als endgültige Optimaleinstellung, anbieten.

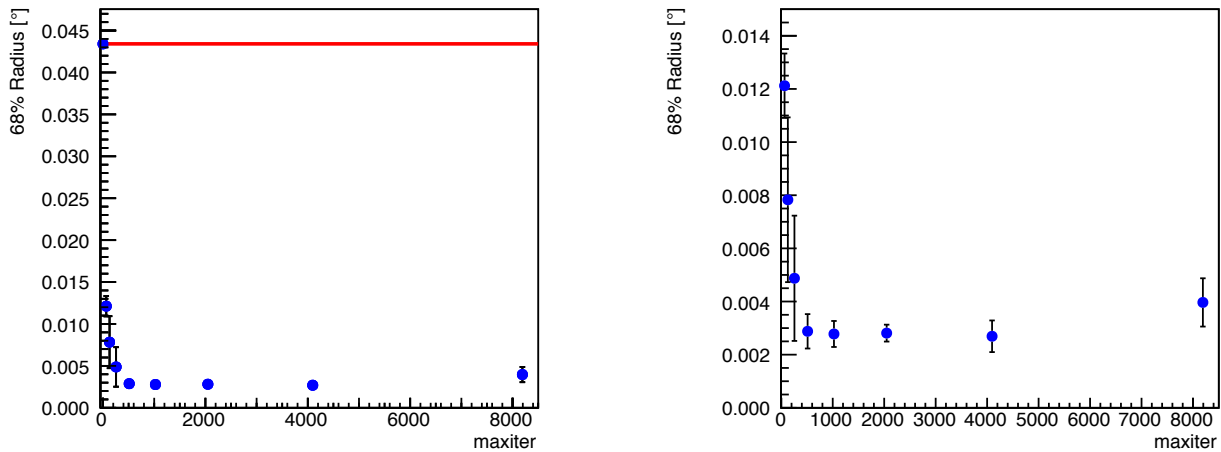


Abbildung 4.37: Links sind in blau die Mittelwerte der 68% Radian gegen die getesteten Parametereinstellungen von `maxiter` aufgetragen. Die rote Linie ist der Mittelwert des 68% Radius der unentfalteten Simulationen. Der blau hinterlegte ist rechts genauer zu sehen.

Mit den nun gewählten optimalen Einstellungen wurden die Simulationen entfaltet. In Abbildung 4.38 sind entfaltete Simulationen mit verschiedenen Iterationszahlen zu sehen. Als optimale Einstellung würden sich 128 Iterationen anbieten, da für höhere Werte starke Artefakt-Strukturen zu erkennen sind und so ein Kompromiss zwischen den beiden Auswertungen gefunden werden könnte. Es würde sich anbieten auch den Bereich zwischen 64 und 128 Iterationen genauer zu betrachten. An dieser Stelle wäre es noch interessant die Entfaltung einer realen Karte zu betrachten, beispielsweise zum Krebsnebel, um die Entfaltung und die optimalen Einstellungen zu testen. Aus Zeitgründen ist dies nicht mehr Teil dieser Arbeit.

