

Studien zu systematischen Fehlern von  
deflektometrischen Messverfahren großer sphärischer  
Spiegel

Bachelorarbeit aus der Physik

Vorgelegt von  
**Arthur Steiger**  
3. August, 2015

Erlangen Center for Astroparticle Physics  
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg



1. Gutachter: Prof. Dr. Christopher van Eldik
2. Gutachter: Prof. Dr. Ulrich Katz



---

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde der SWD-PMD Messaufbau in Erlangen im Hinblick auf systematische Fehler untersucht. Das SWD-PMD Messverfahren wurde an der Universität Erlangen-Nürnberg entwickelt und soll zur Bestimmung optischer Eigenschaften von Spiegeln für das Cherenkov Teleskop Array (CTA) verwendet werden. Die Vorteile von SWD-PMD liegen im sehr kompakten Aufbau und in der Geschwindigkeit der Messungen. Zusätzlich zur Information über die Punktabbildungsfunktion (PSF) liefert SWD-PMD auch Erkenntnisse über die Beschaffenheit der spiegelnden Oberfläche. Es konnten einige Fehlerquellen gefunden und Lösungsansätze dafür entwickelt werden. Ein bereits etabliertes Messfahren ist die 2f-Messung. Im Zuge der Sommerkampagne 2015 konnten die Ergebnisse einer ganzen Reihe von Spiegeln von SWD-PMD mit Ergebnissen der 2f-Messung verglichen werden. Es konnte gezeigt werden, dass die Ergebnisse im Allgemeinen in sehr guter Übereinstimmung sind, es aber vereinzelt zu größeren Abweichungen kommen kann. Es gibt sicher noch viele Systematiken, die bisher nicht gefunden, geschweige denn verstanden wurden. Diese Arbeit könnte jedoch ein Schritt in dem Bestreben sein, das SWD-PMD Messverfahren besser zu verstehen um es in absehbarer Zeit für den Massentest von Spiegeln für CTA zu verwenden.

## Abstract

In this thesis, studies on systematic errors of the SWD-PMD setup in Erlangen were performed. The SWD-PMD method was developed at the University of Erlangen and is intended to be used for measuring optical properties of mirrors for the Cherenkov Telescope Array (CTA). The benefits of SWD-PMD are the very compact design and the little time required for the measurements. In addition to the information about the Point Spread Function (PSF), it also provides knowledge about the shape of the specular surface. Some sources of systematic errors were found and possible solutions were invented. An already established procedure to measure optical properties of mirrors of Cherenkov Telescopes is the 2f-Measurement. The Sommerkampagne 2015 enabled to compare results of 2f-Measurements to those of the SWD-PMD method for a number of mirrors. The results agreed very well for most of the mirrors but there were also some with significant deviations. However, there are still many problems to overcome. This thesis could be a step forward to improve the understanding of SWD-PMD measurements in order to use it for collective tests of mirrors for CTA in the future.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b>	<b>7</b>
1.1 Cherenkov Telescope Array . . . . .	7
1.2 CTA Spiegelfacetten . . . . .	8
1.2.1 CTA Spiegel . . . . .	8
1.2.2 CTA Spiegelanforderungen . . . . .	8
1.3 Messmethoden . . . . .	9
1.3.1 Klassische 2f-Messung . . . . .	9
1.3.2 Phasenmessende Deflektometrie (PMD) . . . . .	10
1.3.3 LWD- und SWD-PMD . . . . .	12
1.4 Messaufbau in Erlangen . . . . .	13
1.4.1 Bildschirm . . . . .	13
1.4.2 Kameras . . . . .	14
1.4.3 Spiegelauflage . . . . .	14
1.4.4 Testspiegel . . . . .	15
<b>2 SWD-PMD Messung</b>	<b>15</b>
2.1 Kalibration . . . . .	15
2.1.1 Interne Kalibration . . . . .	15
2.1.2 Geometrische Kalibration . . . . .	16
2.2 Messung und Auswertung . . . . .	17
2.2.1 Datenerfassung . . . . .	17
2.2.2 Berechnung der Oberflächendaten . . . . .	18
2.2.3 Punktabbildungsfunktion . . . . .	18
2.2.4 Auswertung mit Referenzmessung . . . . .	19
<b>3 Ergebnisse</b>	<b>19</b>
3.1 Studien zu systematischen Fehlern . . . . .	19
3.1.1 Einfluss der Referenzmessung . . . . .	19
3.1.2 Einfluss der Messtemperatur . . . . .	22
3.1.3 Einfluss der Messhöhe . . . . .	23
3.1.4 Einfluss der Messposition . . . . .	24
3.1.5 Einfluss der Spiegelgröße . . . . .	28
3.2 Sommerkampagne 2015 . . . . .	29
<b>4 Diskussion und Ausblick</b>	<b>33</b>
<b>A Anhang</b>	<b>35</b>
A.1 Sommerkampagne 2015 . . . . .	35
A.1.1 SWD-PMD Erlangen . . . . .	35
A.1.2 2f-Erlangen . . . . .	36
A.1.3 2f-Saclay . . . . .	37



# 1 Einführung

## 1.1 Cherenkov Telescope Array

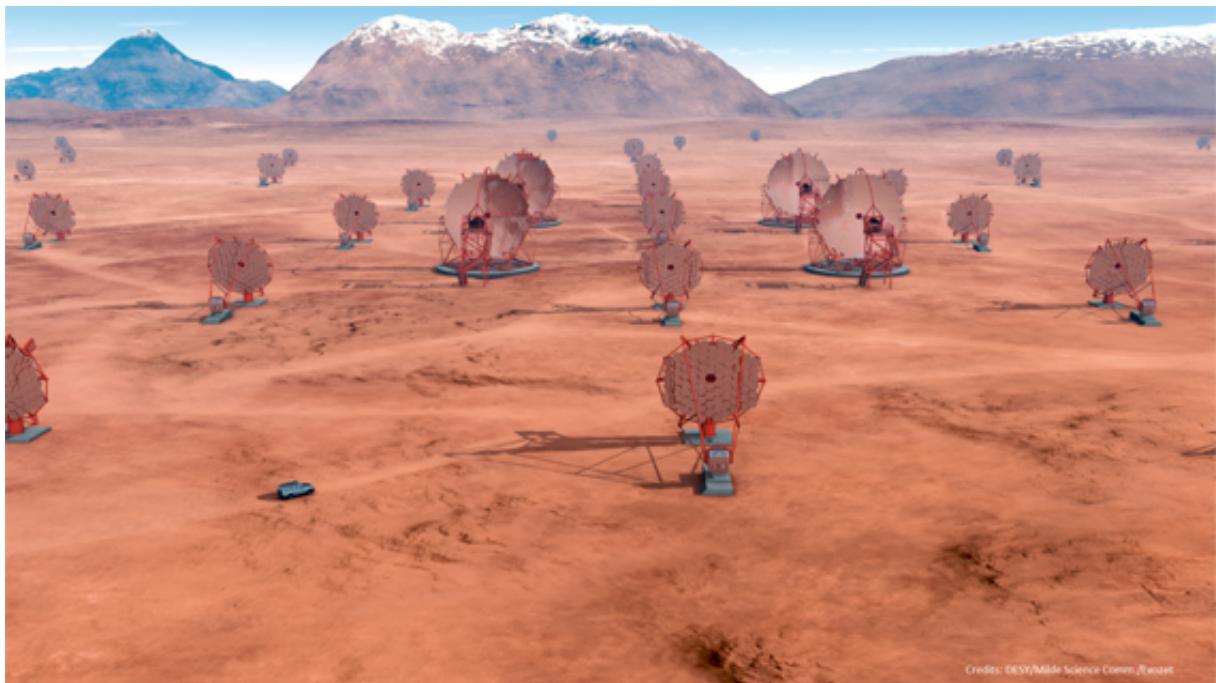
Im Bereich der Gamma-Astronomie bei sehr hohen Energien (VHE,  $> 100$  GeV) wurden in den letzten Jahren vor allem von bodenbasierten Systemen von Cherenkov Teleskopen (Imaging Atmospheric Cherenkov Telescopes (IACT)), wie den H.E.S.S.-, MAGIC- und VERITAS-Experimenten, enorme Fortschritte erzielt. Es entstand daher der Wunsch nach einer nächsten Generation, die noch sensitiver und flexibler ist.

Das Funktionsprinzip besteht darin, dass hoch energetische Gammastrahlung einen Schauer hoch relativistischer geladener Teilchen wie Elektronen, Positronen und Photonen verursacht, wenn Sie auf die Atmosphäre trifft. Bewegen sich diese Teilchen in der Atmosphäre schneller als die Lichtgeschwindigkeit in Luft, wird Cherenkovlicht emittiert. Dieses Licht wird anschließend durch Spiegel in die Photomultiplier der Kameras fokussiert. Anhand der Bilder ist es nun möglich Richtung und Energie der primären Gammastrahlung zu rekonstruieren.

Das geplante Cherenkov Telescope Array (CTA) ist ein internationales Projekt und wird von Forschungsgruppen aus Europa, Asien, Amerika, Australien und Afrika unterstützt. CTA soll aus einem Feld mit mehr als einhundert Cherenkov Teleskopen verschiedener Größen, basierend auf etablierter Technologie bestehen.

Eine typische Anordnung zeigt Abb. 1 mit SST-, MST- und LST-Teleskopen. SST steht hierbei für Small Size Telescope, MST für Medium Size Telescope und LST für Large Size Telescope.

Dadurch wird CTA weltweit einzigartige Möglichkeiten für die unterschiedlichsten wissenschaftlichen Interessen eröffnen. Insbesondere sollen die Daten von CTA, zum ersten Mal in diesem Gebiet, jedem frei zur Verfügung stehen [1].



