

**Untersuchung zur
Unterwasserschallausbreitung für die
Positionskalibrierung von
Wasser-Cherenkov Neutrino-Teleskopen**

Bachelorarbeit aus der Physik

Vorgelegt von
Christian Kupfer

26.12.2014

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg



Betreuer: PD Dr. Robert Lahmann

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	4
2. Positionsrekonstruktion in einem idealisierten Detektor	7
2.1. Einfluss der Schallgeschwindigkeit auf die rekonstruierte Position	8
2.2. Betrachtung der relativen Positionsverschiebung	8
2.3. Berücksichtigung von Messungenauigkeiten	14
3. Komponentenweise Betrachtung der Positionsabweichung zwischen rekonstruierten Positionen	20
4. Anwendung der Methoden auf realitätsnahe Daten	23
4.1. Betrachtung von statistischen und systematischen Fehlern	24
5. Berücksichtigung der gekrümmten Bahn der Schallausbreitung	29
6. Zusammenfassung	30
A. Erklärung	36

1. Einleitung

Neutrinos sind ungeladene Leptonen, die beinahe ausschließlich über die schwache Wechselwirkung mit anderen Teilchen interagieren. Ihr geringer Wechselwirkungsquerschnitt erlaubt es ihnen extrem große Distanzen zurückzulegen, ohne abgelenkt oder abgeschirmt zu werden. Aufgrund dieser besonderen physikalischen Eigenschaft bilden Neutrinos eine wichtige Informationsquelle auf dem Weg zum Verständnis des Universums. Daher sind insbesondere hochenergetische Neutrinos Gegenstand aktueller astrophysikalischer Forschungsprojekte. Die Detektion eines Neutrinos ist wegen seiner geringen Wechselwirkungswahrscheinlichkeit jedoch mit einem technischen Aufwand verbunden. Am bisher erfolgreichsten ist die Detektion in sog. Cherenkov-Neutrinoteleskopen. Reagiert ein Neutrino im Detektormedium (z.B. Wasser oder Eis), so kann die Geschwindigkeit eines entstehenden, geladenen Sekundärteilchens die Phasengeschwindigkeit von Licht in diesem Medium übersteigen. Ist dies der Fall, wird sog. Cherenkov Licht in einem Kegel um die Teilchenbahn emittiert, welches anschließend zum Beispiel mit Photomultiplikatoren detektiert werden kann. Daraus kann wiederum die Energie und die Trajektorie des Neutrinos ermittelt werden.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem ANTARES¹ Aufbau (vgl. [1]), der sich etwa 40km vor der französischen Mittelmeerküste in der Nähe der Stadt Toulon auf einer Meerestiefe von etwa 2,5km befindet. ANTARES ist für die Detektion von Myonen, die als Sekundärteilchen in Neutrinoreaktionen entstehen, ausgelegt. Der Detektor besteht aus 12 ‘Detection Lines’, die am Meeresboden verankert sind und von einer Boje straff gehalten werden. Auf jeder der 12 Lines befinden sich typischerweise 25 Stockwerke in einem Abstand von je 14,5m, welche die Messapparaturen beherbergen. Zusätzlich beinhaltet ANTARES auch eine ‘Instrumentation Line’², auf der Instrumente zur Erforschung der Tiefseeumgebung angebracht sind, sowie einen Elektronik-Container, der unter anderem die gesammelten Daten an eine Küstenstation weiterleitet und die Stromversorgung des Detektors gewährleistet. Während ein Großteil der Stockwerke für die Detektion optischer Cherenkov-Signale zuständig ist, enthält ANTARES darüber hinaus noch 6 Stockwerke mit akustischen Sensoren für einen alternativen Ansatz zur Neutrinodetektion. Jedes der optischen Stockwerke ist dabei mit drei Photomultiplikatoren ausgestattet, die akustischen Stockwerke hingegen beherbergen jeweils sechs akustische Sensoren (vgl. Abb. 1). Die aktuelle Position der Instrumentation Line IL13 weicht dabei von der hier dargestellten ursprünglichen Position IL07 ab.

Da die Lines keine starren Objekte sind, sondern sich ständig in der Meeresströmung bewegen, ist es für eine exakte Rekonstruktion der Teilchenspuren notwendig die genaue Position der einzelnen optischen Module permanent neu zu bestimmen (vgl. [2]). Zu diesem Zweck enthält ANTARES ein akustisches Positionierungssystem, das aus fünf

¹Abkürzung für: Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss environmental RESearch

²IL13: Die Zahl bezeichnet dabei das Jahr in dem die Instrumentation Line installiert wurde

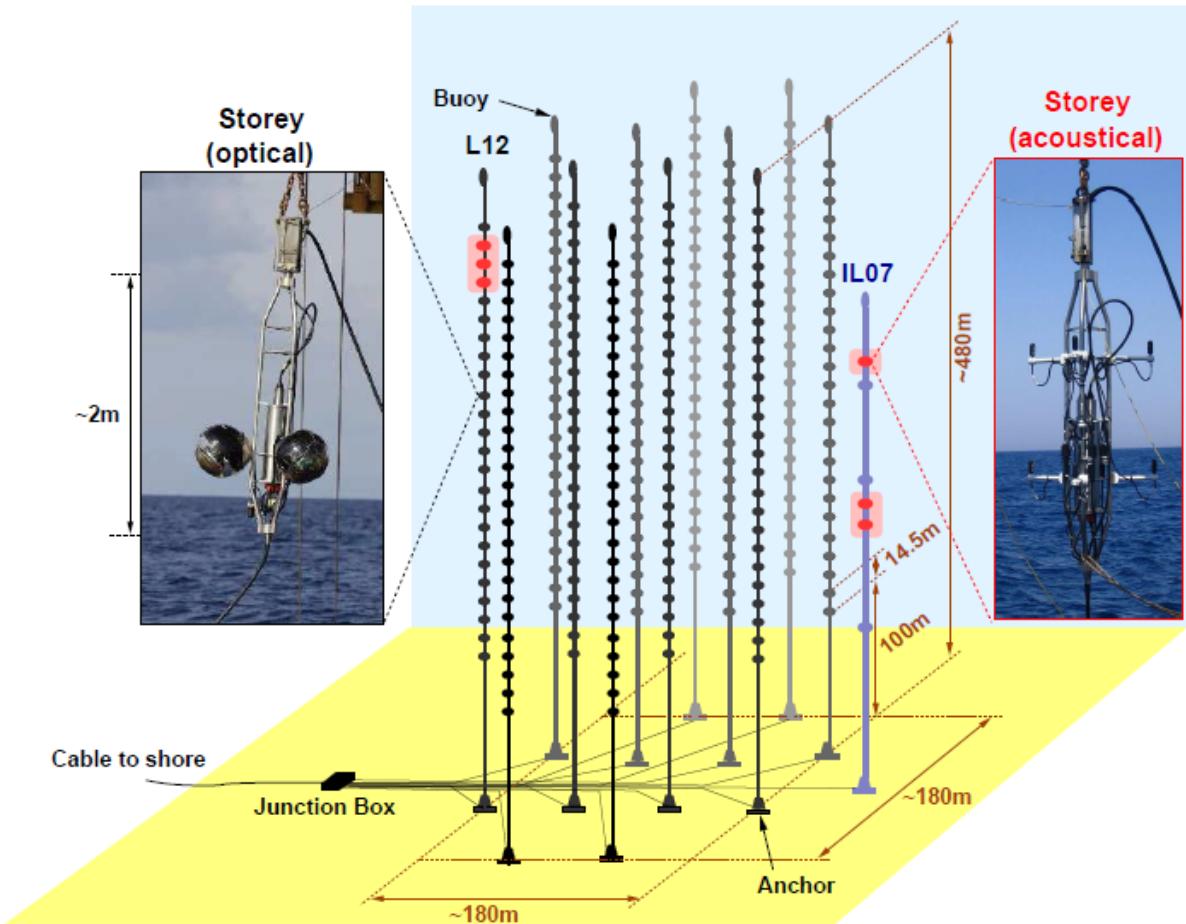


Abbildung 1: Schematischer Aufbau des ANTARES Neutrino-Teleskops mit optischen Stockwerken (schwarz), akustischen Stockwerken (rot), dem Elektronik-Container, der (ursprünglichen) Instrumentation Line IL07 und dem Verbindungskabel zur Küste. (Übernommen aus: [3, S. 31])

Hydrophonen pro Line sowie einem Transceiver (im Folgenden auch: Emitter, Pinger) an der Verankerung jeder Line besteht. Die Hydrophone sind auf den Stockwerken 1, 8, 14, 20 und 25 angebracht. Für die Positionsbestimmung wird nacheinander von jedem Transceiver ein Signal im Bereich zwischen etwa 40 und 60 kHz emittiert und die Laufzeit zu den unterschiedlichen Hydrophonen gemessen. Aus den Laufzeiten kann dann, bei Kenntnis der Schallgeschwindigkeit in Wasser und der Transceiverpositionen, die Position der einzelnen Hydrophone durch Triangulation rekonstruiert werden.

Zur Bestimmung des Schallgeschwindigkeitsprofils wird dabei die Chen-Millero-Formel verwendet, welche von der Temperatur, dem Druck und dem Salzgehalt des Wassers abhängt (vgl. [4]). Diese Formel wird aus einem Fit an empirische Daten abgeleitet und enthält daher einen gewissen Fehler, welcher im schlimmsten Fall zu einer fehlerhaften Rekonstruktion der optischen Module führen, und somit eine Spurrekonstruktion verfälschen

kann. Ziel dieser Arbeit ist es, den Einfluss eines solchen systematischen Fehlers durch eine fehlerhafte Schallgeschwindigkeit auf die Positionsrekonstruktion in ANTARES abzuschätzen und einen Ansatz zur *in situ* Überprüfung der Schallgeschwindigkeit zu finden.

2. Positionsrekonstruktion in einem idealisierten Detektor

Zunächst soll die Rekonstruktion einer exakt bekannten Position in einem idealisierten Detektor untersucht werden. Dazu wurden die Laufzeiten der Signale von den Emittoren zu einem vorgegebenen Empfänger unter Annahme einer konstanten Schallgeschwindigkeit von $c_0 = 1544\text{m/s}$ berechnet. Dieser Wert der Schallgeschwindigkeit wurde gewählt, da er ungefähr den realen Werten, die für ANTARES angenommen werden, entspricht (vgl. z.B. [5, S. 19]). Als Empfänger wurde die nominale Position des akustischen Moduls auf Stockwerk 22 der Line 12 gewählt. Da eine konstante Schallgeschwindigkeit und geradlinige Schallausbreitung vorausgesetzt wird, ergibt sich für die Laufzeiten t_i :

$$t_i = \frac{|\vec{x}_{Receiver} - \vec{x}_{Emitter,i}|}{c_0} \quad (1)$$

Wobei $\vec{x}_{Emitter,i}$ für die Position des Senders an der Verankerung der i -ten Line und $\vec{x}_{Receiver}$ für die Position des Empfängers steht. Die Positionen der Emitter können dabei der Tabelle 1 entnommen werden.

Line	$x[\text{m}]$	$y[\text{m}]$	$z[\text{m}]$
1	8222,17	2480,66	-2474,38
2	8295,23	2443,18	-2474,45
3	8208,00	2423,14	-2474,49
4	8264,02	2395,12	-2474,48
5	8159,28	2463,82	-2474,45
6	8311,07	2361,52	-2474,39
7	8181,86	2368,64	-2474,61
8	8230,10	2346,72	-2474,52
9	8124,69	2392,49	-2474,62
10	8279,73	2306,16	-2474,15
11	8141,01	2326,54	-2474,26
12	8204,42	2290,08	-2474,12
IL13/13	8351,99	2310,16	-2473,75

Tabelle 1: Positionen der Pinger in ANTARES im UTM-Koordinatensystem mit WGS84³

Die Position kann nun aus den Laufzeiten durch Minimierung der Funktion

$$d(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{13} (|\vec{x}_{Emitter,i} - \vec{x}| - t_i \cdot c_{Schall})^2 \cdot u_i \quad (2)$$

rekonstruiert werden. Hier ist c_{Schall} die Schallgeschwindigkeit die für die Rekonstruktion angenommen wird und $u_i \in \{0,1\}$ ein Faktor der angibt, ob der Beitrag des i -ten

³WGS84: World Geodetic System 1984

Emitters berücksichtigt werden soll. Somit erlaubt es die Angabe der verschiedenen u_i die Abhängigkeit der rekonstruierten Position von der gewählten Emitterkonfiguration zu untersuchen. Diese Konfigurationen werden im Folgenden als Zeilenvektor der Form $U = [u_1, u_2, \dots, u_{13}]$ angegeben. Die nötige Minimierung der Funktion $d(\vec{x})$ wird in **MatLab** mit der Funktion **fminsearch** durchgeführt.

Eine Problematik ergibt sich hierbei aus dem vergleichsweise geringen Unterschied in den z -Koordinaten der Emitterpositionen⁴. Dadurch ergibt sich neben dem Minimum bei der gesuchten Position unter Umständen ein weiteres Minimum durch Spiegelung an der ‘Ebene’ in der sich die Emitter befinden. Da der Algorithmus nur nach einem lokalen Minimum sucht, kann es passieren, dass, abhängig von den Startwerten, eine Position unterhalb des Meeresbodens rekonstruiert wird.