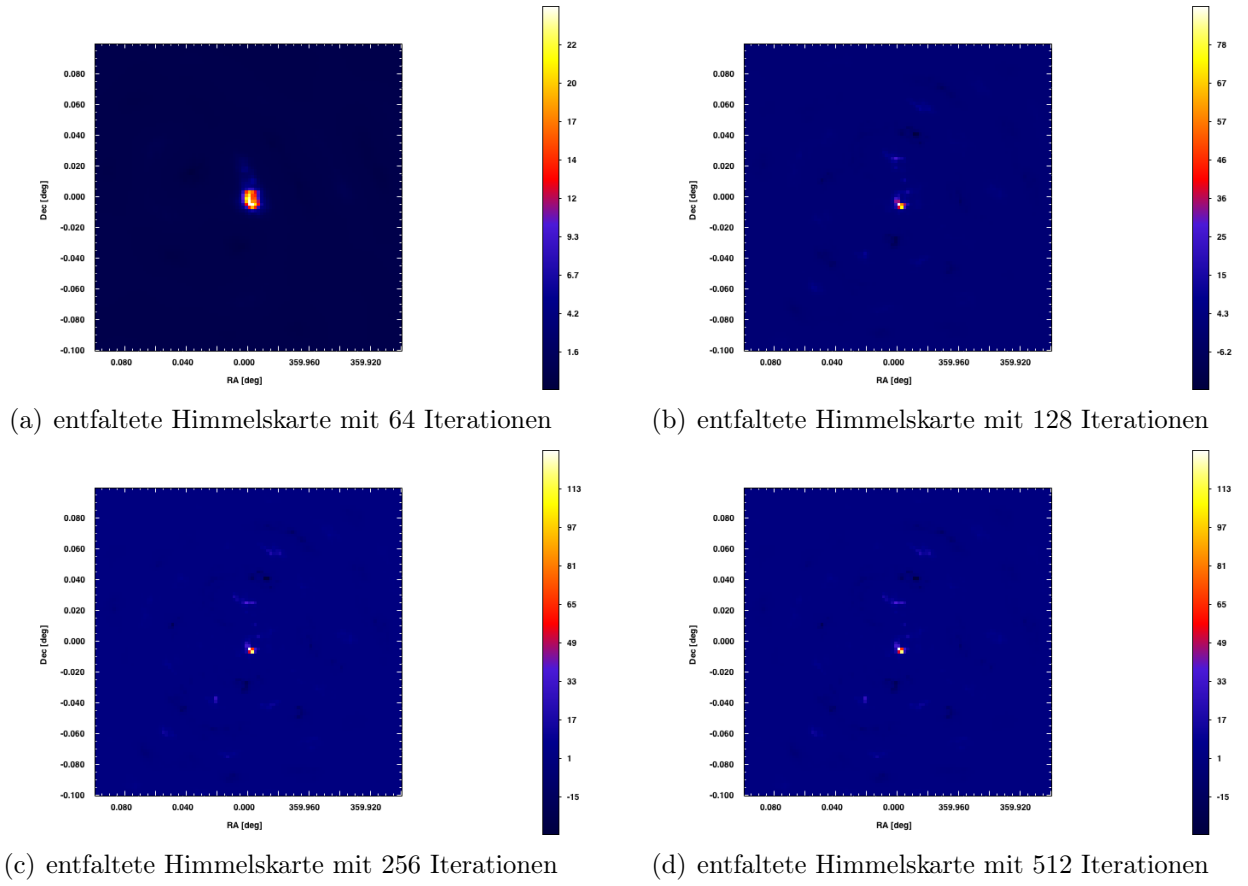


Abbildung 4.38: In den Abbildungen a) ist die entfaltete Karte für 64 Iterationen in, b) für 128 Iterationen, in c) für 256 Iterationen und in d) für 512 Iterationen zu sehen. Dabei wurde die 9. Simulation entfaltet und nur ein FoV von $0,5^\circ$ betrachtet wurde.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel in dieser Arbeit war es, durch die Maximum-Entropie Entfaltung eine Verbesserung in der Richtungsauflösung zu bekommen und gleichzeitig Informationen über die wahre Morphologie der betrachteten Punktquelle zu bekommen. Dazu wurde der Krebsnebel als Punktquelle ausgewählt, der für die Entfaltung verwendet wurde. Auf Basis dieser Daten wurden Simulationen erstellt, einmal mit einem groben und später mit einem feinen Binning. Im ersten Durchlauf wurden verschiedene Parameter, die die Entfaltung bestimmen, in verschiedenen Wertebereichen getestet, indem jeweils ein Parameter verändert wurde und die anderen festgehalten wurden. Die vorläufigen Optimalwerte wurden dann noch einmal genauer betrachtet, in dem die Entfaltung der feinen Simulationen mit diesen Startwerten durchgeführt wurde. Dazu wurden wieder Bereiche um die vorläufigen Optimalwerte getestet, indem ein Parameter variiert wurde. Dies ergaben dann die letztendlichen Optimalwerte für die Richtungsauflösung. Die Auswertung erfolgte auf zwei Weisen, nämlich zum einem mithilfe des relativen Fehlers, der eine Aussage über die Qualität der Entfaltung im Vergleich zum Modell treffen lässt und zum anderen mithilfe der Bestimmung des 68% Radius, der sich auf die Verbesserung in der Richtungsauflösung beschränkt. Der Einfluss der verschiedenen Parameter erwies sich als sehr unterschiedlich. Gerade der Parameter der maximalen Iterationszahl hatte den größten Einfluss auf die Entfaltung, was man auch anhand der letzten Auswertung mit optimalen Einstellungen sehen kann.