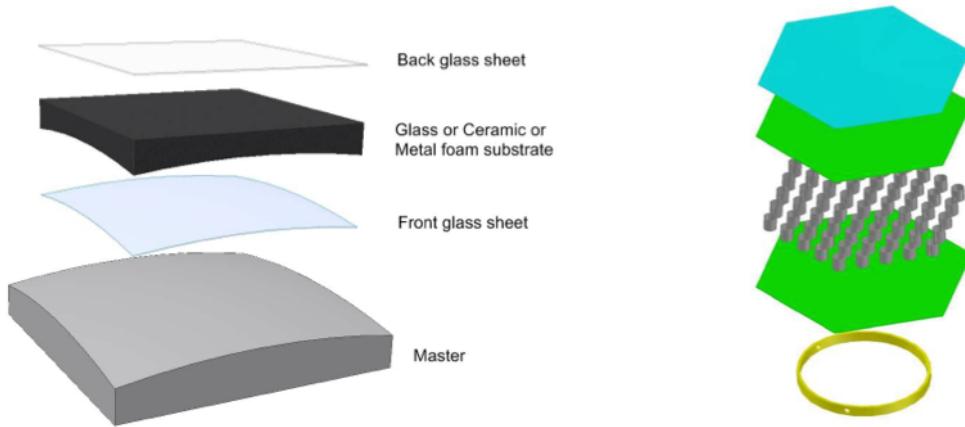
**Abbildung 1:** Konzeptionelle Aufteilung der Teleskope des CTA. [2]

## 1.2 CTA Spiegelfacetten

Ein wichtiger Bestandteil eines Cherenkov Teleskops ist der Spiegel. Er besteht aus mehreren Segmenten. Für MST's ist jedes Segment ein hexagonaler sphärischer Spiegel mit einem Kantenabstand von 1.2 m und einem Krümmungsradius von ungefähr 32 m. Für LST's soll der Krümmungsradius ungefähr 56 m betragen und für SST's wurde das noch nicht entschieden. Dieses Kapitel folgt im wesentlichen der Beschreibung in [1] und [6].

### 1.2.1 CTA Spiegel

Die Spiegel für CTA sollen anders als beispielsweise bei H.E.S.S. nicht aus massivem Glas bestehen, sondern nur aus einer dünnen verspiegelten Glasschicht, die durch eine stabile Wabenstruktur verstärkt wird. Dadurch sind die einzelnen Segmente und somit die Teleskope viel leichter und kostengünstiger. Das ganze CTA Projekt ist noch in der Entwicklungsphase, deshalb wurden noch keine entgültigen Entscheidungen getroffen. Abbildung 2 zeigt zwei mögliche Spiegeltypen.



**Abbildung 2:** Zwei mögliche Spiegeltypen für CTA. Links: Zwei dünne Glasplatten auf stabilen Wabenstruktur aus Aluminium für den Untergrund. Rechts: Carbon- oder Glasfaser verstärkter Kunststoffspiegel. [1]

### 1.2.2 CTA Spiegelanforderungen

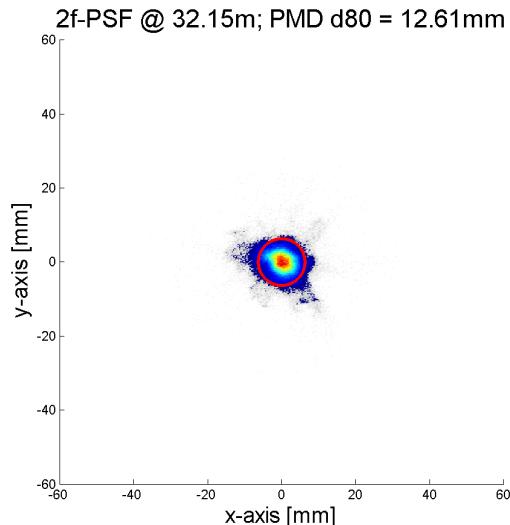
Jedes der Segmente soll das darauf einfallende Cherenkovlicht in einen der Photomultiplier der Kamera fokussieren. Dabei ist es wichtig, dass die Punktabbildungsfunktion (PSF), die die Reflexion einer Punktquelle an einer bestimmten Distanz vom Spiegel beschreibt, kleiner als die Öffnung des Photomultipliers ist.

Zur Quantifizierung der Größe der PSF wird der d<sub>80</sub> Wert eingeführt. Der d<sub>80</sub> Wert entspricht dabei dem Durchmesser eines Kreises der 80 % aller Pixel der PSF ausgehend vom Zentrum enthält.

Man stellt nun die Anforderung an CTA Spiegel, dass der d<sub>80</sub> Wert nicht größer als  $\frac{1}{3}$  der Pixelgröße der Kamera sein darf. Der Durchmesser der Photomultiplier von LST und

MST Spiegel beträgt 50 mm, somit darf der d80 Wert am Fokalpunkt (f) höchstens 17 mm betragen. In Abbildung 3 ist die PSF und der d80 Wert eines CTA Prototyp Spiegels für MST exemplarisch dargestellt. Die Intensität der Pixel ist durch die Farbe dargestellt, wobei rot für hohe und blau für niedrige Intensität steht.

CTA wird im Freien operieren und insgesamt 5000 – 10000 Spiegelsegmente umfassen. Deshalb ist es sehr wichtig, dass die Spiegel den Umweltbedingungen standhalten. Dafür müssen die optischen Eigenschaften der Segmente getestet werden und sollten in einem Temperaturbereich von  $-10^{\circ}\text{C}$  bis  $30^{\circ}\text{C}$  stabil bleiben.



**Abbildung 3:** PSF eines CTA Prototyp Spiegels für MST, bestimmt mit Phasenmessender Deflektometrie im Abstand von 32.15 m (2f) vom Spiegel. Der rote Kreis zeigt den d80 Wert.

## 1.3 Messmethoden

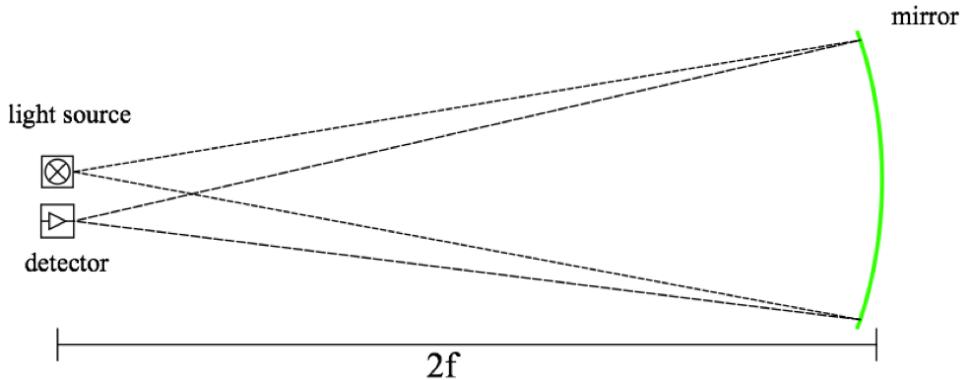
### 1.3.1 Klassische 2f-Messung

Cherenkovlicht von elektromagnetischen Schauern, verursacht durch Gammastrahlung, wird in einer Höhe von ca. 10 km emittiert. Deshalb kann man von einem parallelen Strahlengang ausgehen. Parallelle Strahlen werden von parabolischen Spiegeln in ihren Fokalpunkten fokussiert. Das ist für sphärische Spiegel in guter Näherung auch der Fall. Es ist allerdings schwierig die PSF direkt im Fokalpunkt zu vermessen. Dafür würde eine Lichtquelle benötigt, die entweder in mindestens 10 km Abstand zum Spiegel steht oder parallele Strahlen in der Ausdehnung des Spiegels erzeugt.

Die 2f-Messung macht sich die Tatsache zu nutze, dass Licht aus einer punktähnlichen Quelle, die genau im doppelten Abstand zum Fokalpunkt des Spiegels positioniert ist, auch wieder in den selben Punkt fokussiert wird. Wie in Abbildung 4 dargestellt kann das Bild der Punktquelle dabei direkt neben der Quelle detektiert werden. Es kann beispielsweise eine LED mit einem Linsensystem als Lichtquelle und eine CCD Kamera als Detektor dienen.

Dadurch ist die 2f-Messung eine einfache und robuste Methode die PSF direkt zu vermessen. Vor allem für Spiegel mit sehr großem 2f-Abstand (z. B. LST), was dem Krümmungsradius entspricht, wird jedoch dementsprechend viel Platz benötigt. Des Weiteren

muss jeder Spiegel präzise montiert und ausgerichtet werden.



**Abbildung 4:** Prinzip des 2f-Messverfahrens. Auf der linken Seite sind Lichtquelle und Detektor nebeneinander zu sehen. Der Abstand ist hier zu groß eingezeichnet um den Strahlengang zu veranschaulichen. Auf der rechten Seite steht ein sphärischer Spiegel im Abstand von  $2f$ . [6]

### 1.3.2 Phasenmessende Deflektometrie (PMD)

Phasenmessende Deflektometrie (PMD) ist ein Verfahren zur Bestimmung optischer Eigenschaften von spiegelnden Oberflächen und wird bereits sehr erfolgreich in der Industrie eingesetzt. Dieses Kapitel folgt im wesentlichen der Beschreibung in [3].

Das Prinzip besteht darin, dass eine Kamera die Verzerrung eines sinusförmigen Musters aus schwarzen und weißen Streifen, welches mit einem Bildschirm auf das Testobjekt projiziert wird, beobachtet (Abb. 5).

Anhand dieser Verzerrung kann die lokale Steigung in jedem einzelnen Kamerapixel und somit die Krümmung und Form der Oberfläche durch numerische Integration und Differentiation errechnet werden. Die zentralen Messgrößen bei PMD sind die lokale Steigung der Oberfläche und die Normalvektoren.

Abbildung 6 links, zeigt einen projizierten Lichtstrahl, der von der spiegelnden Oberfläche in die Kamera reflektiert wird. Dabei ist die Phase  $\varphi$  des projizierten Musters von der lokalen Steigung  $\alpha$  der Oberfläche und dem Abstand  $d$  zwischen Bildschirm und Messobjekt über

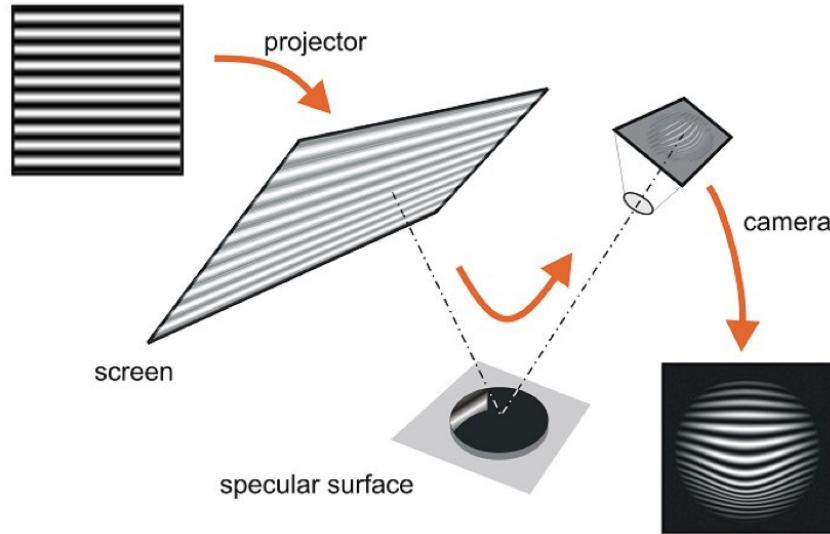
$$\varphi = d \cdot \tan 2\alpha$$

abhängig. Es werden  $N$  Streifenmuster im Abstand von  $2\pi/N$  in vertikaler und horizontaler Richtung projiziert. Anschließend kann die Phase anhand der gemessenen Intensitäten in jedem Kamerapixel getrennt berechnet werden.