2.1. Einfluss der Schallgeschwindigkeit auf die rekonstruierte Position

Entspricht die bei der Rekonstruktion verwendete Schallgeschwindigkeit der Schallgeschwindigkeit, die für die Berechnung der Laufzeiten verwendet wurde ($c_{Schall} = c_0$), so sollte die Position korrekt rekonstruiert werden. Weicht c_{Schall} jedoch von c_0 ab, so wird unter Umständen eine verschobene Position rekonstruiert. Die Effekte, die aus einer solchen verschobenen Position resultieren, werden im Folgenden untersucht.

Aus einer Abweichung zwischen der tatsächlichen und rekonstruierten Position eines Receivers kann also ein Rückschluss auf die Korrektheit der angenommenen Schallgeschwindigkeit c_{Schall} gezogen werden. Um dies zu verdeutlichen, wurde c_{Schall} im Intervall $[99,9\% \cdot c_0 ; 100,1\% \cdot c_0]$ in Schritten von $0,025\% \cdot c_0$ variiert und jeweils die Position unter Berücksichtigung aller Emitter rekonstruiert (vgl. Abb. 2).

2.2. Betrachtung der relativen Positionsverschiebung

Bisher wurde eine rekonstruierte Position ausschließlich mit der bekannten echten Position verglichen. Während sich diese Vorgehensweise für eine Simulation problemlos anwenden lässt, ist die tatsächliche Position eines Receivers im realen Detektor nicht exakt bekannt. Es besteht jedoch die Möglichkeit stattdessen eine relative Verschiebung zu betrachten. Es soll untersucht werden ob die gewählte Emitterkonfiguration einen Einfluss auf die rekonstruierte Position hat und ob bei einer Rekonstruktion mit einer falschen Schallgeschwindigkeit c_{Schall} eine relative Verschiebung zwischen zwei Emitterkonfigurationen auftreten kann.

⁴ $\Delta z = z_i - z_j \leq 0,87\text{m}$ für eine beliebige Kombination aus zwei Emittern i und j

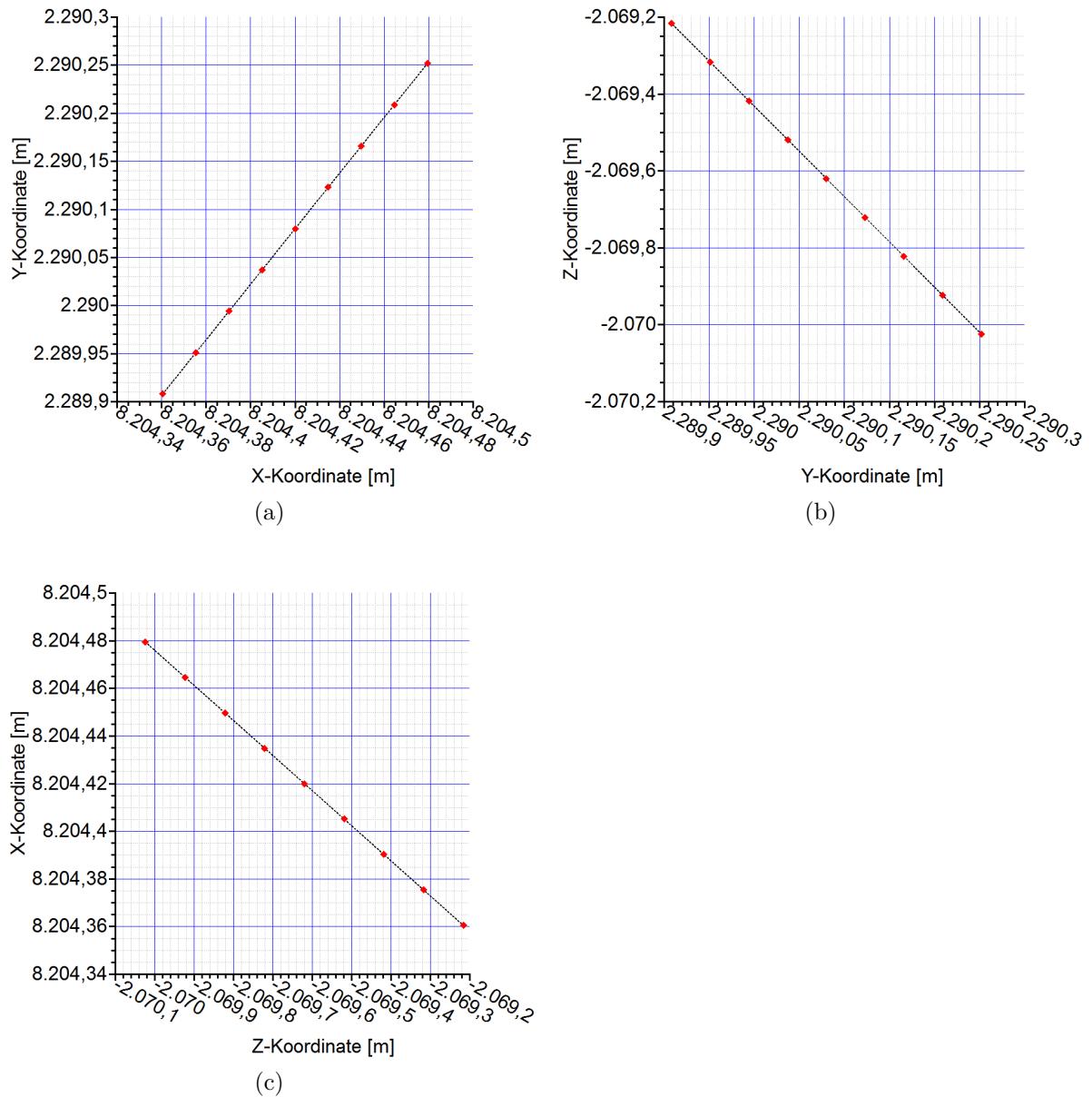


Abbildung 2: Verschiebung der rekonstruierten Position bei Variation der Schallgeschwindigkeit in den unterschiedlichen Komponenten. a) y -Verschiebung als Funktion der x -Verschiebung, b) z -Verschiebung als Funktion der y -Verschiebung, c) x -Verschiebung als Funktion der z -Verschiebung.

Es kann nun, ohne die tatsächliche Empfängerposition zu kennen, eine Untersuchung zum Einfluss der Schallgeschwindigkeit auf die rekonstruierte Position angestellt werden. Dazu wird die Schallgeschwindigkeit c_{Schall} im Intervall $[99,9\% \cdot c_0 ; 100,1\% \cdot c_0]$ in Schritten von $0,025\% \cdot c_0$ variiert und jeweils der Abstand zwischen den beiden rekonstruierten Positionen errechnet.

Zuerst wird der Fall betrachtet, dass der Receiver von allen Emittoren ein Signal empfängt ($U_0 = [1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]$). Zu diesem Zweck wird aus den zuvor berechneten Laufzeiten t_i unter schrittweiser Variation der Schallgeschwindigkeit c_{Schall} die scheinbare Position des Empfängers rekonstruiert. Diese wird anschließend mit den scheinbaren Positionen, die aus anderen Konfigurationen resultieren, verglichen, indem der Betrag des Abstands berechnet wird. Für den Vergleich wurden alle Konfigurationen ausgewählt, die mindestens 5 aktive Emitter besitzen ($\sum_{i=1}^{13} u_i \geq 5$). Die Ergebnisse sind in Abbildung 3 aufgetragen.

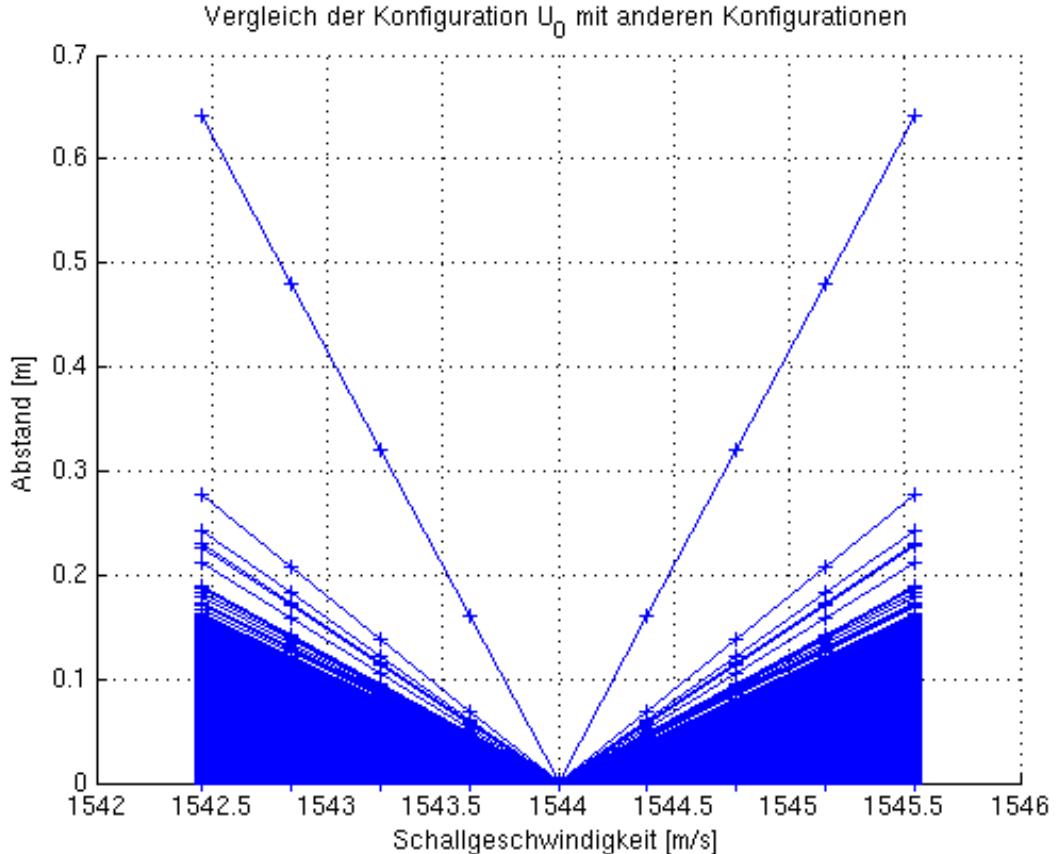


Abbildung 3: Abstand zwischen der mit Konfiguration U_0 rekonstruierten Position und allen Vergleichskonfigurationen mit mindestens fünf aktiven Emittoren als Funktion der Schallgeschwindigkeit. Die größte Abweichung stammt dabei von der Konfiguration U_1

Man stellt fest, dass die Positionsverschiebung relativ zu U_0 im betrachteten Bereich linear mit dem Betrag der Abweichung von der Schallgeschwindigkeit wächst, wobei die Rate des Wachstums sich für die einzelnen Vergleichskonfigurationen unterscheidet. Man erkennt, dass sich bei einer Abweichung von 0,1% in der Schallgeschwindigkeit Positionsunterschiede im Bereich bis zu einigen 10cm ergeben, mit einer maximalen Positionsabweichung von 0,64m. Diese Abweichungen liegen in einer Größenordnung,

die größer als die statistische Messungenauigkeit ist (vgl. [2]), und somit theoretisch gemessen werden kann. Die zur maximalen Abweichung gehörende Emitterkonfiguration ist dabei $U_1 = [0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1]$ (vgl. Abb. 4).