Für die getesteten Parameter `icfwidth`, `default`, `aim`, `nscales`, `nsample`, `noise` und `maxiter` ergab sich der in Tabelle 4.3 aufgeführte optimale Parametersatz. Die Parameter `nscales` und `nsample` haben in den getesteten Bereich keine Auswirkung auf die Entfaltung, während der Parameter `maxiter` die Entfaltung am stärksten beeinflusst. Eigentlich wäre eine mehrdimensionale Variation der Parameter vonnöten. In dieser Arbeit wurde nur aus Rechenzeitgründen ein 1D-Scan durchgeführt. Es müssten gleichzeitig alle Parameter für ihre verschiedenen Einstellungen getestet werden. Die unendliche vielen Variationsmöglichkeiten, die hier vorliegen, müssten sinnvoll eingeschränkt werden. In der Arbeit ergaben sich einige Parameter, die in den gewählten Wertebereichen keinen Einfluss haben, so dass die Anzahl der Variablen dadurch bereits verringert werden könnte. Stattdessen sollten vor allem die Parameter die sich gegenseitig am meisten beeinflussen parallel durchlaufen werden, so dass ein gemeinsames allgemeines Optimum gefunden werden kann. Auch sollte gerade der Einfluss des Binnings der Karten und der Parameter `maxiter` genauer betrachtet werden. Bei einem zu groben Binning konnte man sehen, dass ein Teil der Informationen verloren gegangen sind und bei einem zu feinen war das Rauschen teilweise zu stark, so dass jede noch so kleine Struktur zu unverhältnismäßig großen Artefakten geführt hat, die die wahren Strukturen überdeckt hat. Es sollte hier auf jedenfall ein Kompromiss in der Größe des Binnings gefunden werden. Zusätzlich sollten die Parameter multidimensional verändert werden.

Die Entfaltung von Punktquellen hat, wie man anhand der Ergebnisse der Arbeit sehen kann, eine Verbesserung in der Richtungsauflösung bewirkt. Trotzdem sind noch viele Möglichkeiten offen, die man an dieser Stelle betrachten muss und austesten sollte. Die Maximum-Entropie Methode sollte für Punktquellen genauer untersucht werden, da noch viele Möglichkeiten offen sind, die Richtungsauflösung zu optimieren. Zusätzlich sollte die Entfaltung auch auf eine echte Punktquelle, wie beispielsweise dem Krebsnebel angewendet werden.

Kapitel 6

Anhang

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei einer Reihe von Personen, die diese Arbeit unterstützt haben, bedanken. Diese wären

- Prof. Dr. Anton für die Ermöglichung meiner Arbeit
- Dr. Ira Jung für das interessante Thema und die Unterstützung
- Susanne Raab für die sehr gute Betreuung, die große Geduld und die Zeit für meine Fragen
- meine Bürokollegen für die oft sehr unterhaltsame Zeit
- Sahradha Albert für die große Hilfe und Unterstützung
- und die H.E.S.S. Gruppe in Erlangen, die mich freundlich aufgenommen haben und für die schöne Atmosphäre.

Literaturverzeichnis

- A.M. Hillas, Cherenkov light images of EAS produced by primary gamma, 19th Intern. Cosmic Ray Conf., Vol. 3 p 445-448 (1985).*
- F. Aharonian et al., H.E.S.S. observation of the Crab during its March 2013 GeV gamma-ray flare, Astronomy and Astrophysics, 562 (2014).*
- Max-Planck Gesellschaft Homepage: <http://www.mpg.de>, Jahrbuch (2014).*
- G. Federmann, Viktor Hess und die Entdeckung der Kosmischen Strahlung, Diplomarbeit, Universität Wien (2003).*
- F. Aharonian et al., Observation of the Crab Nebula with HESS, Astronomy and Astrophysics, 457, 899-915 (2006).*
- H.E.S.S. Homepage: <https://www.mpi-hd.mpg.de/hfm/HESS/pages/about/> (2014).*
- I. Jung, Entwicklung der Spiegelmechanik, Eichung der Kamera und erste Ergebnisse zum Nachweis hochenergetischer γ -Strahlung aus Richtung des Krebsnebels und PKS 2155 – 304 mit dem ersten H.E.S.S.-Teleskop, Doktorarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2003).*
- I. Jung, Methoden zur Bildverarbeitung und Ereignisrekonstruktion des HEGRA-Teleskopsystems, Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (1999).*
- S. Heinz, I. Jung & C. Stegmann, Systematic studies of the Richardson-Lucy deconvolution algorithm applied to VHE gamma data, Astroparticle Physics, 36 (2012).*
- D. Berge et al., Background modelling in very-high-energy γ -ray astronomy, Astronomy and Astrophysics, 466, 1219-1229 (2007).*
- S. F. Gull & G. J. Daniell, Image reconstruction from incomplete noisy data, Nature, 272 (1978).*
- S. F. Gull & J. Skilling, The Maximum Entropy Method, IEE Proceedings, Vol. 131, No.6 (1984).*
- S. F. Gull & J. Skilling, MEMSYS5 Quantified Maximum Entropy User's Manual, Suffolk: Maximal Entropy Data Consultants (1991).*

Erklärung

Hiermit bestätige ich, dass ich diese Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe.

Erlangen,

30.07.2014