Bei der Verwendung von PMD zur Bestimmung der PSF ist es besonders wichtig die Normalvektoren der spiegelnden Oberfläche zu kennen (s. Kapitel 2.2.3).

Um die Normalvektoren  $\vec{n}$  zu bestimmen muss für jeden Pixel  $\vec{p}$  der Sichtstrahl  $\vec{v}$  und der zugehörige beobachtete Punkt  $\vec{q}$  in globalen Koordinaten bekannt sein. Dazu müssen alle Komponenten kalibriert werden. Die Kalibration ist in Kapitel 2.1 genau erläutert.

Dabei gibt es das Problem wie in Abbildung 6 rechts dargestellt, dass der Reflektionspunkt an der Oberfläche  $\vec{s}$  irgendwo auf dem Sichtstrahl liegen könnte. Um die richtige

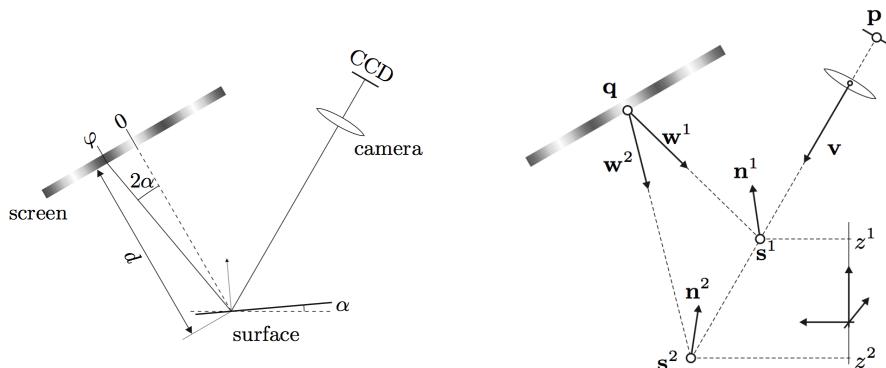


**Abbildung 5:** Prinzip des PMD-Messverfahrens. Ein sinusförmiges Muster wird mit einem Bildschirm auf das Testobjekt projiziert und mit einer Kamera aufgezeichnet.[6]

Position und den Normalvektor zu bekommen wird entweder die Richtung  $\vec{w}$  des einfallenden Lichts oder die Höhe  $z$  der Oberfläche benötigt. In diesem Fall ist der Normalvektor gegeben durch

$$\vec{n} = -\frac{\vec{w} + \vec{v}}{\|\vec{w} + \vec{v}\|}$$

mit  $\vec{w} = \vec{s} - \vec{q}$ . Dazu wird standardmäßig die Stereomethode verwendet, eine Methode unter Verwendung von zwei Kameras.



**Abbildung 6:** Links: Ein Lichtstrahl reflektiert von der spiegelnden Oberfläche in die Kamera. Der Winkel  $\varphi$  bezeichnet die Phase des Musters und  $\alpha$  die lokale Steigung im Messobjekt. Rechts: Der Ort der spiegelnden Oberfläche ist unbekannt. In diesem Beispiel entweder  $\vec{s}_1$  oder  $\vec{s}_2$ . Die Normalenvektoren  $\vec{n}_1$  und  $\vec{n}_2$  können nicht ohne zusätzliche Informationen berechnet werden. [3]

### 1.3.3 LWD- und SWD-PMD

Zur Vermessung großer sphärischer Spiegel mit PMD wurden zwei verschiedene Ansätze in Erlangen entwickelt. Das LWD- (Long Working Distance) und SWD- (Short Working Distance) PMD Setup. Das Kapitel folgt im wesentlichen der Beschreibung in [4].

Das LWD-PMD ist der klassischen 2f-Messung ähnlich. Der Bildschirm und die Kamera werden in ungefähr 2f-Abstand von Spiegel positioniert. Das hat den Vorteil, dass nur eine Kamera und ein kleiner Bildschirm ausreichen um den ganzen Spiegel zu vermessen. Je nach Krümmungsradius des Spiegels wird jedoch viel Platz und die selbe Präzision bei Montage und Ausrichtung des Spiegels wie bei der 2f-Messung benötigt.

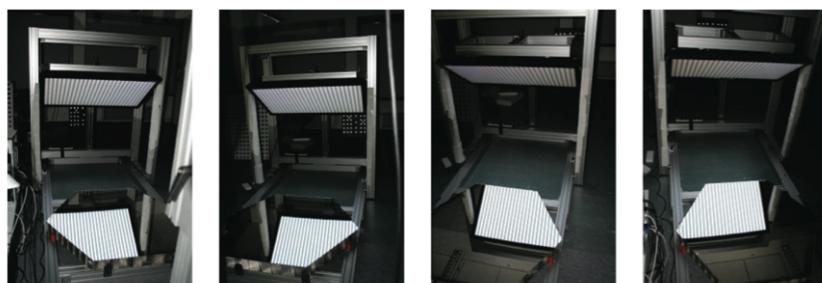
Wie in Kapitel 1.2 diskutiert wäre es vorteilhaft, CTA Spiegel bei verschiedenen Temperaturen vermessen zu können und aufgrund der großen Anzahl nicht präzise Ausrichten zu müssen.

Dafür wurde das SWD-PMD Setup entwickelt. Das SWD-PMD Setup ist kompakt genug um in eine bereits existierende Klimakammer zu passen und ist viel weniger sensitiv zur Ausrichtung des Spiegels als LWD-PMD oder 2f-Messung.

Es besteht aus vier Kameras, die jeweils einen Teil des Spiegels und des projizierten Musters (Abb. 7) beobachten. Um den ganzen Spiegel zu vermessen müssen die Bilder der einzelnen Kameras zusammengesetzt werden.

Neben den Vorteilen von SWD-PMD entstehen auch eine Reihe von Problemen:

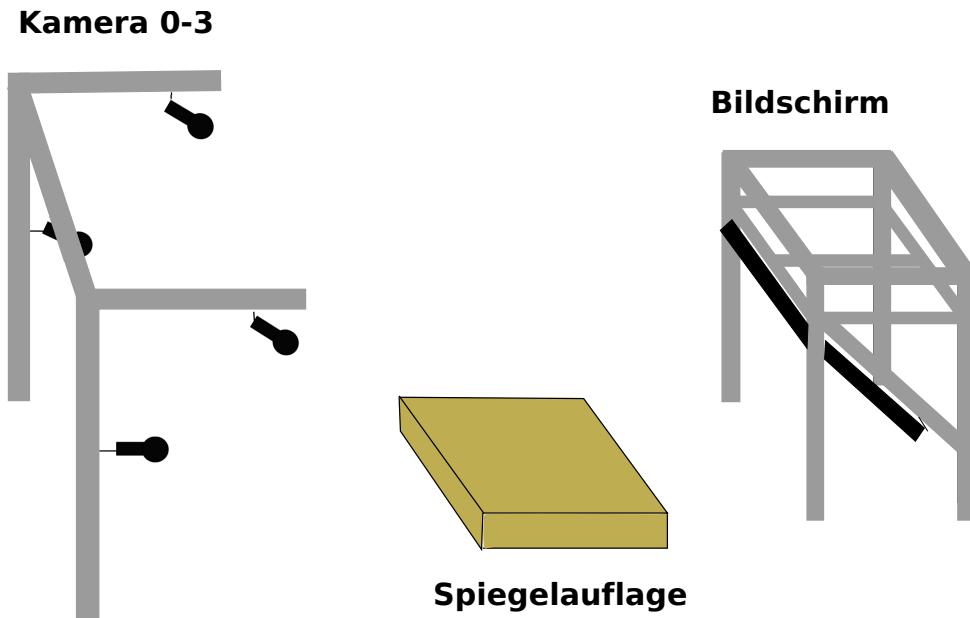
- Es ist kein Kalibrationsobjekt in der geforderten Größe zu vernünftigen Preis verfügbar.
- Die Auswertung ist extrem sensitiv zu Kalibrationsfehlern (s. Kapitel 2.2).
- Die Stereomethode kann nicht angewendet werden, da es nur kleine Bereiche des Spiegels gibt, die von mindestens zwei Kameras gesehen werden.
- Die schräge Position des Bildschirms führt zu Verformungen, was eine zusätzliche interne Bildschirmkalibration notwendig macht.



**Abbildung 7:** Bilder die von den vier Kameras eines SWD-PMD Setups gesehen werden. Auf jeder Kamera sind nur Teile des Spiegels und projizierten Musters zu sehen. [4]

## 1.4 Messaufbau in Erlangen

Der Messaufbau in Erlangen ist ein SWD-PMD Setup und ist schematisch in Abbildung 8 dargestellt. Er besteht aus einem Bildschirm, vier Kameras und einer Spiegelauflage. In den folgenden Kapiteln werden die einzelnen Bestandteile genauer beschrieben. Sämtliche Messungen, die in Kapitel 3 vorgestellt werden, wurden mit diesem Aufbau erstellt.



**Abbildung 8:** Schematische Darstellung des SWD-PMD Messaufbaus in Erlangen

### 1.4.1 Bildschirm

Der Bildschirm ist ein 60" Flachbildschirm von Sharp mit einer Auflösung von  $1920 \times 1280$  Pixeln und wird mittels HDMI-Verbindung vom Messcomputer gesteuert. Wie in Abbildung 9 dargestellt ist er schräg in einer Aluminiumhalterung montiert.