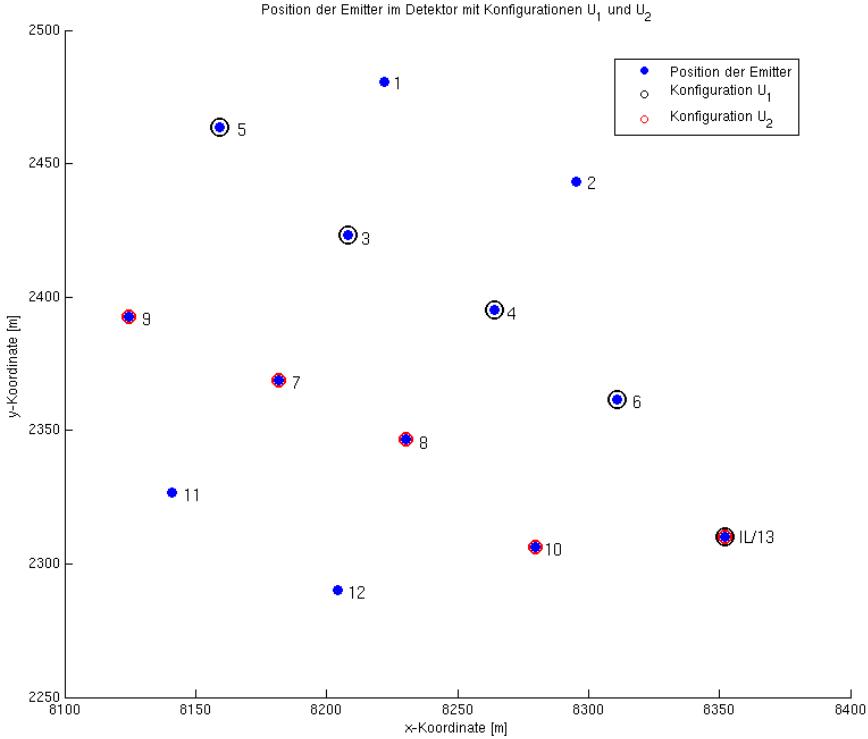


Abbildung 4: Position der Emitter in der x - y -Ebene, schwarz=Konfiguration U_1 , rot=Konfiguration U_2

Da es in ANTARES jedoch selten der Fall ist, dass der Receiver ungehindert ein Signal von allen Sendern empfangen kann, bietet es sich an, Konfigurationen mit einer geringeren Anzahl aktiver Pinger zu untersuchen. Dazu wurden für die beiden Konfigurationen U_1 und U_2 (vgl. Abb. 4), die bei der vorangegangenen Simulation die größten Abweichungen ergaben, erneut Vergleiche mit allen Konfigurationen mit mehr als 4 Emittoren angestellt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5 für die Konfiguration $U_1 = [0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1]$ und in Abbildung 6 für die Konfiguration $U_2 = [0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,1]$ aufgetragen. Es fällt auf, dass die maximale Verschiebung tatsächlich jeweils beim Vergleich dieser beiden Konfigurationen auftritt. Für die größtmögliche Verschiebung bei einer Abweichung in der Schallgeschwindigkeit von 0,1% findet man also $D_{max} = 0,91\text{m}$ beim Vergleich der Konfigurationen U_1 und U_2 . Es ist damit zwar nicht ausgeschlossen, dass es zwei völlig andere Konfigurationen gibt, die eine noch größere Verschiebung erzeugen, allerdings ist der Vergleich aller möglichen Konfigurationen mit einem sehr hohen Rechenaufwand verbunden.

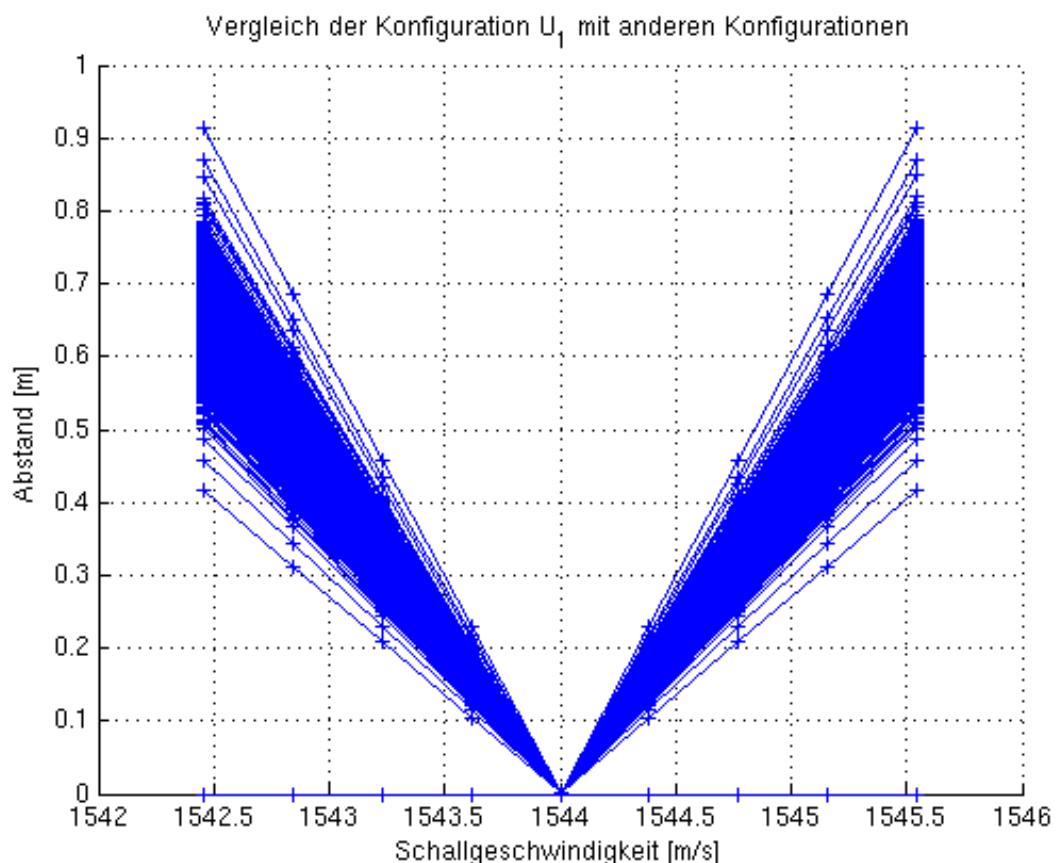


Abbildung 5: Abstand zwischen der mit Konfiguration U_1 rekonstruierten Position und allen Vergleichskonfigurationen mit mindestens fünf aktiven Emittern als Funktion der Schallgeschwindigkeit

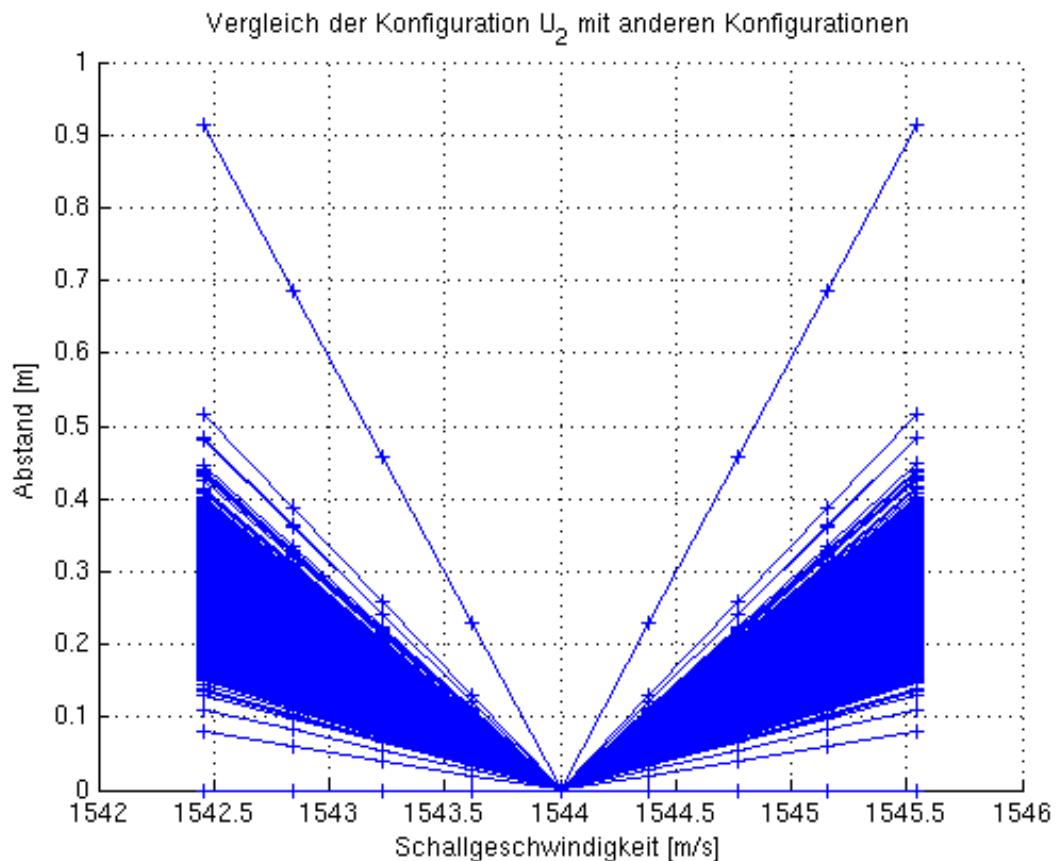


Abbildung 6: Abstand zwischen der mit Konfiguration U_2 rekonstruierten Position und allen Vergleichskonfigurationen mit mindestens fünf aktiven Emittern als Funktion der Schallgeschwindigkeit. Die größte Abweichung stammt dabei von der Konfiguration U_1

Besonders interessant ist Abbildung 5 auch deswegen, da sie zeigt, dass ein Vergleich der Konfiguration U_1 mit einer beliebigen anderen Konfiguration mit mindestens 5 aktiven Emittern bei einer Abweichung der Schallgeschwindigkeit von 0,1% eine Positionsverschiebung von mindestens 0,4m erzeugt. Der Wert im Graph mit dem konstanten Abstand Null stammt dabei aus dem Vergleich der Emitterkonfiguration U_1 mit sich selbst und ergibt deshalb definitionsgemäß Null. Diese Konfiguration eignet sich daher offenbar besonders gut zur Untersuchung der Schallgeschwindigkeit, denn sie liefert unabhängig von der Vergleichskonfiguration eine große Positionsverschiebung.

2.3. Berücksichtigung von Messungenauigkeiten

Betrachtet man die Konfigurationen U_1 und U_2 aus dem vorherigen Kapitel genauer, so fällt auf, dass die beteiligten Emittoren jeweils beinahe auf einer Geraden liegen (vgl. Abb. 4). Für eine exakte Positionsrekonstruktion ist es jedoch von Vorteil, wenn die beteiligten Pinger möglichst in alle Raumrichtungen verteilt sind, denn durch diese spezielle Geometrie ist zu befürchten, dass ein kleiner Fehler in der Position der Emittoren oder der Laufzeitmessung einen sehr großen Effekt auf die rekonstruierte Position haben könnte⁵.

Da immer eine gewisse Ungenauigkeit in den Emittorpositionen und der Laufzeitmessung vorhanden ist, muss diese für einen realen Detektor natürlich berücksichtigt werden. Um also zu verifizieren ob eine Konfiguration tatsächlich geeignet ist um eine Abweichung der Schallgeschwindigkeit zu untersuchen, muss betrachtet werden, wie sich bei dieser Konfiguration eine Ungenauigkeit auf die rekonstruierte Position auswirkt. Zu diesem Zweck wurden alle ursprünglich berechneten Laufzeiten mit einer gaußverteilten Pseudo-Zufallszahl mit Erwartungswert Null und Standardabweichung σ' verschmiert. Anschließend wurde erneut die Position rekonstruiert und die Differenz zwischen rekonstruierter und tatsächlicher Position berechnet. Dies wurde $N = 15000$ mal für jeweils neue Zufallszahlen wiederholt. Aus den so generierten Einzelmessungen wurde ein Histogramm erstellt, welches einen guten Anhaltspunkt für den Effekt des Messfehlers auf eine Konfiguration gibt. Die dabei verwendeten Parameter sind: $c_{Schall} = 1544\text{m/s}$ und eine Balkenbreite des Histogramms von $b = 6,25\text{cm}$. Für den Fehler wurde $\sigma = 5\text{cm}$ als obere Grenze angenommen, d.h. in einer realen Messung wird eine geringere Streuung erwartet als hier simuliert. Zu beachten ist dabei, dass die Standardabweichung σ in Längeneinheiten angegeben wird. Der Zusammenhang zwischen σ' in Zeiteinheiten und σ in Längeneinheiten lautet dabei $\sigma = \frac{\sigma'}{c_{Schall}}$.

Es wurden die Konfigurationen U_1 und U_2 aus dem vorherigen Kapitel, sowie $U_3 = [1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0]$ und $U_4 = [0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0]$ untersucht. U_3 und U_4 wurden gewählt, da es sich hierbei um die 5 Emittoren handelt, deren Abstand von Line 12 am

⁵Würden alle Emittoren exakt auf einer Geraden liegen wäre eine Rekonstruktion der Position unmöglich

größten (U_3) bzw. kleinsten (U_4) ist (vgl. Abb. 7). Intuitiv sollte sich beim Vergleich von U_3 und U_4 ein Fehler in der Schallgeschwindigkeit deutlich bemerkbar machen, während eine Ungenauigkeit in den Laufzeiten aufgrund der guten räumlichen Verteilung der Emitter eine geringere Auswirkung haben sollte als bei U_1 und U_2 . Die so erzeugten Histogramme sind in Abbildung 8 abgebildet. Für jede betrachtete Konfiguration kann der Tabelle 2 zusätzlich der Erwartungswert der Abweichung sowie die Varianz entnommen werden.

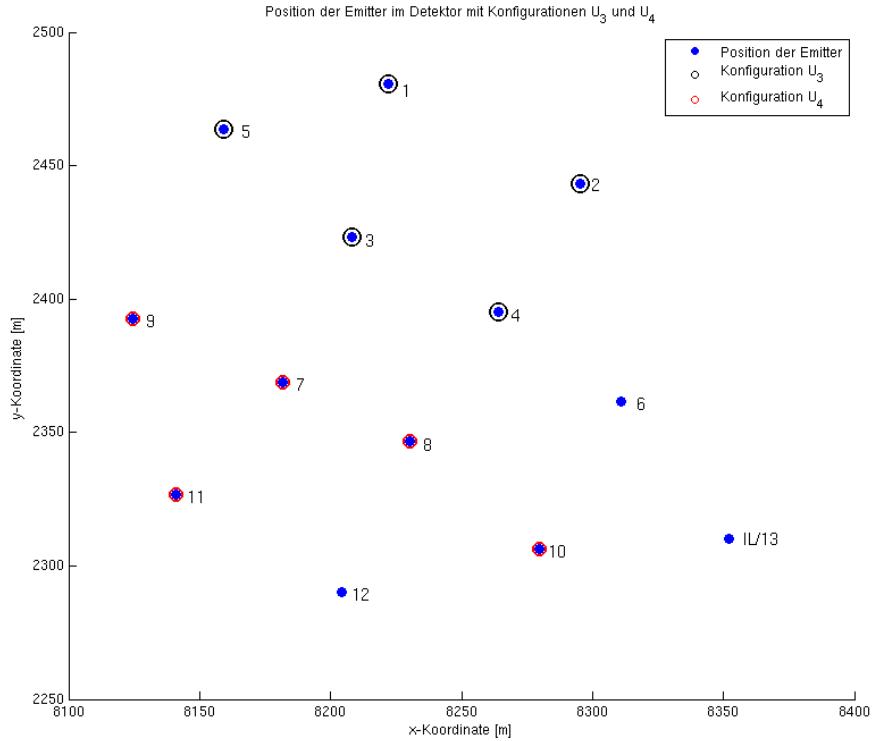


Abbildung 7: Position der Emittoren in der x - y -Ebene, schwarz=Konfiguration U_3 , rot=Konfiguration U_4

Konfiguration	Erwartungswert [m]	Varianz [m^2]
U_1	1,264120833	0,871208935
U_2	0,763520833	0,306155729
U_3	0,386533333	0,050768545
U_4	0,392804167	0,061578845

Tabelle 2: Erwartungswert und Varianz der Verschiebung von der tatsächlichen Position bei der Rekonstruktion mit unterschiedlichen Emittorkonfigurationen unter Annahme eines Messfehlers von $\sigma = 5\text{cm}$

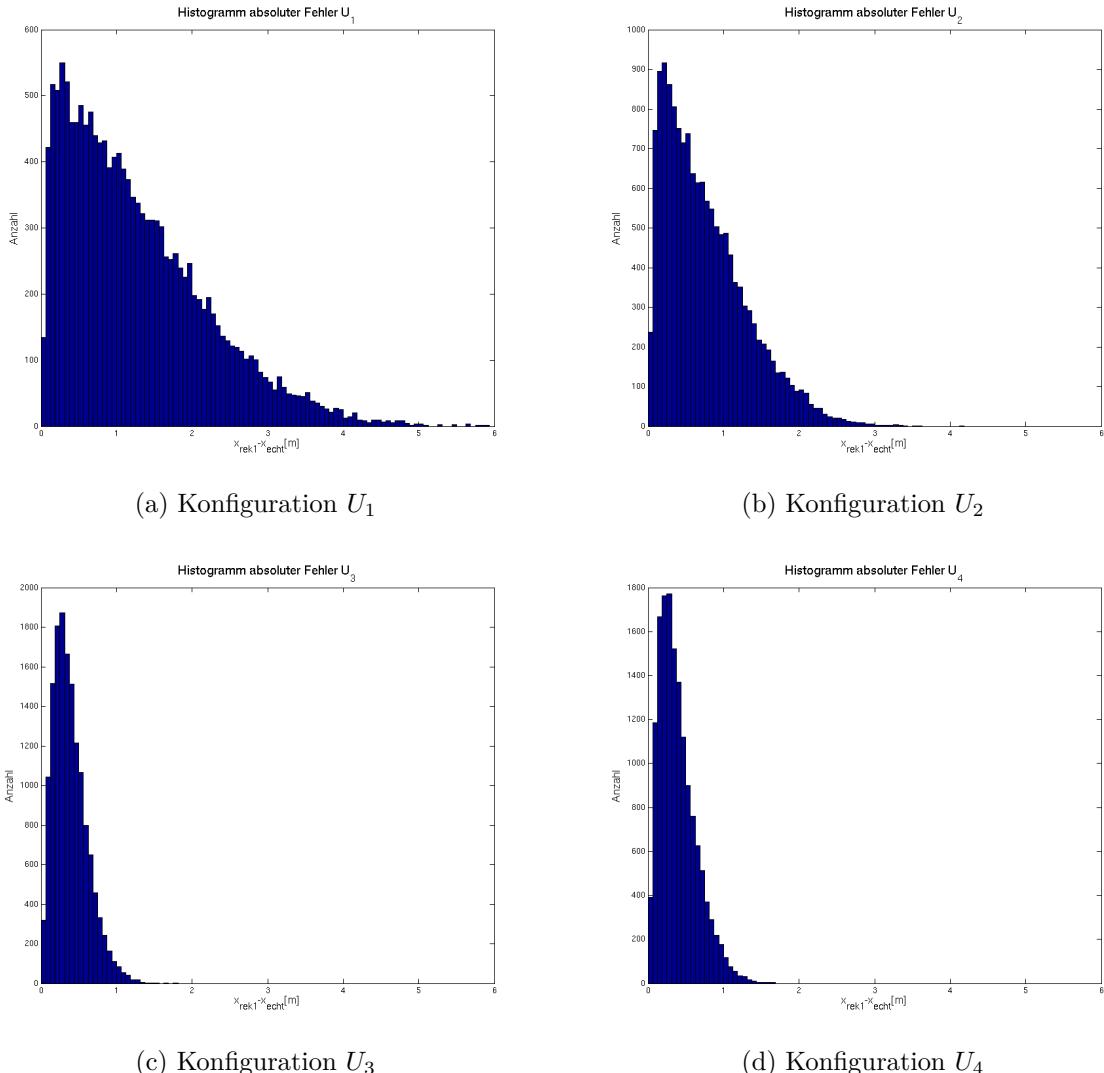


Abbildung 8: Histogramme für die Abweichung der rekonstruierten von der tatsächlichen Position für unterschiedliche Emitterkonfigurationen, $c_{\text{Schall}} = c_0$, x -Achse: $|\vec{x}_{\text{rekonstruiert}} - \vec{x}_{\text{echt}}|$, y -Achse: Anzahl Einträge, Balkenbreite: $b = 6,25\text{cm}$

Wie erwartet ergibt sich für die Abweichung von der tatsächlichen Position für die Konfigurationen U_1 und U_2 ein deutlich breiterer Histogrammverlauf als für die Konfigurationen U_3 und U_4 . Dies bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit eine stark abweichende Position zu rekonstruieren für U_1 und U_2 deutlich größer ist als für die anderen beiden Konfigurationen.

Als nächstes wird betrachtet, wie sich eine Variation der Schallgeschwindigkeit auf die Histogramme auswirkt. Dazu wurde die Schallgeschwindigkeit im Bereich $\pm 0,1\% \cdot c_0$ in Schritten von $0,05\% \cdot c_0$ verändert und erneut jeweils ein Histogramm aus $N = 15000$ Einzelrekonstruktionen erstellt. In Abbildung 9 sind exemplarisch die Histogramme mit den

unterschiedlichen Schallgeschwindigkeiten für U_3 dargestellt. Es stellt sich heraus, dass die Histogramme für Abweichungen in der Schallgeschwindigkeit mit unterschiedlichen Vorzeichen und demselben Betrag sehr ähnlich sind. Aus diesem Grund werden im Folgenden nur positive Abweichungen simuliert. Es wird für eine steigende Abweichung der Schallgeschwindigkeit eine Verschiebung des Histogrammverlaufs zu größeren Positions differenzen beobachtet, während gleichzeitig der Peak schmäler und höher ausfällt.

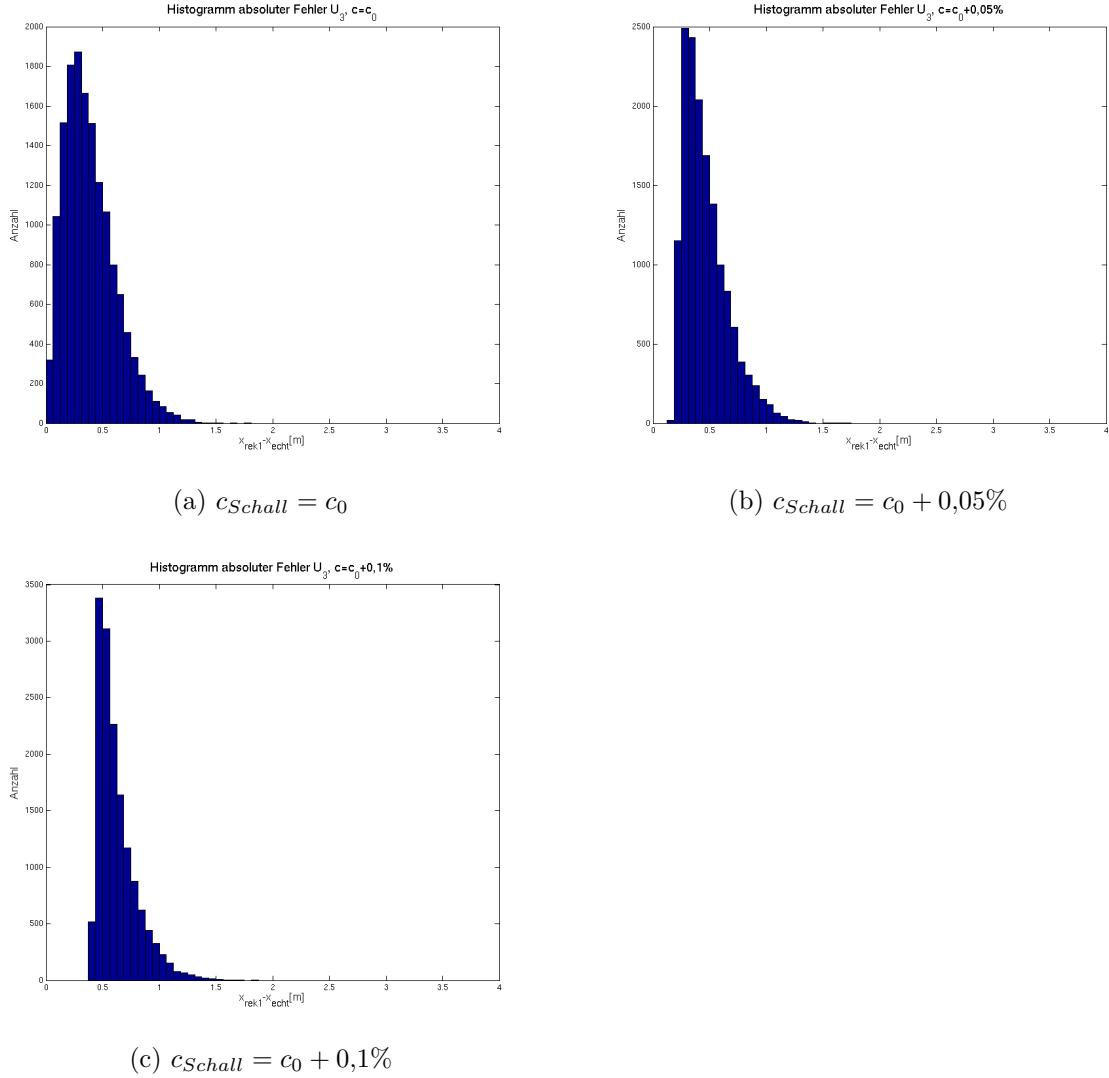


Abbildung 9: Histogramme für die Abweichung der rekonstruierten von der tatsächlichen Position mit variierender Schallgeschwindigkeit für die Konfiguration U_3 , x -Achse: $|x_{\text{rekonstruiert}} - x_{\text{echt}}|$, y -Achse: Anzahl Einträge, Balkenbreite: $b = 6,25\text{cm}$

Nachdem der Einfluss der Schallgeschwindigkeit auf die einzelnen Rekonstruktionen untersucht wurde, kann nun erneut die relative Verschiebung zwischen zwei Rekonstruktionen betrachtet werden. Diese hängt von dem Verhalten beider Emitterkonfigurationen unter dem Einfluss von Messungenauigkeiten ab.

Die Position des Receivers wird dafür bei jeder Einzelmessung zwei mal mit denselben Laufzeiten aber verschiedenen Emitterkonfigurationen rekonstruiert. Anschließend wird der Abstand $|\vec{x}_{rek,1} - \vec{x}_{rek,2}|$ aus den beiden Rekonstruktionen berechnet. Dies wird analog zu den vorangegangenen Messungen für jeden angenommenen Wert der Schallgeschwindigkeit c_{Schall} 15000 mal wiederholt und in einem Histogramm der Balkenbreite $b = 6,25\text{cm}$ dargestellt. Als Fehler wird wie zuvor $\sigma = 5\text{cm}$ gewählt und die Schallgeschwindigkeit wird in Schritten von 0,1% zwischen c_0 und $c_0 + 0,5\%$ variiert. Es wird ein Vergleich zwischen den Konfigurationen U_1 und U_2 sowie U_3 und U_4 angestellt. Die resultierenden Histogramme sind beispielhaft für den Vergleich zwischen U_3 und U_4 in Abbildung 10 dargestellt. Zusätzlich sind in 11 erneut die Histogramme für die Extremwerte $c_{Schall} = c_0$ und $c_{Schall} = c_0 + 0,5\%$ der Schallgeschwindigkeit dargestellt, um deren unterschiedliche Form besser deutlich zu machen.