**Abbildung 9:** Bildschirm und Halterung des SWD-PMD Messaufbaus in Erlangen

### 1.4.2 Kameras

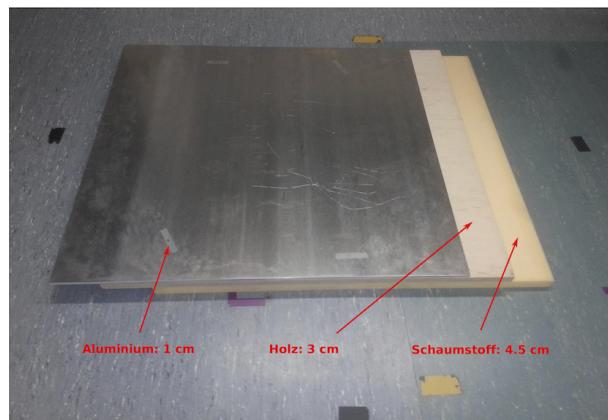
Als Kameras dienen vier AVT Stingray F-125B FireWire Monochrom Kameras IEEE 1394b-S800 (Abb. 10) mit  $1292 \times 964$  Bildpunkten und einer Pixelgröße von  $3.75 \mu\text{m}$ . Die Objektive von Kamera 0 und 3 haben eine Brennweite von 25 mm und die von Kamera 1 und 2 haben 16 mm. Die Kameras werden über eine Firewire Karte vom Messcomputer ausgelesen.



**Abbildung 10:** Kameras des SWD-PMD Messaufbaus in Erlangen. Links: Position und Montage der Kameras. Rechts: Bild einer einzelnen Kamera

### 1.4.3 Spiegelauflage

Da bei der SWD-PMD Messung der Spiegel in waagrechter Position vermessen wird kann es zu Verformungen durch das Eigengewicht kommen. Um eine gleichmäßige Lage zu gewährleisten ist eine dreiteilige Spiegelauflage vorgesehen. Sie besteht aus einer Aluminiumplatte, einer Holzplatte und einer Platte aus Schaumstoff (Abb. 11). Das Aluminium dient dazu, die Form des Spiegels stabil zu halten. Der Schaumstoff soll Unebenheiten des Bodens ausgleichen und das Holz den Spiegel auf die gewünschte Höhe bringen ohne dabei das Gewicht stark zu erhöhen.



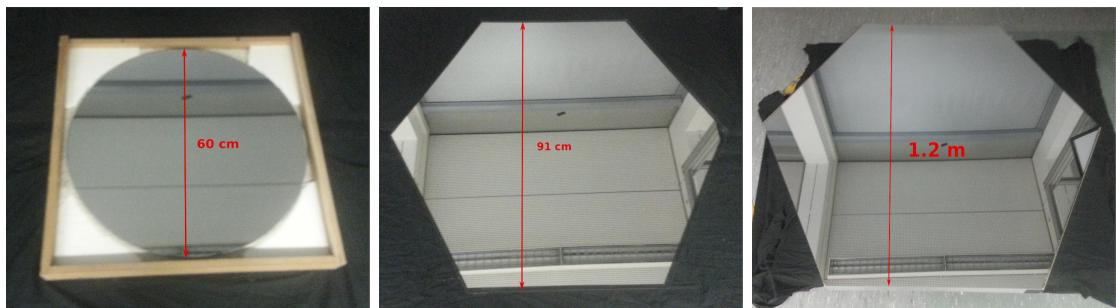
**Abbildung 11:** Spiegelauflage des SWD-PMD Messaufbaus in Erlangen. Sie besteht aus einer 1 cm dicken Aluminiumplatte, einer 3 cm dicken Holzplatte und einer 4.5 cm dicken Schaumstoffplatte.

### 1.4.4 Testspiegel

Es wurden drei Testspiegel in dieser Arbeit verwendet. Vor jeder Messung wurde die Spiegelauflage (Abb. 11) mit einem schwarzen Tuch abgedeckt, um Reflektionen durch das Aluminium zu verhindern.

Die beiden H.E.S.S. Spiegel (Abb. 12 links und Mitte) bestehen aus massivem Glas. Andere Spiegel vom gleichen Typ sind bereits auf den H.E.S.S. Teleskopen verbaut. Der Krümmungsradius wurde in einer taktilen Messung für H.E.S.S. I zu 29.978 m und für H.E.S.S. II zu 72.656 m bestimmt. Zur Temperaturstabilisierung der Form liegt der H.E.S.S. I Spiegel in einer Holzschachtel, die mit kleinen Glaskugeln gefüllt ist.

Der Sanko 3 Spiegel ist ein Prototyp für die MST Teleskope von CTA (Abb. 12 rechts). Hier wurde der Krümmungsradius durch eine 2f-Messung zu 32.14 m bestimmt. Er besteht wie schon erwähnt aus einer dünnen verspiegelten Glasschicht verstärkt durch eine Wabenstruktur und zeichnet sich durch eine sehr gute sphärische Form aus.



**Abbildung 12:** In dieser Arbeit verwendete Testspiegel. Links: H.E.S.S. I Spiegel mit 60 cm Durchmesser. Mitte: H.E.S.S. II Spiegel mit 91 cm Kantenabstand. Rechts: Sanko 3 CTA Prototyp Spiegel für MST mit 1.2 m Kantenabstand.

## 2 SWD-PMD Messung

Zur SWD-PMD Messung in dieser Arbeit wurde die Software SoftPMD der Firma ISRA Vision verwendet. Zur geometrischen Kalibration und Auswertung wurden die in den folgenden Kapiteln beschrieben Verfahren, in den Implementierungen von Evelyn Olesch (Universität Erlangen-Nürnberg, Institut für Optik, Information und Photonik) benutzt. Dieses Kapitel folgt im wesentlichen der Beschreibung in [5] und [4].

### 2.1 Kalibration

Die interne Kalibration musste im Zuge dieser Arbeit nicht durchgeführt werden, da Bildschirm und Kameras bereits entsprechend kalibriert waren. Eine geometrische Kalibration wurde mit dem Sanko 3 Spiegel durchgeführt.

#### 2.1.1 Interne Kalibration

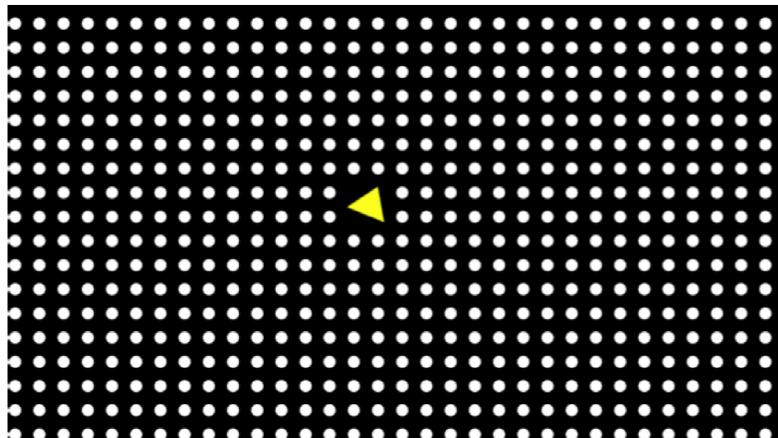
Die interne Kalibration betrifft Bildschirm und Kameras. Für PMD-Messungen wird von einem perfekt flachen Bildschirm ausgegangen. Abhängig von der Art des Bildschirm und der Montage ist das in der Realität nicht immer der Fall. Inbesondere bei der SWD-PMD

Methode, wo ein sehr großer Bildschirm schräg montiert und nur an der Rückseite befestigt ist, entstehen starke Verformungen.

Es wird außerdem davon ausgegangen, dass jede Kamera eine ideale Lochkamera ist. Das ist ebenfalls nicht der Fall aufgrund von nicht perfekten Objektiven und Mängeln am CCD-Chip. Deshalb wird ein Lochkameramodell verwendet, das erlaubt die Abweichungen zu berechnen und zu kompensieren.

Für die interne Kalibration werden mehrere Bilder eines Kalibrationsraster (Abb. 13) unter verschiedenen Winkeln aufgenommen. Das Kalibrationsraster besteht aus vielen weißen Punkten auf einer schwarzen Oberfläche. Jeder der Punkte ist nummeriert und seine Position ist in seinem eigenen Koordinatensystem genau bekannt.

Für die Kamerakalibration wird das Raster auf einer Platte angebracht und bei der Bildschirmkalibration ein ähnliches Raster auf dem Bildschirm projiziert. Die Bilder werden anschließend mit einer photometrischen Software ausgewertet, wobei jedem Punkt seine korrekte Position und Nummer zugeordnet wird. Es gibt verschiedene Möglichkeiten den ersten Punkt zu identifizieren, z. B. durch eine spezielle Markierung im Raster (Abb. 13 gelbes Dreieck).



**Abbildung 13:** Beispiel eines Rasters, das zur Kalibration auf dem Bildschirm projiziert werden kann. Ein ähnliches Raster mit zusätzlichen Markierungen auf der Seite kann zur Kamerakalibration verwendet werden. [6]

### 2.1.2 Geometrische Kalibration

Sind Bildschirm und Kameras kalibriert kann die geometrische Kalibration durchgeführt werden. Sie dient dazu, die Positionen der Pixel aus Kamera und Bildschirm in ein globales Koordinatensystem zu transformieren.

Als Kalibrationsobjekt wird einer der sehr präzisen Prototyp Spiegel für CTA verwendet. Es werden damit neun Messungen durchgeführt, wobei die Neigung des Spiegels variiert wird. Ein speziell dafür entwickeltes Programm berechnet anschließend welchen Punkt des Bildschirms die Kameras sehen würden, wenn die Lichtstrahlen an einer perfekten Sphäre reflektiert worden wären (Fit der Sphäre). Die perfekte Sphäre hat dabei den Krümmungsradius des Kalibrationsobjekts. Die Position und Orientierung der Kameras wird nun anhand des mittleren Abstands der berechneten und tatsächlich gemessenen

Punkte ermittelt. Dadurch werden Parameter aufgestellt (s. Tabelle 1), die die Position von Kamera und Bildschirm relativ zu einem gemeinsamen globalen Koordinatensystem definieren. Im globalen Koordinatensystem zeigt  $x$  nach rechts ausgehend vom Blickwinkel der Kamera auf den Bildschirm,  $y$  zeigt von den Kameras in Bildschirmrichtung und  $z$  nach oben.