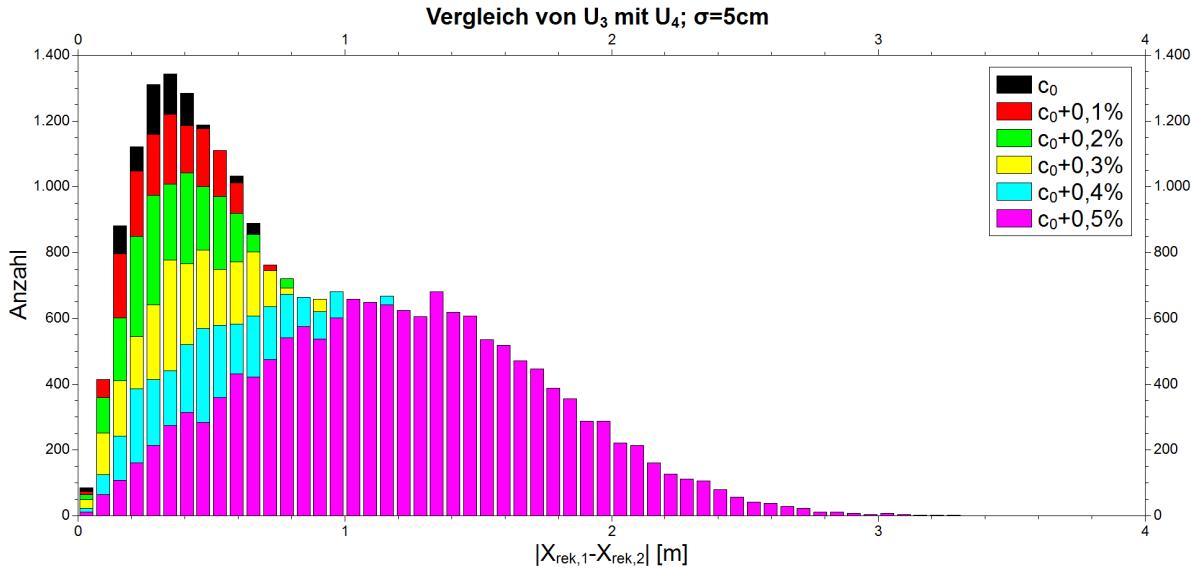


Abbildung 10: Histogramm der relativen Positionsverschiebung bei Rekonstruktion mit der Konfiguration U_3 bzw. U_4 für unterschiedliche Schallgeschwindigkeiten

Man erkennt für eine steigende Abweichung von c_0 ein deutliches Abflachen des Histogramms sowie eine Verschiebung des Maximums zu größeren Positionsunterschieden. Zusätzlich wird der Verlauf des Histogramms breiter und nähert sich einer gaußförmigen Kurve an. Insgesamt ist die Verschiebung des Maximums des Histogramms im Vergleich zu seiner Breite insbesondere für kleine Abweichungen in der Schallgeschwindigkeit sehr gering, sodass ein Rückschluss aus einem solchen Histogramm auf eine abweichende Schallgeschwindigkeit mit der nötigen Genauigkeit nicht möglich ist.

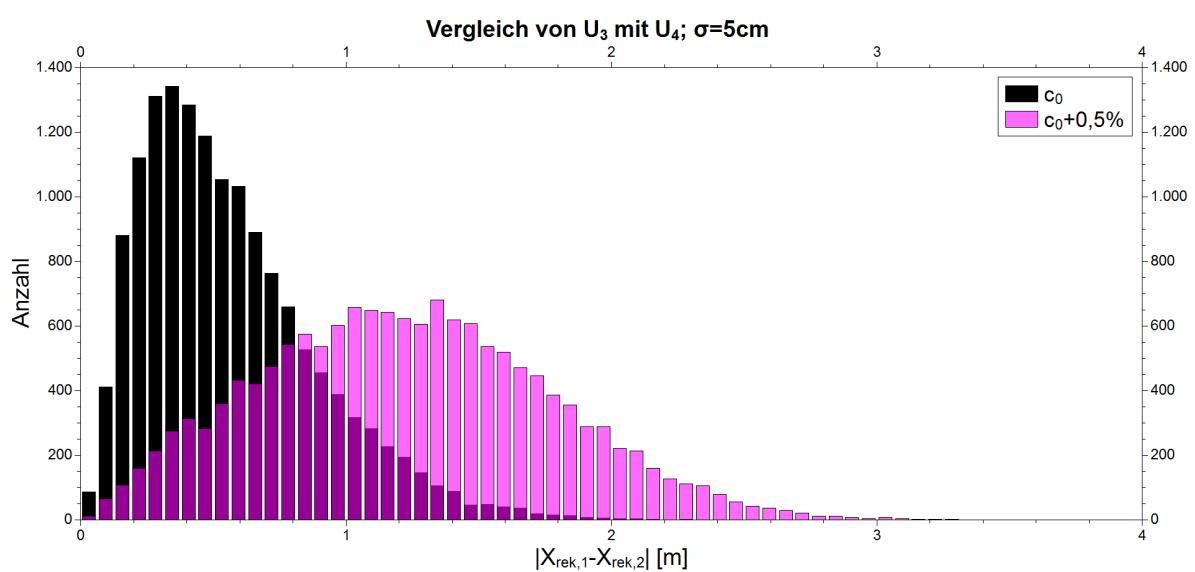


Abbildung 11: Histogramm der relativen Positionsverschiebung bei Rekonstruktion mit der Konfiguration U_3 bzw. U_4 für die kleinste und größte betrachtete Schallgeschwindigkeit

3. Komponentenweise Betrachtung der Positionsabweichung zwischen rekonstruierten Positionen

Neben dem Absolutbetrag $|\vec{x}_{rek.,1} - \vec{x}_{rek.,2}|$ kann die Verschiebung in den rekonstruierten Positionen zweier Emitterkonfigurationen auch komponentenweise betrachtet werden. Dies hat den Vorteil, dass auch Effekte erkannt werden können, die nur in einer Raumkomponente auftreten. Betrachtet wurden wiederum die Kombinationen U_1 und U_2 sowie U_3 und U_4 . Als Position des Receivers wurde dafür wie zuvor das akustische Modul auf dem Stockwerk 22 der Line 12 gewählt. Zusätzlich wurde der Einfluss einer unterschiedlich großen Messungenauigkeit untersucht, indem die Simulation für zwei verschiedene Werte $\sigma = 1\text{cm}$ und $\sigma = 5\text{cm}$ durchgeführt wurde. Die Variation der Schallgeschwindigkeit wurde dafür in Schritten von 0,1% vorgenommen. Die Histogramme mit jeweils $N=5000$ Einzelmessungen sind in Abbildung 12 beispielhaft für einen Fehler von $\sigma = 1\text{cm}$ dargestellt.

Es fällt auf, dass sich die Histogramme für eine bestimmte Konfiguration in ihrer Form kaum unterscheiden, sondern nur gegeneinander verschoben sind. Auch spiegelt sich in den Histogrammverläufen für jede Raumkoordinate deutlich die gaußförmige Verteilung der Messungenauigkeiten wieder, die für die Laufzeiten angenommen wurde. Dies war bei der Betrachtung der betragsweisen Abweichung weniger deutlich erkennbar. An die einzelnen Histogrammverläufe wurden für jeden Wert der Schallgeschwindigkeit eine Gaußfunktion der Form

$$f(x) = y_0 + A \cdot \frac{\sqrt{2/\pi}}{w} \cdot e^{-2(\frac{x-x_{max}}{w})^2} \quad (3)$$

gefittet, mit y_0 dem y -Wert auf den die Gaußfunktion im unendlichen abfällt, A einem Skalierungsfaktor, w der vollen Breite bei halber Maximalhöhe der Kurve (Full Width Half Maximum, FWHM) und x_{max} dem x -Wert, an dem die Funktion ihr Maximum annimmt. Der Parameter y_0 ermöglicht es dabei dem Fit-Programm einen konstanten Offset in der y -Komponente, welcher in dem hier betrachteten Fall allerdings nicht vorhanden ist, zu berücksichtigen. Für den Fit der Funktion an die erstellten Histogramme erhält man in der Tat extrem kleine Werte von y_0 , die konsistent mit der Erwartung $y_0 = 0$ sind. Weiterhin ergibt sich der y -Wert des Maximums der Gaußfunktion zu $y_{max} = y_0 + \frac{A\sqrt{2/\pi}}{w}$. Betrachtet man die Gaußfunktionen genauer, so stellt man fest, dass der Abstand zwischen den Maxima linear mit der Abweichung von der Schallgeschwindigkeit steigt. Trägt man die zugehörigen x_{max} als Funktion der Schallgeschwindigkeit auf, erkennt man, dass dieser Effekt sich für alle Komponenten separat beobachten lässt und unabhängig von dem gewählten Fehler ist (vgl. Abb. 13).

Die Verschiebung der Maxima der Fits als Funktion der Schallgeschwindigkeit lässt sich also gut durch eine Gerade der Form $x_{max}(c) = a \cdot (c_0 - c) + g$ annähern.

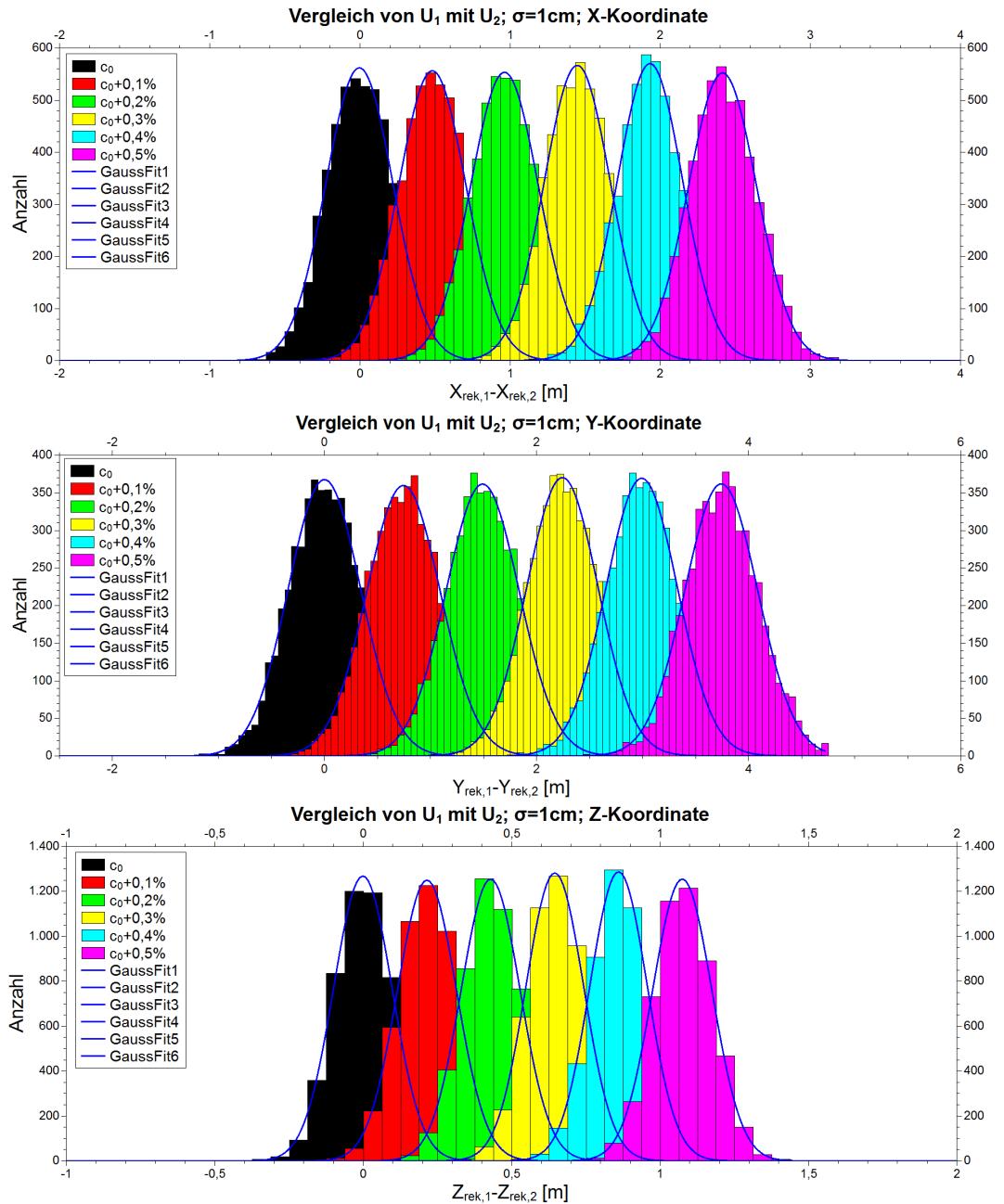


Abbildung 12: Komponentenweise Abweichung der rekonstruierten Positionen aus den Konfigurationen U_1 und U_2 mit einem Fehler von $\sigma = 1\text{cm}$. Oben: x -Koordinate, Mitte: y -Koordinate, Unten: z -Koordinate

Dabei ist a die Steigung und g der y -Achsenabschnitt der Geraden. Für alle betrachteten Pingerkonfigurationen liegen die Werte von g dabei betragsweise in einem Bereich unterhalb von 5cm, wobei eine größere ursprüngliche Ungenauigkeit σ auch ein größeres $|g|$ zur Folge hat. Da g dem x -Wert der Gaußfunktion beim Fehlen einer Abweichung der Schallgeschwindigkeit ($c_{Schall} = c_0$) entspricht, sind die kleinen Werte von g eine

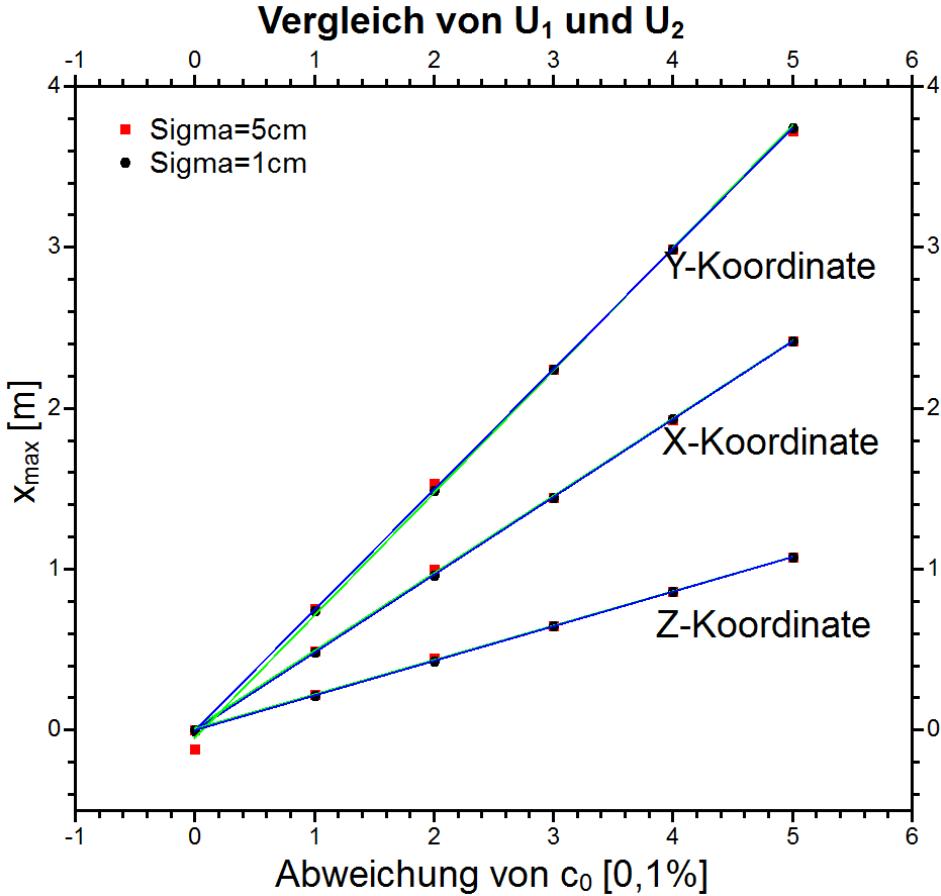


Abbildung 13: Verschiebung der Maxima x_{max} der Gauß-Fits als Funktion der Abweichung von der Schallgeschwindigkeit

Folge der Tatsache, dass eine Rekonstruktion mit der korrekten Schallgeschwindigkeit die tatsächliche Position sehr genau approximiert. Dass g nicht exakt Null ist, liegt einerseits an der simulierten Messungenauigkeit und andererseits an dem Fehler der durch die Mittelung bei der Histogrammbildung gemacht wird. Auch sehr kleine systematische Fehler sind nicht völlig auszuschließen.

Nun kann eine gemessene Positionsverschiebung zwischen unterschiedlichen Emitterkonfigurationen analysiert, und daraus Rückschlüsse auf eine eventuell vorhandene Abweichung in der Schallgeschwindigkeit gezogen werden. Durch Umformung erhält man aus dem Geraden-Fit die Gleichung:

$$c_0 - c_{Schall} = \frac{x_{max} - g}{a} \quad (4)$$

Durch Kenntnis der Parameter a und g kann also aus einer Positionsverschiebung die Schallgeschwindigkeit berechnet werden.

4. Anwendung der Methoden auf realitätsnahe Daten

Im Zuge von Untersuchungen für KM3Net⁶, dem Nachfolgeprojekt zum ANTARES Neutrinoleskop, wurden für die Positionierung eines Test-Moduls auf der Instrumentation Line IL13 mehrere Positionsbestimmungen mit Hilfe eines eingebauten Piezosensors durchgeführt (vgl. [5]). Die dabei gemessenen Laufzeiten eignen sich für eine Untersuchung zur Schallgeschwindigkeit mit den zuvor betrachteten Methoden. In einem Messzyklus wurden dabei nacheinander für die Emitter aller Lines die Laufzeiten zum Receiver ermittelt und zusätzlich ein zweites mal die Laufzeit des Emitters auf der 2. Line (vgl. [5, S. 17]). Dies bedeutet, dass die Konfigurationsvektoren einen zusätzlichen Eintrag haben, der identisch mit dem zweiten Eintrag ist ($U = [u_1, u_2, \dots, u_{13}, u_2]$). Analog muss auch die Summation in der Formel der zu minimierenden Funktion $d(\vec{x})$ um den Summanden mit Index 14 erweitert werden.

$$d(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{14} (|\vec{x}_{Emitter,i} - \vec{x}| - t_i \cdot c_{Schall})^2 \cdot u_i \quad (5)$$

Es konnte bei den betrachteten Messungen aufgrund eines Defekts kein Signal vom ersten Emitter empfangen werden, sodass nur Konfigurationen mit $u_1 = 0$ betrachtet werden können.

Bei der Messung ergab sich außerdem ein Problem mit der Synchronisation des Startzeitpunkts, sodass ein Zeit-Offset als zusätzlicher Fit-Parameter gewählt werden musste (vgl. [5, S. 40ff]). Dies führt zu einem konstanten Offset zwischen gemessenen und tatsächlichen Laufzeiten. Aus diesem Grund werden hier die Daten als ‘realitätsnahe’ Daten bezeichnet, da in die Laufzeiten bereits ein fehlerbehafteter Fit eingeht. Es werden die Laufzeiten t_i des ersten Pingerzyklus des Run mit der Nummer 1064 verwendet. Diese können der Tabelle 3 entnommen werden wobei der angesprochene Offset bereits subtrahiert wurde. Die Daten wurden freundlicherweise zur Verfügung gestellt von B. Scherl.

Emitter Nummer	Laufzeit	Emitter Nummer	Laufzeit
1	—	8	0,10407682
2	0,11352222	9	0,16912806
3	0,13475502	10	0,07856566
4	0,10172882	11	0,15099382
5	0,17207794	12	0,11522830
6	0,07644662	13 (IL)	0,06280402
7	0,13283670	2 (2. Messung)	0,11351026

Tabelle 3: Laufzeiten zwischen den verschiedenen Emittoren und dem Modul auf der IL13 aus dem ersten Pingerzyklus des Run Nummer 1064 unter Berücksichtigung des gefitteten Zeit-Offsets

⁶<http://www.km3net.org/>

Es sollen die Emitterkonfigurationen $U_{Alle} = [0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]$ sowie $U_{Nah} = [0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,1,1]$ und $U_{Fern} = [0,0,1,0,1,0,1,0,1,0,0,0]$ betrachtet werden. Als Schallgeschwindigkeit für die Rekonstruktion wurde wie in [5, S. 19] ein konstanter Wert von $c_{Schall} = 1544\text{m/s}$ angenommen. Es ergeben sich für die verschiedenen Emitterkonfigurationen relative Positionsverschiebungen in den einzelnen Komponenten von bis zu 28cm.

4.1. Betrachtung von statistischen und systematischen Fehlern

In diesem Kapitel soll der Einfluss von statistischen und systematischen Fehlern in der Laufzeitmessung auf die abgeleitete Schallgeschwindigkeit betrachtet werden. Zuerst wird ein statistischer Fehler betrachtet. Dazu werden die gemessenen Laufzeiten als Mittelwert einer Normalverteilung mit einer Standardabweichung von $\sigma = 5\text{cm}$ gewählt. Dann wird, analog zu der in Kapitel 3 beschriebenen Vorgehensweise, die relative Positionsabweichung zwischen den Rekonstruktionen aus den verschiedenen Konfigurationen untersucht. Aus dem dazu angefertigten Gauß-Fit an die Histogramme können die Mittelwerte der Normalverteilungen abgelesen und graphisch als Funktion der Schallgeschwindigkeit dargestellt werden. Dies wurde in Abbildung 14 beispielhaft für den Vergleich der Konfigurationen U_{Alle} und U_{Fern} getan. Für die Anfertigung des Gauß-Fits wurde dabei eine Ungenauigkeit der Anzahl der Einträge N_i im i -ten Balken des Histogramms von $\Delta N_i = \sqrt{N_i}$ angenommen und der i -te Balken mit dem Gewichtungsfaktor $w_i = \frac{1}{(\Delta N_i)^2}$ gewichtet.

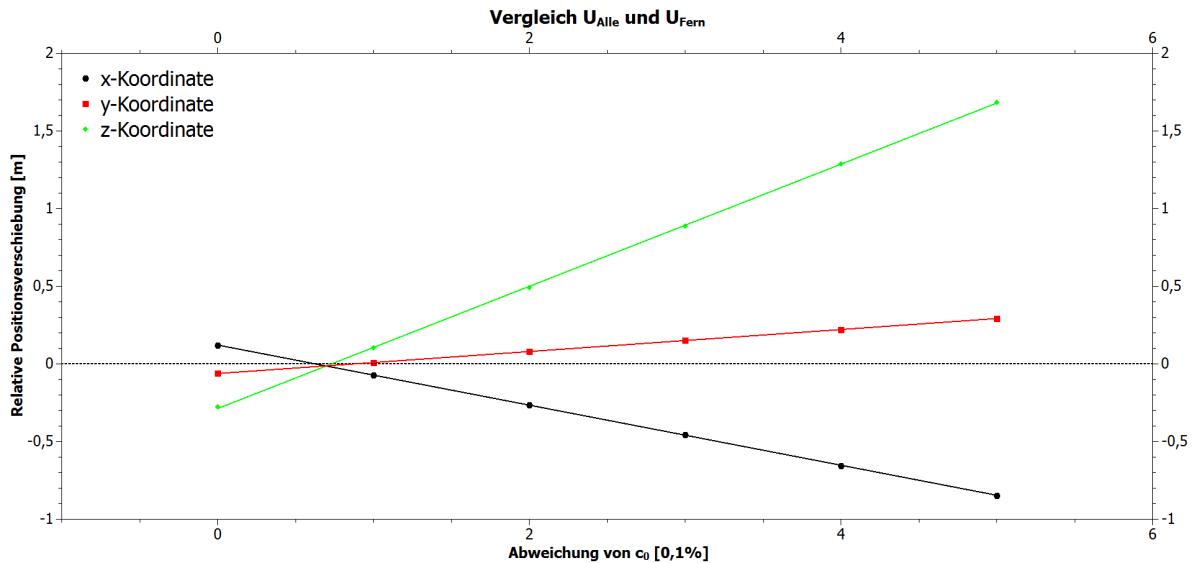


Abbildung 14: Relative Verschiebung zwischen den Rekonstruktionen aus den Emitterkonfigurationen U_{Alle} und U_{Fern} als Funktion der Schallgeschwindigkeit

Die Ungenauigkeiten der Mittelwerte der Gauß-Fits werden dabei vom Fit-Programm angegeben und liegen in einer Größenordnung von wenigen Millimetern. Nun kann für jeden Vergleich zweier Emitterkonfigurationen und für jede Ortskomponente die resultierende Schallgeschwindigkeit berechnet werden. Dazu wird angenommen, dass eine Rekonstruktion mit der korrekten Schallgeschwindigkeit die Position unabhängig von der gewählten Emitterkonfiguration exakt wiedergibt und daher keine relative Positionsverschiebung zwischen den hier betrachteten Konfigurationen auftritt. Man erhält daher die Differenz $c_0 - c_{Schall}$ aus dem linearen Fit (Gleichung 4) an die relative Positionsverschiebung durch dessen Schnittpunkt mit der $y = 0$ Achse⁷. Es ergibt sich daraus:

$$c_0 - c_{Schall} = \frac{x_{max} - g}{a} \Big|_{x_{max}=0} = \frac{-g}{a} \quad (6)$$

Durch Umformung erhält man: $c_{Schall} - c_0 = \frac{g}{a}$ oder $c_{Schall} = \frac{g}{a} + c_0$. Der dazugehörige Fehler Δc_{Schall} ergibt sich aus den Unsicherheiten Δa und Δg der Parameter a und g des linearen Fits durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta c_{Schall} = \sqrt{\left(\frac{\partial c_{Schall}}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial c_{Schall}}{\partial g} \cdot \Delta g\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{g}{a^2} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{1}{a} \cdot \Delta g\right)^2} \quad (7)$$

Die resultierenden Schallgeschwindigkeiten und deren Ungenauigkeiten sind in Tabelle 4 für die unterschiedlichen Konfigurations-Kombinationen und Ortskomponenten dargestellt.