Parameter	Bedeutung
$zerobase$	Abweichung vom Koordinatensystem des Objekts relative zum globalen Koordinatensystem
$xbase$	$\vec{x}$ im Koordinatensystem des Objekts
$ybase$	$\vec{y}$ im Koordinatensystem des Objekts

**Tabelle 1:** Parameter der geometrischen Kalibration. Der Vektor  $zerobase$  zeigt auf die Position von Bildschirm und Kameras relative zum globalen Koordinatensystem. Die Vektoren  $xbase$  und  $ybase$  legen die Orientierung des globalen Koordinatensystems im Raum fest [5].

## 2.2 Messung und Auswertung

### 2.2.1 Datenerfassung

Zur Datenerfassung wird das Programm SoftPMD verwendet. Zunächst muss die Belichtungszeit der Kameras eingestellt werden. Es hat sich bewährt hierfür  $\approx 1.3\text{s}$  zu wählen. Damit ist das Sinusmuster auf dem Spiegel klar zu erkennen. Der Rest des Bildes ist aber dunkel.

Anschließend werden zwei Messschritte durchgeführt, die sich nur im Stretchfaktor ( $SF$ ) unterscheiden. Dieser Parameter definiert das eigentliche Muster und ist deshalb sehr wichtig für die Genauigkeit der Messung.

Es werden zwei teilerfremde Sinusfunktionen benötigt, da eine einzige Funktion alle Ergebnisse auf einen Phasenversatz der Vielfachen von  $2\pi$  limitieren würde. Um sicher zu stellen, dass sie wirklich teilerfremd sind, werden sie so eingestellt, dass  $Q \cdot SF$  und  $P \cdot SF$  ganze Perioden auf dem Bildschirm angezeigt werden. Dabei sind  $Q$  und  $P$  teilerfremde Zahlen, üblicherweise  $Q = 7$  und  $P = 8$ . Dadurch wird der Bildschirm in  $SF$  gleiche Bereiche unterteilt. Wird zuerst eine Messung mit  $SF = 1$  durchgeführt, können diese Bereiche genau identifiziert werden. Der Stretchfaktor definiert auch die Breite der einzelnen Streifen. Für das SWD-PMD Setup in Erlangen hat sich ein Stretchfaktor von  $SF = 24$  als ideal erwiesen.

Jede Messung wird also zuerst mit  $SF = 1$  und dann mit dem idealen Stretchfaktor durchgeführt. Für einen gegebenen Stretchfaktor werden jeweils 4 verschiedene Phasen in vertikaler und horizontaler Richtung projiziert und Bilder gemacht. Daraus werden die Projektorkoordinaten und die globale Phase bestimmt. Die Projektorkoordinaten  $px$  und  $py$  sind die von den Kameras gesehenen Punkte im Koordinatensystem des Bildschirms. Daraus werden anschließend für jeden Punkt auf dem Bildschirm die 3D-Koordinaten im globalen Koordinatensystem, auch Bildschirmdaten genannt, berechnet und für die Auswertung abgespeichert.

### 2.2.2 Berechnung der Oberflächendaten

Zur Berechnung der Oberflächendaten wird zunächst die eigentliche Spiegeloberfläche von der Umgebung ausgeschnitten. Dafür wird der lokale Kontrast auf der globalen Phase verwendet, d. h. alles innerhalb eines bestimmten Intervalls (üblicherweise [0.3; 0.8]) wird als Spiegeloberfläche angesehen. Die anderen Daten werden in der weiteren Auswertung nicht verwendet. Ebenso alle Pixel die im Intervall liegen, aber keine drei benachbarten Pixel darin haben.

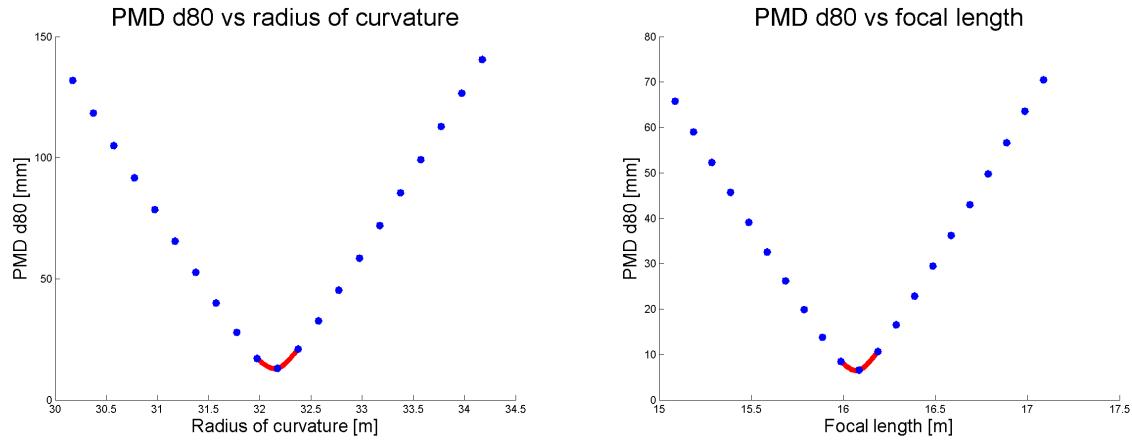
Bei der geometrischen Kalibration, beschrieben in 2.1.2, wurde anhand der Abweichung von Punkten, die an einer perfekten Sphäre mit festem Krümmungsradius reflektiert wurden und anhand von tatsächlich gemessenen Punkten, die Positionen der Kameras bestimmt. Zur Berechnung der Oberflächendaten wird im Grunde der selbe Fitalgorithmus verwendet, nur dass diesmal die Kamerapositionen bekannt sind und Krümmungsradius und Position der perfekten Sphäre bestimmt werden.

Die Oberfläche der idealen Sphäre wird dann verwendet um die lokalen Normalvektoren zu berechnen. An jedem Punkt im  $xy$ -Gitter, wobei die Achsen identisch zu denen aus dem globalen Koordinatensystem von SoftPMD sind, werden Normalvektoren berechnet und angeheftet.

Anhand der Normalvektoren kann die Oberfläche präzise neu berechnet werden. Da die Oberflächendaten einen geringen Einfluss auf die PSF haben, wird dies in der Regel nicht gemacht. Zusätzlich zur Oberfläche und den Normalvektoren wird auch die lokale und globale Steigung sowie deren Abweichungen von der perfekten Sphäre in  $x$  und  $y$  Richtung getrennt ausgegeben.

### 2.2.3 Punktabbildungsfunktion

Zur Bestimmung der Punktabbildungsfunktion (PSF) wird ein ray tracing algorithmus verwendet. Dazu wird zunächst ein Bündel einfallender Strahlen generiert und damit jeder Oberflächenpunkt mit der Lichtquelle verbunden. Anhand der Normalvektoren kann nun an jedem Punkt der Oberfläche der reflektierte Strahl berechnet werden. Die Schnittpunkte der reflektierten Strahlen mit der Bildebene in einem bestimmten Abstand zur Oberfläche definieren die PSF. Die PSF und der dazugehörige d80 Wert, was dem Durchmesser eines Kreises entspricht indem 80% aller reflektierter Punkte liegen, wird immer in 1f- und 2f-Abstand bestimmt. Der 2f-Abstand an dem die PSF bestimmt werden soll kann vorher festgelegt und der 1f-Abstand daraus mit  $2f = R$  berechnet werden, was auch Nominalwerte genannt wird. Um den Krümmungsradius und die Brennweite des Spiegels zu bestimmten wird die 1f-PSF und 2f-PSF und die d80 Werte dazu an mehreren Abständen um die Nominalwert herum berechnet. Durch den Fit einer Parabel wird jeweils das Minimum des d80 Werts ermittelt. Dies ist in Abbildung 14 für eine Messung des Sanko 3 Spiegels exemplarisch dargestellt. Das Minimum des d80 der 1f-PSF definiert die Brennweite und das Minimum des d80 der 2f-PSF den Krümmungsradius, die sogenannten Optimalwerte. Im Idealfall sollten die Nominalwerte mit den Optimalwerten übereinstimmen.



**Abbildung 14:** Beispiel der Bestimmung des Krümmungsradius und der Brennweite mit PMD anhand der d80 Werte. Links: PMD d80 Wert als Funktion des Krümmungsradius. Rechts: PMD d80 Wert als Funktion der Brennweite.

#### 2.2.4 Auswertung mit Referenzmessung

Aufgrund verschiedenster Einflüsse können sich die Kamerapositionen leicht verändern während der Aufbau außer Betrieb ist. Eine komplette geometrische Kalibration, wie in Kapitel 2.1.2 beschrieben, vor jeder Messung durchzuführen würde sehr viel Zeit in Anspruch nehmen.

Die Auswertung mit Referenzmessung ist eine Art geometrische Rekalibration. Bevor die eigentliche Messung durchgeführt wird, wird zuerst eine Messung mit einem Referenzspiegel mit bekanntem Krümmungsradius aufgenommen. Bei der Auswertung kann nun die Referenzmessung ausgewählt und der bekannte Krümmungsradius eingegeben werden. Bei der Berechnung der Oberflächendaten der Referenzmessung wird der eingegebene Radius beim Fit der Sphäre konstant gehalten und so die Kamerapositionen neu berechnet. Diese Kamerapositionen werden dann zur Auswertung der eigentlichen Messung verwendet. Der Ablauf ist praktisch identisch mit der geometrischen Kalibration mit dem Unterschied, dass nur eine anstatt neun Messungen verwendet werden.

Die Auswertung mit Referenzmessung kann die geometrische Kalibration nicht ersetzen. Erfahrungen haben jedoch gezeigt, dass dadurch kleinere Abweichungen ausgeglichen werden können.

## 3 Ergebnisse

### 3.1 Studien zu systematischen Fehlern

#### 3.1.1 Einfluss der Referenzmessung

Vor jeder einzelnen Messung eine Referenzmessung aufzunehmen würde viel Zeit in Anspruch nehmen, da sich die Anzahl der Messungen verdoppeln würde. Daher ist es wichtig zu wissen wie stark sich ein Messergebnis verändert, wenn die Messung mit einer Referenzmessung ausgewertet wird, die schon eine gewisse Zeit vorher durchgeführt wurde. Hierzu wurden innerhalb von 14 Tagen, 7 Messungen in verschiedenen Zeitabständen mit dem H.E.S.S II Spiegel durchgeführt. Vor jeder Messung wurde eine Referenzmessung mit

dem selben Spiegel gemacht um einen möglichen Einfluss des Referenzspiegels zu eliminieren. Zwischen den eigentlichen Messungen und den Referenzmessungen wurde der Spiegel jeweils aus dem Messfeld herausgenommen und wieder neu positioniert, um zu simulieren, dass normalerweise nicht der selbe Spiegel als Referenzmessung verwendet wird.

Abbildung 15 zeigt die Verteilung von Radius (links) und d80 (rechts) wobei jede Messung mit der Referenzmessung ausgewertet wurde, die unmittelbar vorher aufgenommen wurde. Die Werte ergeben sich zu

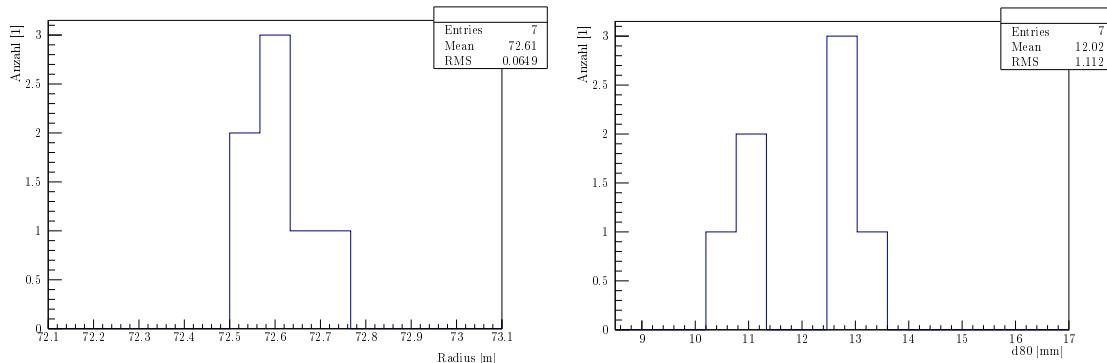
$$R = (72.61 \pm 0.07) \text{ m} = \hat{R} \pm \delta\hat{R}$$

$$d80 = (12.0 \pm 1.2) \text{ mm} = \hat{d}80 \pm \delta\hat{d}80$$

Der taktile Wert von 72.66 m für den Radius liegt im Intervall. Diese Werte stellen das Ergebnis von 7 unabhängigen Messungen dar, die an verschiedenen Tagen durchgeführt wurden. Die beiden Fehler  $\delta\hat{R} = 0.07 \text{ m}$  und  $\delta\hat{d}80 = 1.2 \text{ mm}$  werden bei allen folgenden Messungen mit dem H.E.S.S. II Spiegel als Standardfehler verwendet. Die Mittelwerte  $\hat{R} = 72.61 \text{ m}$  und  $\hat{d}80 = 12.0 \text{ mm}$  können als Vergleichsbasis dienen. Um diese Abweichungen mit Messungen der anderen Testspiegel zu vergleichen werden die relativen Abweichungen definiert:

$$\Delta\hat{R} := \frac{\delta\hat{R}}{\hat{R}} \approx 0.1 \%$$

$$\Delta\hat{d}80 := \frac{\delta\hat{d}80}{\hat{d}80} \approx 10 \%$$



**Abbildung 15:** Verteilungen von Radius und d80 der 7 Messungen des H.E.S.S. II Spiegels, wobei jede Messung mit der Referenzmessung ausgewertet wurde, die unmittelbar vor der eigentlichen Messung durchgeführt wurde.

Werden nun alle Messungen mit einer Referenzmessung ausgewertet, die am ersten Tag durchgeführt wurde, ergeben sich die in Abbildung 16 gezeigten bestimmten Radien (links) und d80 Werte (rechts) als Funktion des zeitlichen Abstands. Wie deutlich zu erkennen ist, wird die Abweichung im Laufe der Zeit zunehmend größer. Die Verteilungen von Radius (links) und d80 (rechts) sind in Abbildung 17 dargestellt. Die Werte ergeben sich zu

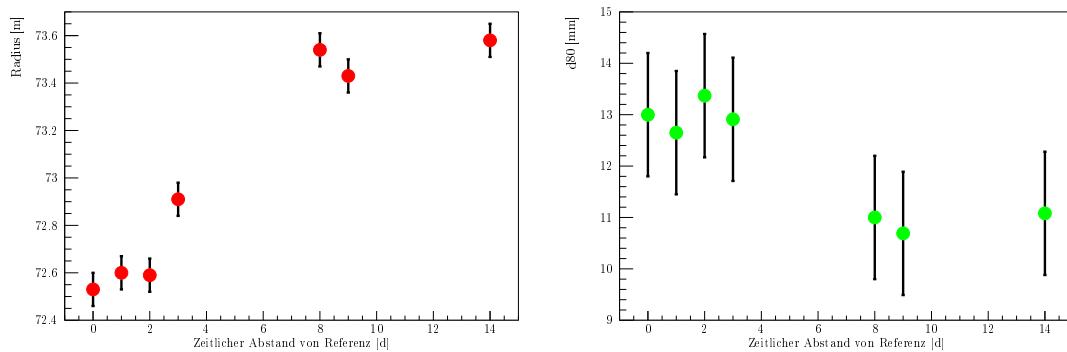
$$R = (72.60 \pm 0.14) \text{ m}$$

$$d80 = (12.1 \pm 1.1) \text{ mm}$$

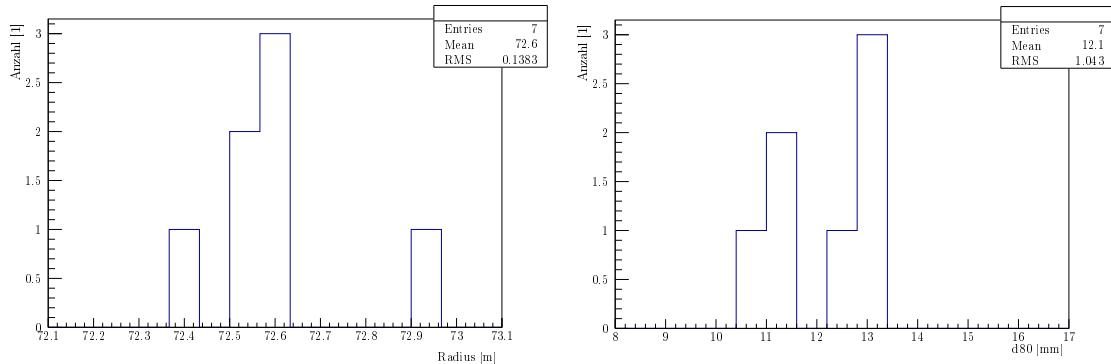
Der Fehler des Radius ist um den Faktor 2 größer als bei der Auswertung mit Referenzmessung, die jeweils unmittelbar vor der Messung durchgeführt wurde. Der Fehler auf den d80 Wert bleibt weitestgehend unverändert. Das zeigt sich auch anhand der Standardabweichungen

$$\delta R = 0.14 \text{ m} > \hat{\delta R}$$

$$\delta d80 = 1.1 \text{ mm} \approx \hat{\delta d80}$$



**Abbildung 16:** Links: Radius als Funktion des zeitlichen Abstands von der Referenzmessung. Rechts: d80 als Funktion des zeitlichen Abstands von der Referenzmessung.



**Abbildung 17:** Verteilungen von Radius und d80 der 7 Messungen des H.E.S.S II Spiegels. Jede Messung wurde mit der Referenzmessung ausgewertet, die am ersten Messtag durchgeführt wurde.

Die Messungen haben gezeigt, dass eine Referenzmessung die zeitnah zur eigentlichen Messung durchgeführt wurde, eine bessere Bestimmung des Radius ermöglicht. Der Wert des d80 scheint weitestgehend unabhängig von der Referenzmessung zu sein.

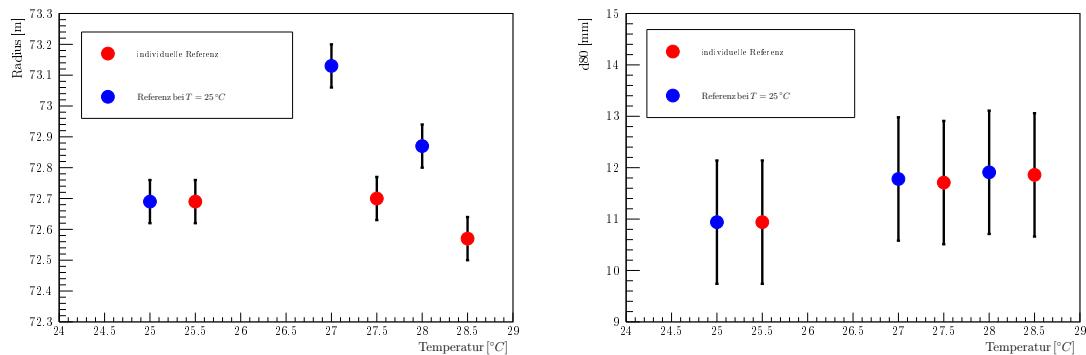
Bei allen weiteren Messungen wurde deshalb die Referenzmessung am selben Tag wie die eigentlichen Messungen durchgeführt.

### 3.1.2 Einfluss der Messtemperatur

Durch Temperatureinflüsse kann sich der Messaufbau und die Form des Spiegel verändern. Im vorherigen Unterkapitel wurde gezeigt, dass aufgrund der Verwendung einer Referenzmessung, die schon eine gewisse Zeit vor der eigentlichen Messung gemacht wurde, Fehler bei der Bestimmung des Radius entstehen können. Ein möglicher Grund dafür könnten unterschiedliche Messtemperaturen sein.

Dazu wurde der H.E.S.S II Spiegel am selben Tag bei drei unterschiedlichen Temperaturen  $T = 25^{\circ}\text{C}$ ,  $T = 27^{\circ}\text{C}$  und  $T = 28^{\circ}\text{C}$  vermessen. Vor jeder Messung wurde auch eine Referenzmessung mit dem H.E.S.S II Spiegel gemacht.

Abbildung 18 zeigt die bestimmten Radien (links) und d80 Werte (rechts) als Funktion der Temperatur. Die roten Punkte stellen dabei die Werte dar, die mit der Referenzmessung bei der selben Temperatur ausgewertet wurden und die blauen Punkte, die mit der Referenzmessung bei  $T = 25^{\circ}\text{C}$ .



**Abbildung 18:** Radius und d80 des H.E.S.S II Spiegels als Funktion der Temperatur. Die Auswertung wurde mit den Referenzen bei den jeweiligen Temperaturen unmittelbar vor der Messung (rot: Werte um 0.5 verschoben) und mit Referenz bei  $T = 25^{\circ}\text{C}$  (blau) durchgeführt.