Verglichene Konfigurationen	x -Komponente	y -Komponente	z -Komponente
$U_{Alle} - U_{Fern}$	$-0,6290 \pm 0,0049$	$-0,8726 \pm 0,0115$	$-0,7307 \pm 0,0064$
$U_{Nah} - U_{Fern}$	$-0,4885 \pm 0,0047$	$-0,7831 \pm 0,0100$	$-0,6809 \pm 0,0050$
$U_{Nah} - U_{Alle}$	$-0,0645 \pm 0,0035$	$-0,2903 \pm 0,0219$	$-0,1521 \pm 0,0068$

Tabelle 4: Differenz der Schallgeschwindigkeiten $c_{Schall} - c_0$ inklusive Fehler in Einheiten von $[0,1\% \cdot c_0]$

Man stellt fest, dass die Werte aus den Vergleichen der Konfigurationen U_{Alle} mit U_{Fern} sowie U_{Nah} mit U_{Fern} alle in ungefähr demselben Bereich liegen, während die Werte aus dem Vergleich von U_{Nah} mit U_{alle} relative stark von den anderen abweichen. Die Abweichungen unter den Messwerten lassen sich nicht durch die statistischen Fehler aus den verschiedenen Konfigurationen erklären, sodass die Annahme nahe liegt, dass noch weitere systematische Effekte vorliegen. Eine mögliche Erklärung für die starke Abweichung der Werte aus dem Vergleich von U_{Nah} mit U_{alle} liegt in der geringen Steigung $|a|$ der Fit-Geraden für alle drei Ortskomponenten. Dadurch wirkt sich ein eventuell

⁷In den hier dargestellten Abbildungen für den linearen Fit ist x_{max} auf der y -Achse aufgetragen

vorhandener systematischer Fehler in der relativen Positionsverschiebung deutlich stärker auf die resultierende Schallgeschwindigkeit aus als bei den anderen Kombinationen. Berechnet man das gewichtete Mittel der Schallgeschwindigkeit

$$\bar{c}_{Schall} - c_0 = \frac{\sum_i c_{Schall,i} w_i}{\sum_i w_i} \quad (8)$$

mit den Gewichtungsfaktoren $w_i = \frac{1}{(\Delta c_{Schall,i})^2}$, ergibt sich:

$$\bar{c}_{Schall} - c_0 = (-0,42 \pm 0,28) \cdot 0,1\% c_0 = -0,65 \pm 0,44 \text{ m/s} \quad (9)$$

Schließt man die abweichenden Ergebnisse aus dem Vergleich von U_{Nah} mit U_{alle} aus, so ergibt sich ein wesentlich geringerer Fehler:

$$\bar{c}_{Schall} - c_0 = (-0,64 \pm 0,11) \cdot 0,1\% c_0 = -0,99 \pm 0,16 \text{ m/s} \quad (10)$$

Die Ungenauigkeit $\Delta (\bar{c}_{Schall} - c_0)$ des gewichteten Mittelwerts wurde dabei unter Zuhilfenahme der Formel

$$\Delta (\bar{c}_{Schall} - c_0) = \sqrt{\frac{\sum_i (\bar{c}_{Schall} - c_{Schall,i})^2 w_i}{\sum_i w_i - 1}} \quad (11)$$

bestimmt.

Neben einem statistischen Fehler gibt es jedoch auch systematische Effekte, die eine Messung beeinflussen können. Ein solcher Effekt könnte zum Beispiel von einer Abweichung im Zeit-Offset-Fit aus [5, S. 40ff] hervorgerufen werden, da dieser alle gemessenen Laufzeiten gleichartig beeinflusst. Die Ungenauigkeit im Zeit-Offset wird angegeben als $\Delta t_{Offset} = 48,1 \mu\text{s}$. Um die Größe des systematischen Fehlers aus der Unsicherheit des Zeit-Offsets zu untersuchen wurden zu den Laufzeiten t_i aus Tabelle 3 der Fehler des Zeit-Offsets hinzugefügt. Die neuen Laufzeiten ergeben sich also zu $t'_i = t_i + \Delta t_{Offset}$. Ein weiterer Satz Laufzeiten, bezeichnet mit t^*_i , wurde durch Subtraktion der Unsicherheit des Offset von den Laufzeiten erzeugt. Auf die neuen Laufzeiten t'_i und t^*_i wurde nun jeweils erneut die zuvor beschriebene Methode zur Ableitung der Schallgeschwindigkeit angewendet. In Abbildung 15 ist zu erkennen wie sich die Geraden-Fits für die verschiedenen Laufzeiten verändern.

Offensichtlich verschieben sich die Werte bei Addition bzw. Subtraktion eines konstanten Werts in y -Richtung, wobei nicht jede Komponente gleich stark oder in die gleiche Richtung verschoben wird. So ist beispielsweise die Verschiebung der y -Komponente extrem gering und daher in der Abbildung nicht zu erkennen, während die x - und z -Komponente einen deutlich sichtbaren Effekt zeigen. Die berechneten Schallgeschwindigkeiten sind in Tabelle 5 für die Laufzeiten t'_i und in der Tabelle 6 für t^*_i angegeben.

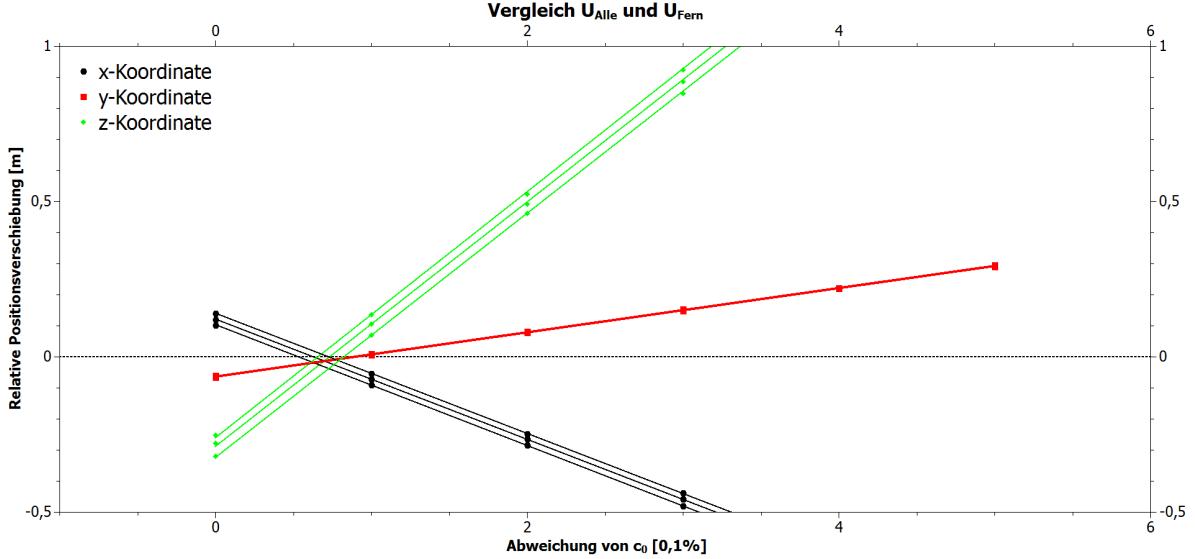


Abbildung 15: Fit-Geraden an die relative Positionsverschiebung als Funktion der Schallgeschwindigkeit für die unterschiedlichen Laufzeiten t_i , t'_i und t^*_i

Verglichene Konfigurationen	x -Komponente	y -Komponente	z -Komponente
$U_{Alle} - U_{Fern}$	$-0,5338 \pm 0,0045$	$-0,8586 \pm 0,0065$	$-0,6555 \pm 0,0126$
$U_{Nah} - U_{Fern}$	$-0,3993 \pm 0,0050$	$-0,7364 \pm 0,0121$	$-0,6048 \pm 0,0102$
$U_{Nah} - U_{Alle}$	$+0,0292 \pm 0,0062$	$-0,2799 \pm 0,0578$	$-0,0534 \pm 0,0214$

Tabelle 5: Differenz der Schallgeschwindigkeiten $c_{Schall} - c_0$ inklusive Fehler in Einheiten von $[0,1\% \cdot c_0]$ aus den Laufzeiten t'_i

Verglichene Konfigurationen	x -Komponente	y -Komponente	z -Komponente
$U_{Alle} - U_{Fern}$	$-0,7268 \pm 0,0082$	$-0,9145 \pm 0,0086$	$-0,8223 \pm 0,0129$
$U_{Nah} - U_{Fern}$	$-0,5857 \pm 0,0036$	$-0,8083 \pm 0,0099$	$-0,7739 \pm 0,0121$
$U_{Nah} - U_{Alle}$	$-0,1692 \pm 0,0060$	$-0,3614 \pm 0,0611$	$-0,2301 \pm 0,0283$

Tabelle 6: Differenz der Schallgeschwindigkeiten $c_{Schall} - c_0$ inklusive Fehler in Einheiten von $[0,1\% \cdot c_0]$ aus den Laufzeiten t^*_i

Hieraus kann wiederum jeweils ein gewichteter Mittelwert der Schallgeschwindigkeit gebildet werden. Diese gewichteten Mittel sind einmal für die Vergleiche aller Konfigurationen und einmal unter Ausschluss des Vergleichs von U_{Nah} mit U_{alle} in Tabelle 7 aufgetragen, wobei \bar{c}_{Schall}' für die Schallgeschwindigkeit steht, die aus den Laufzeiten t'_i resultiert und \bar{c}_{Schall}^* für die Schallgeschwindigkeit aus t^*_i .

Aus diesen Werten kann die Größe des systematischen Fehlers in der Schallgeschwindigkeit aus der Unsicherheit des Zeit-Offsets abgeschätzt werden. Dazu wird der größere der beiden Differenzwerte $|\bar{c}_{Schall} - \bar{c}_{Schall}'|$ und $|\bar{c}_{Schall} - \bar{c}_{Schall}^*|$ als Grenzwert für den systematischen Fehler angenommen.

	\bar{c}'_{Schall}	\bar{c}_{Schall}	\bar{c}^*_{Schall}
Alle Kombinationen	$-0,47 \pm 0,27$	$-0,42 \pm 0,28$	$-0,58 \pm 0,22$
Ohne $U_{Nah} - U_{Alle}$	$-0,57 \pm 0,16$	$-0,64 \pm 0,11$	$-0,67 \pm 0,12$

Tabelle 7: Gewichtete Mittel der Abweichungen der resultierenden Schallgeschwindigkeiten aus den unterschiedlichen Laufzeiten in Einheiten von $[0,1\% \cdot c_0]$

Insgesamt ergibt sich eine Differenz der Schallgeschwindigkeiten $\bar{c}_{Schall} - c_0$ von

$$\bar{c}_{Schall} - c_0 = -0,65 \pm 0,44 \text{ (stat.)} \pm 0,24 \text{ (syst.) m/s} \quad (12)$$

unter Berücksichtigung aller Kombinationen von Emitterkonfigurationen.

Ohne die Werte aus dem Vergleich von U_{Nah} mit U_{alle} erhält man:

$$\bar{c}_{Schall} - c_0 = -0,99 \pm 0,16 \text{ (stat.)} \pm 0,10 \text{ (syst.) m/s} \quad (13)$$

Es ist allerdings zu beachten, dass hier nur einer der möglichen systematischen Effekte berücksichtigt wurde. Auch wurde die gesamte Betrachtung auf einer sehr kleinen Datenmenge von nur einem einzelnen Pingerzyklus in einem Run durchgeführt, sodass die Ergebnisse zwar als Anhaltspunkt für einen Effekt, aber keinesfalls als Beweis eines solchen dienen können. Um tatsächlich eine stichfeste Aussage treffen zu können, wäre es nötig eine größere Menge an Messdaten auf die gleiche Weise zu untersuchen sowie weitere systematische Effekte auszuschließen.

5. Berücksichtigung der gekrümmten Bahn der Schallausbreitung

Eingangs wurde die vereinfachende Annahme getroffen, dass die Schallgeschwindigkeit über den gesamten Detektorbereich konstant ist. Tatsächlich hängt sie von der Temperatur, dem Druck bzw. der Tiefe und dem Salzgehalt des Wassers ab (vgl. [6, S. 82ff]). Durch die unterschiedliche Schallgeschwindigkeit kommt es zu Brechungseffekten im Detektor und der Schall breitet sich nicht mehr auf einer geraden Bahn aus, sondern entlang einer leicht gekrümmten Trajektorie. Dies führt wiederum zu einem Fehler bei der Rekonstruktion, die eine direkte Schallausbreitung voraussetzt, wenn die Laufzeit aus einer echten Messung stammt.