Wie schon zu erwarten war ist der d80 Wert unabhängig von der Referenzmessung. Auch für die verschiedenen Temperaturen kann keine signifikante Abweichung festgestellt werden.

Die Ergebnisse für den Radius sind in Tabelle 2 dargestellt.

individuelle Referenz	Referenz $T = 25^{\circ}\text{C}$
$R = (72.65 \pm 0.06) \text{ m}$	$R = (72.78 \pm 0.09) \text{ m}$

**Tabelle 2:** Mittelwert und Standardabweichung des Radius der Temperaturmessung für die verschiedenen Auswertungen.

Für die Auswertung mit den Referenzmessungen bei den selben Temperaturen sind nur sehr kleine Unterschiede zu  $\hat{R}$  und  $\delta\hat{R}$  zu sehen.

Indem die Messungen bei  $T = 27^{\circ}\text{C}$  und  $T = 28^{\circ}\text{C}$  mit der Referenzmessung bei  $T = 25^{\circ}\text{C}$  ausgewertet wurden, sind die beiden Radien um einen konstanten Faktor größer geworden. Damit ist auch der Mittelwert angestiegen. Es ist festzustellen, dass Unterschiede bei der Temperatur zwischen Referenzmessung und eigentlicher Messung einen Einfluss auf den Radius haben, aber nicht auf den d80 Wert.

### 3.1.3 Einfluss der Messhöhe

Die Spiegeldicke für IACT's ist nicht vorgeschrieben. Deshalb kann diese von Hersteller zu Hersteller und auch innerhalb der verschiedenen Modelle variieren. Das betrifft sowohl die zu vermessenden Spiegel als auch die Referenzspiegel. Dadurch kann es passieren, dass der zu vermessende Spiegel und der Referenzspiegel auf verschiedenen Höhen im Messfeld liegen. Daher ist es wichtig zu wissen, ob und wie stark sich die Ergebnisse dadurch verändern.

Dazu wurden Messungen mit dem H.E.S.S II Spiegel auf verschiedenen Höhen durchgeführt. Da sich die Spiegelauflage (Kap. 1.4.3) nicht in der Höhe verstetzen lässt, wurde sie auf Platten aus Hartschaum und Holz gelegt um die verschiedenen Messhöhen zu erreichen. Als Referenzmessung wurde der H.E.S.S II Spiegel auf Standardhöhe, d. h. bei der Höhe der Spiegelauflage (8.5 cm), verwendet.

Abbildung 19 zeigt die bestimmten Radien (links) und d80 Werte (rechts) als Funktion der Messhöhe. Alle Ergebnisse liegen innerhalb der Fehler. Die Werte ergeben sich anhand der Verteilungen (Abb. 20) zu

$$R = (72.93 \pm 0.05) \text{ m}$$

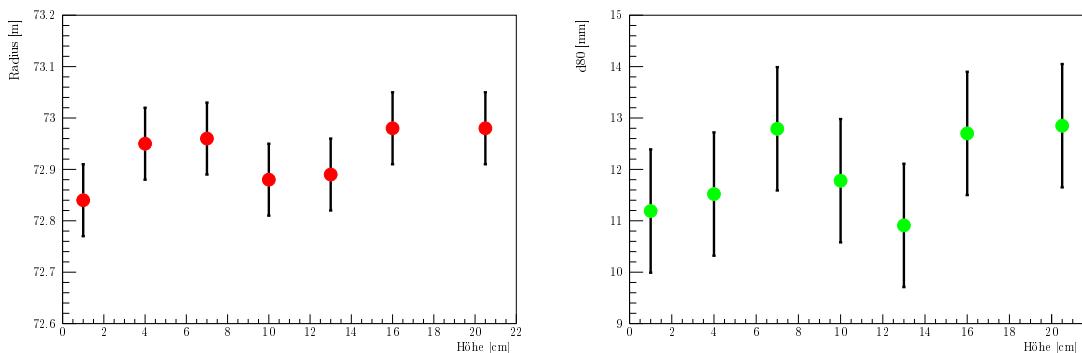
$$d80 = (12.0 \pm 0.8) \text{ mm}$$

Damit gilt für die Standardfehler

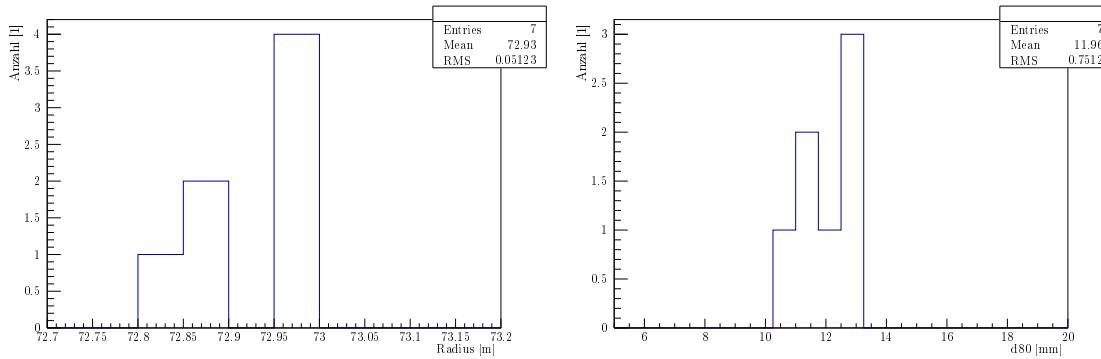
$$\delta R = 0.05 \text{ m} < \delta R_{min}$$

$$\delta d80 = 0.8 \text{ mm} < \delta d80_{min}$$

Die Abweichung des Radius und d80 sind kleiner als  $\delta R$  und  $\delta d80$ . Das liegt vermutlich daran, dass die Messungen alle am selben Tag durchgeführt wurden und deshalb die Temperatur bei allen Messungen in etwa gleich war. Bei der Bestimmung von  $\delta R$  und  $\delta d80$  wurden die Messungen an verschiedenen Tagen durchgeführt und somit bei verschiedenen Temperaturen. Der Radius und d80 Wert verändern sich also bei verschiedenen Messhöhen relativ zueinander nicht signifikant.



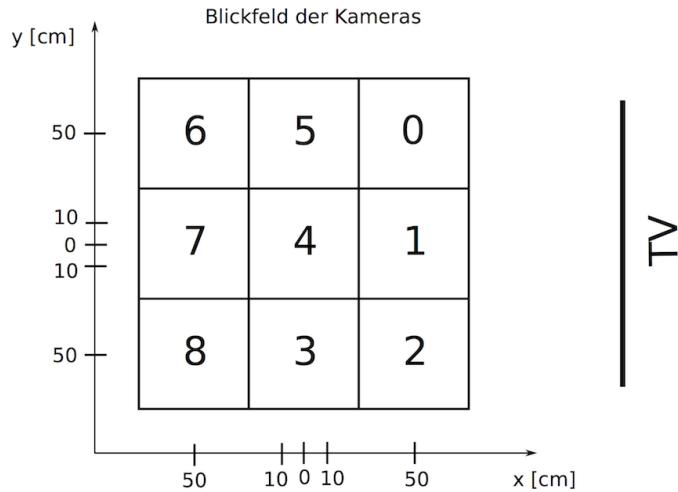
**Abbildung 19:** Radius und d80 Wert des H.E.S.S II Spiegels als Funktion der Höhe. Als Referenzmessung wurde der H.E.S.S II Spiegel auf der Standardhöhe der Spiegelauflage verwendet.



**Abbildung 20:** Verteilung von Radius und d80 Wert des H.E.S.S II Spiegels bei verschiedenen Messhöhen.

### 3.1.4 Einfluss der Messposition

Einer der wesentlichen Vorteile der SWD-PMD Methode ist, dass die Messobjekte nicht präzise ausgerichtet werden müssen. Das heißt der Spiegel kann im Prinzip an einem beliebigen Ort innerhalb des Blickfelds der Kameras positioniert und vermessen werden. Um herauszufinden wie stark sich Radius und d80 Wert dadurch verändern, wurde das Blickfeld in 9 verschiedene Positionen unterteilt. Die Positionen und Richtungen sind in Abbildung 21 definiert.



**Abbildung 21:** Definition der einzelnen Messpositionen und Richtungen.

Zunächst wurde der H.E.S.S II Spiegel aus der zentralen Position (Pos. 4) um

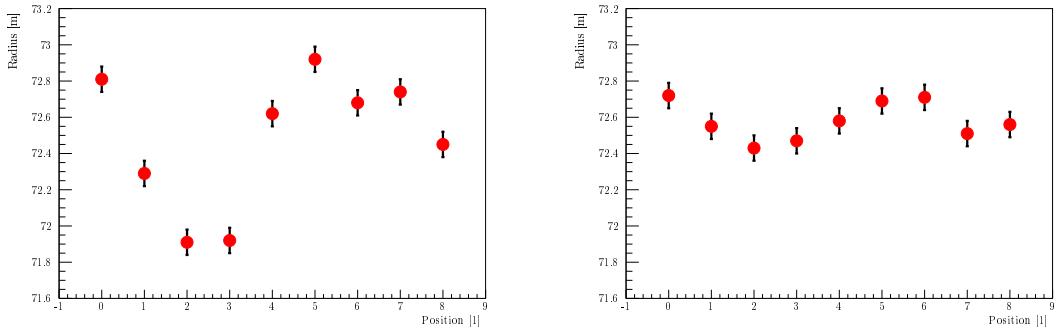
$$\begin{aligned} A &: \Delta x = \pm 50 \text{ cm}, \Delta y = \pm 50 \text{ cm} \\ B &: \Delta x = \pm 10 \text{ cm}, \Delta y = \pm 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

auf die anderen Positionen verschoben. Als Referenzmessung wurde der H.E.S.S II Spiegel auf der zentralen verwendet.