Ziel dieses Kapitels ist es, die Größe dieses Fehlers abzuschätzen und die Belastbarkeit der vorangegangenen Simulationen zu untersuchen. Zu diesem Zweck werden nun die Laufzeiten zwischen Emittern und Receiver entlang ihrer gekrümmten Bahnen berechnet. Eine anschließende Rekonstruktion kann dann Aufschluss darüber geben, wie die Brechungseffekte die scheinbare Position beeinflussen.

Für die Berechnung der Laufzeiten entlang der gekrümmten Bahnen wird ein **MatLab** Programm verwendet, das die in [6, S. 128f] beschriebenen ‘ray tracing’ Methode anwendet. Die dafür nötige Parametrisierung der Schallgeschwindigkeit stammt dabei aus [7]. Dieses Programm berechnet gleichzeitig die mittlere Schallgeschwindigkeit $c_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, wobei Δx die Strecke entlang der gekrümmten Bahn und Δt die Laufzeit ist. Die Laufzeiten werden dabei zum einen für die nominale Position des akustischen Moduls auf dem Stockwerk 22 der Line 12 und zum anderen für die Position des in Kapitel 4 untersuchten Moduls auf der IL13 berechnet. Die anschließende Rekonstruktion, die mit der in Kapitel 2 beschriebenen Minimierung vorgenommen wird, setzt eine direkte Schallausbreitung voraus und erzeugt daher leicht abweichende Positionen für die Receiver. Bei der Minimierung wird hier für die Schallgeschwindigkeit c_{Schall} die vom Programm berechnete mittlere Schallgeschwindigkeit c_{avg} verwendet.

Es ergibt sich eine Abweichung zwischen tatsächlicher und rekonstruierter Position von 0,52cm für das Modul auf IL13 und von 0,074cm für den Receiver auf Line 12. Die Abweichungen fallen also sehr gering aus und insbesondere ist der Fehler in der Position für das Modul auf der Instrumentation Line zwei Größenordnungen kleiner als die Unsicherheit des Zeit-Offset-Fits. Es kann also gefolgert werden, dass der Fehler durch die Vernachlässigung der gekrümmten Bahn der Schallausbreitung klein ist. Die Annahme einer konstanten Schallgeschwindigkeit bei der Rekonstruktion ist also im Rahmen dieser Arbeit eine gute Näherung die keinen Fehler von relevanter Größe beiträgt.

6. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde der Einfluss eines Fehlers in der Schallgeschwindigkeit in Wasser auf die Ergebnisse der akustischen Positionierung im ANTARES Neutrinoleskop untersucht. Diese Betrachtung ist dadurch motiviert, dass die Schallgeschwindigkeit auf einer Formel beruht, die aus empirischen Daten abgeleitet wird und dadurch mit einer Messungenauigkeit behaftet ist.

In Kapitel 2 wurde unter Annahme eines idealisierten Detektors der Einfluss einer abweichenden Schallgeschwindigkeit auf eine Positionsrekonstruktion simuliert. Dabei wurde sowohl der Abstand zwischen der rekonstruierten und der tatsächlichen Position als auch zwischen zwei Rekonstruktionen betrachtet. Mit exakten Laufzeiten für jeden Emitter und unter Annahme einer konstanten Schallgeschwindigkeit trat eine, von der gewählten Emitterkonfiguration abhängige, Verschiebung der rekonstruierten Position auf. Auch eine relative Positionsverschiebung zwischen zwei Rekonstruktionen mit unterschiedlichen Emitterkonfigurationen konnte beobachtet werden. Diese relative Verschiebung konnte für bestimmte Emitterkonfigurationen und für die untersuchten Empfängerpositionen innerhalb von ANTARES bis zu 91cm bei einer Abweichung in der Schallgeschwindigkeit von 0,1% betragen.

Anschließend wurde berücksichtigt, dass jede Messung der Laufzeiten eine gewisse Ungenauigkeit besitzt. Diese Ungenauigkeit wurde in Form einer gaußförmigen Verteilung der Laufzeiten um den Mittelwert in die Simulation implementiert. Es stellt sich heraus, dass die Konfigurationen, die die größte Abweichung liefern, aufgrund ihrer speziellen Anordnung im Detektor auch am sensibelsten auf Ungenauigkeiten in den Laufzeitmessungen reagieren.

Weiterhin wurde in Kapitel 3 der Einfluss der Schallgeschwindigkeit auf die einzelnen Raumkomponenten der Rekonstruktion betrachtet und eine mögliche Methode zur Berechnung der tatsächlichen Schallgeschwindigkeit aus der relativen Verschiebung zwischen zwei Rekonstruktionen dargelegt.

Diese Methode wurde in Kapitel 4 auf realitätsnahe Daten aus einer tatsächlichen Laufzeitmessung angewendet. Im Zuge dessen wurden auch der Einfluss statistischer und systematischer Fehler in den Laufzeiten untersucht. Es ergab sich eine Abweichung der Schallgeschwindigkeit von dem Wert aus [5] von

$$\bar{c}_{Schall} - c_0 = -0,65 \pm 0,44 \text{ (stat.)} \pm 0,24 \text{ (syst.) m/s}$$

bzw. unter Vernachlässigung einiger stark abweichender Werte:

$$\bar{c}_{Schall} - c_0 = -0,99 \pm 0,16 \text{ (stat.)} \pm 0,10 \text{ (syst.) m/s}$$

Diese Ergebnisse wurden jedoch aus einem sehr kleinen Datensatz gewonnen und sollten daher nur als Hinweis und keinesfalls als Beweis für einen vorhandenen Effekt gesehen werden.

Zuletzt wurde in Kapitel 5 der Tatsache Rechnung getragen, dass die Schallgeschwindigkeit in Wasser nicht exakt konstant, sondern unter anderem abhängig von der Tiefe ist.

Dies führt zu Brechungseffekten, die eine gekrümmte Bahn der Schallausbreitung zur Folge haben. Für die Untersuchung wurden die Laufzeiten zu einem Receiver entlang ihrer gekrümmten Bahnen berechnet. Anschließend wurde daraus die Position unter Annahme einer direkten, ungebrochenen Schallausbreitung rekonstruiert. Für den Abstand der Rekonstruktion von der Nominalposition ergaben sich abhängig von der betrachteten Receiverposition Werte von 0,52cm bzw. 0,074cm. Daher kann gefolgert werden, dass die Annahme einer konstanten Schallgeschwindigkeit im Rahmen dieser Arbeit angemessen ist.

Insgesamt wurde ein vielversprechender Ansatz zur Untersuchung der Schallgeschwindigkeit in einem Cherenkov-Neutrinoteleskop gefunden, um *in situ* die Genauigkeit der Positionskalibrierung der optischen Sensoren zu analysieren. Erste Untersuchungen mit der beschriebenen Methode wurden durchgeführt.

Literatur

- [1] M. Ageron et al. (ANTARES Coll.) (2011). *ANTARES: The first undersea neutrino telescope*. Nucl. Inst. and Meth. A 656 11, arXiv:1104.1607v1 [astro-ph.IM].
- [2] S. Adrián-Martinez et al. (2012). *The Positioning System of the ANTARES Neutrino Telescope*. JINST 7 T08002, arXiv:1202.3894v3 [astro-ph.IM]
- [3] K. Graf (2008). *Experimental Studies within ANTARES towards Acoustic Detection of Ultra-High Energy Neutrinos in the Deep-Sea*. Dissertation, Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg
- [4] C. Chen and F.J. Millero (1977). *Speed of sound in seawater at high pressures*. J. Acoust. Soc. Am. 62, No. 5
- [5] B. Scherl (2014). *Untersuchungen zur Positions Kalibrierung mit einem neuartigen piezoelektrischen Instrument für KM3NeT*. Masterarbeit, Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg
- [6] R. Lahmann (2011). *Ultra-High-Energy Neutrinos and Their Acoustic Detection in the Sea*. Habilitation Thesis, Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg
- [7] The International Association for the Properties of Water and Steam (IAPWS) (2007). *Revised Release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam*. <http://iapws.org>

Abbildungsverzeichnis

1.	Schematischer Aufbau des ANTARES Neutrinoleskops mit optischen Stockwerken (schwarz), akustischen Stockwerken (rot), dem Elektronik-Container, der (ursprünglichen) Instrumentation Line IL07 und dem Verbindungs kabel zur Küste. (Übernommen aus: [3, S. 31])	5
2.	Verschiebung der rekonstruierten Position bei Variation der Schallgeschwindigkeit in den unterschiedlichen Komponenten. a) y -Verschiebung als Funktion der x -Verschiebung. b) z -Verschiebung als Funktion der y -Verschiebung. c) x -Verschiebung als Funktion der z -Verschiebung.	9
3.	Abstand zwischen der mit Konfiguration U_0 rekonstruierten Position und allen Vergleichskonfigurationen mit mindestens fünf aktiven Emittoren als Funktion der Schallgeschwindigkeit. Die größte Abweichung stammt dabei von der Konfiguration U_1	10
4.	Position der Emitter in der x - y -Ebene, schwarz=Konfiguration U_1 , rot=Konfiguration U_2	11
5.	Abstand zwischen der mit Konfiguration U_1 rekonstruierten Position und allen Vergleichskonfigurationen mit mindestens fünf aktiven Emittoren als Funktion der Schallgeschwindigkeit	12
6.	Abstand zwischen der mit Konfiguration U_2 rekonstruierten Position und allen Vergleichskonfigurationen mit mindestens fünf aktiven Emittoren als Funktion der Schallgeschwindigkeit. Die größte Abweichung stammt dabei von der Konfiguration U_1	13
7.	Position der Emitter in der x - y -Ebene, schwarz=Konfiguration U_3 , rot=Konfiguration U_4	15
8.	Histogramme für die Abweichung der rekonstruierten von der tatsächlichen Position für unterschiedliche Emitterkonfigurationen, $c_{Schall} = c_0$, x -Achse: $ \vec{x}_{rekonstruiert} - \vec{x}_{echt} $, y -Achse: Anzahl Einträge, Balkenbreite: $b = 6,25\text{cm}$	16
9.	Histogramme für die Abweichung der rekonstruierten von der tatsächlichen Position mit variierender Schallgeschwindigkeit für die Konfiguration U_3 , x -Achse: $ \vec{x}_{rekonstruiert} - \vec{x}_{echt} $, y -Achse: Anzahl Einträge, Balkenbreite: $b = 6,25\text{cm}$	17
10.	Histogramm der relativen Positionsverschiebung bei Rekonstruktion mit der Konfiguration U_3 bzw. U_4 für unterschiedliche Schallgeschwindigkeiten	18
11.	Histogramm der relativen Positionsverschiebung bei Rekonstruktion mit der Konfiguration U_3 bzw. U_4 für die kleinste und größte betrachtete Schallgeschwindigkeit	19
12.	Komponentenweise Abweichung der rekonstruierten Positionen aus den Konfigurationen U_1 und U_2 mit einem Fehler von $\sigma = 1\text{cm}$. Oben: x -Koordinate, Mitte: y -Koordinate, Unten: z -Koordinate	21
13.	Verschiebung der Maxima x_{max} der Gauß-Fits als Funktion der Abweichung von der Schallgeschwindigkeit	22
14.	Relative Verschiebung zwischen den Rekonstruktionen aus den Emitterkonfigurationen U_{Alle} und U_{Fern} als Funktion der Schallgeschwindigkeit	24

15. Fit-Geraden an die relative Positionsverschiebung als Funktion der Schallgeschwindigkeit für die unterschiedlichen Laufzeiten t_i , t'_i und t^*_i 27

Tabellenverzeichnis

1.	Positionen der Pinger in ANTARES im UTM-Koordinatensystem mit WGS84	7
2.	Erwartungswert und Varianz der Verschiebung von der tatsächlichen Position bei der Rekonstruktion mit unterschiedlichen Emitterkonfigurationen unter Annahme eines Messfehlers von $\sigma = 5\text{cm}$	15
3.	Laufzeiten zwischen den verschiedenen Emittern und dem Modul auf der IL13 aus dem ersten Pingerzyklus des Run Nummer 1064 unter Berücksichtigung des gefitteten Zeit-Offsets	23
4.	Differenz der Schallgeschwindigkeiten $c_{Schall} - c_0$ inklusive Fehler in Einheiten von $[0,1\% \cdot c_0]$	25
5.	Differenz der Schallgeschwindigkeiten $c_{Schall} - c_0$ inklusive Fehler in Einheiten von $[0,1\% \cdot c_0]$ aus den Laufzeiten t'_i	27
6.	Differenz der Schallgeschwindigkeiten $c_{Schall} - c_0$ inklusive Fehler in Einheiten von $[0,1\% \cdot c_0]$ aus den Laufzeiten t_i^*	27
7.	Gewichtete Mittel der Abweichungen der resultierenden Schallgeschwindigkeiten aus den unterschiedlichen Laufzeiten in Einheiten von $[0,1\% \cdot c_0]$	28

A. Erklärung

Hiermit bestätige ich, dass ich diese Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.

Erlangen, den 26. Dezember 2014

Christian Kupfer