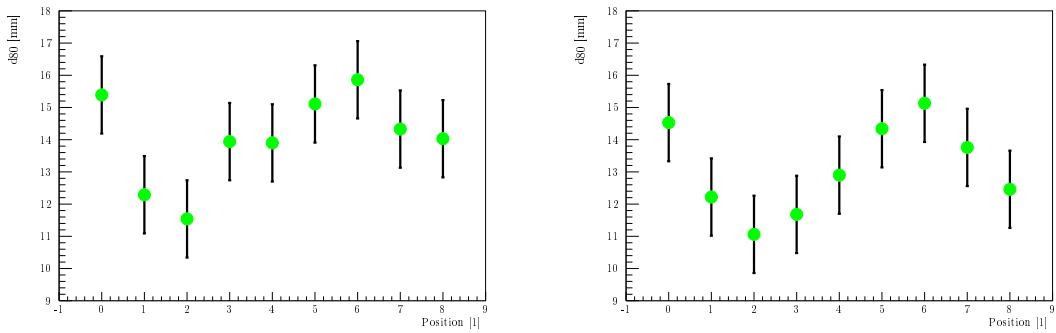
Die Abbildungen 22 und 23 zeigen die bestimmten Radien und d80 Werte als Funktion der Messposition. Es ist zu erkennen, dass beide Werte deutlich schwanken. Die Mittelwerte und Standardfehler sind in Tabelle 3 dargestellt.

Verschiebung [cm]	Radius [m]	d80 Wert [mm]
50	$72.5 \pm 0.4$	$14.0 \pm 1.4$
10	$72.6 \pm 0.1$	$13.1 \pm 1.4$

**Tabelle 3:** Mittelwert und Standardabweichung des Radius und d80 Werts für die verschiedenen Messpositionen.



**Abbildung 22:** Bestimmter Radius des H.E.S.S II Spiegels als Funktion der Messposition. Die Referenzmessung wurde jeweils auf der zentralen Position durchgeführt. Links: A. Rechts: B.



**Abbildung 23:** Bestimmter d80 Wert des H.E.S.S II Spiegels als Funktion der Messposition. Die Referenzmessung wurde jeweils auf der zentralen Position durchgeführt. Links: A. Rechts: B.

Es ist deutlich zu erkennen, dass der Fehler des Radius bei größerer Verschiebung signifikant zunimmt. Unter der Annahme, dass bei der Bestimmung von  $\delta R$  eine Verschiebung von 4 cm aufgetreten ist, kann ein linearer Anstieg beobachtet werden. Diese Annahme ist angebracht, da der Spiegel nach jeder Messung aus dem Messfeld herausgenommen und vor jeder Messung nicht genau positioniert wurde.

Abbildung 24 zeigt den Standardfehler als Funktion der Verschiebung. Ein linearer Fit der Form

$$f(x) = p_1x + p_0$$

ergibt die folgenden Parameter

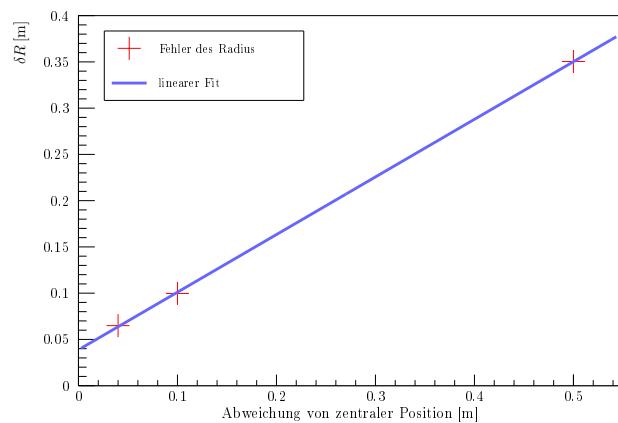
$$p_0 = (0.0388 \pm 0.0016) \text{ m}$$

$$p_1 = (0.623 \pm 0.006) \text{ 1}$$

$$\chi^2/NdF = 3.43829 \cdot 10^{-6}$$

Der Fehler des  $d80$  unterscheidet sich nur sehr geringfügig von  $\delta d80_{min}$ . Aufgrund der Tatsache, dass der Fehler für beide Verschiebungen gleich bleibt, ist dies vermutlich nicht die Ursache der Abweichung.

Es kann allerdings festgestellt werden, dass die Mittelwerte des  $d80$  Werts sich im Vergleich zu  $\hat{d80}$  bei 10 cm um  $\approx 1 \text{ mm}$  und bei 50 cm um  $\approx 2 \text{ mm}$  nach oben verschieben.



**Abbildung 24:** Standardabweichung des Radius als Funktion des Verschiebung aus der zentralen Position. Für  $\delta\hat{R}$  wurde eine Verschiebung von 4 cm angenommen. Die Daten wurden linear gefittet.

Betrachtet man die Verschiebung in die einzelnen Richtungen getrennt voneinander fällt auf, dass die Radien, vor allem bei denjenigen in der Nähe des Bildschirms, sich in y-Richtung deutlicher unterscheiden als in x-Richtung. Die Differenzen der Radien bei der Verschiebung um 50 cm an den äußersten Positionen ergeben:

- In y-Richtung

$$0 \rightarrow 2 : |R(0) - R(2)| = |72.81 - 71.91| \text{ m} = 0.9 \text{ m}$$

$$3 \rightarrow 5 : |R(3) - R(5)| = |71.92 - 72.92| \text{ m} = 1 \text{ m}$$

$$6 \rightarrow 8 : |R(6) - R(8)| = |72.68 - 72.45| \text{ m} = 0.23 \text{ m}$$

- in x-Richtung

$$0 \rightarrow 6 : |R(0) - R(2)| = |72.81 - 72.68| \text{ m} = 0.13 \text{ m}$$

$$7 \rightarrow 1 : |R(7) - R(1)| = |72.74 - 72.29| \text{ m} = 0.45 \text{ m}$$

$$2 \rightarrow 8 : |R(2) - R(8)| = |71.45 - 72.91| \text{ m} = 0.54 \text{ m}$$

Das ist auch sehr gut in Abbildung 22 erkennbar. Dieses Verhalten könnte sich anhand der Kamerapositionen erklären. Denn jeweils zwei Kameras beobachten nur einen Teil des ganzen Messfelds in y-Richtung, aber dazu die komplette x-Richtung. Vermisst man den Spiegel beispielsweise an Position 0 und dann an Position 6, sehen die anderen beiden Kameras einen großen Teil des Spiegels. Wobei bei Verschiebung in x-Richtung die selben beiden Kameras einen dominanten Teil des Spiegels sehen.

Der Fehler des Radius aufgrund der Position im Messfeld ist relativ groß. Eine Möglichkeit den Fehler zu minimieren könnte darin bestehen, die Referenzmessung auch an jeder Position durchzuführen.

Dazu wurden Messungen mit dem H.E.S.S. I Spiegel und Sanko 3 Spiegel an den verschiedenen Messpositionen bei einer Verschiebung um  $\Delta x, \Delta y = \pm 50 \text{ cm}$  durchgeführt und an jeder Position auch eine Referenzmessung mit dem jeweiligen Spiegel aufgenommen. Die Abbildung 25 zeigt den bestimmten Radius und d80 Wert als Funktion der Messposition des H.E.S.S. I Spiegels und Abbildung 26 des Sanko 3 Spiegels. Die Auswertungen mit der Referenzmessung an der zentralen Position ist jeweils in blau, mit der Referenzmessung an jeder Position für den Radius in rot und des d80 Wert in grün dargestellt.

Für die beiden Spiegel kann das selbe Verhalten wie auch beim H.E.S.S. II Spiegel beobachtet werden. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Schwankungen des Radius für die verschiedenen Messpositionen wesentlich kleiner werden wenn die Messungen mit der Referenzmessung an jeder Position ausgewertet werden. Der d80 Wert ist wie erwartet wieder unabhängig von der Referenzmessung. Die Mittelwerte, Standardabweichung und relativen Abweichungen für den Radius sind in Tabelle 4 aufgelistet.

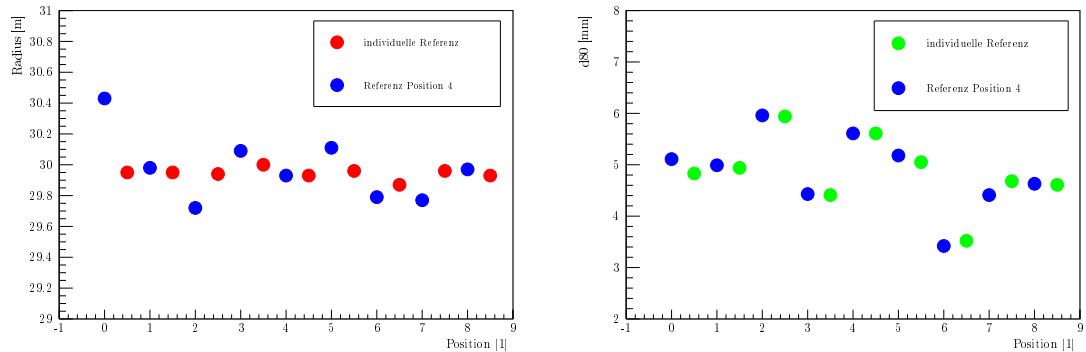
H.E.S.S. I

Sanko 3

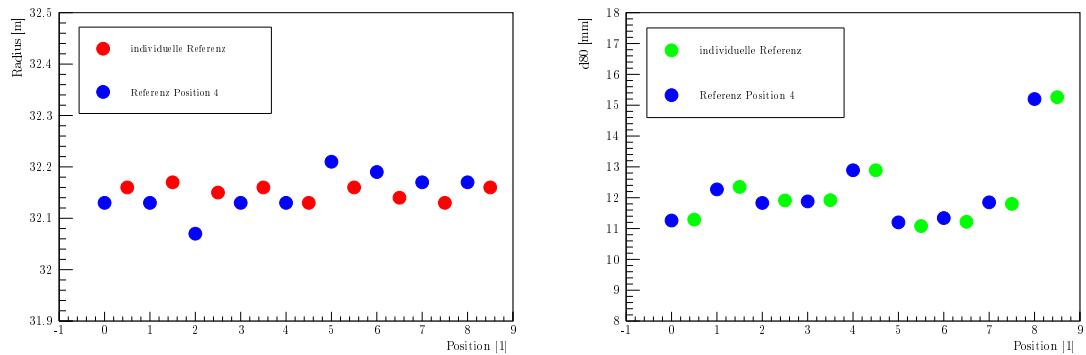
Referenz	$\langle R \rangle [\text{m}]$	$\delta R [\text{m}]$	$\Delta R [\%]$	Referenz	$\langle R \rangle [\text{m}]$	$\delta R [\text{m}]$	$\Delta R [\%]$
individuell	29.94	0.04	0.14	individuell	32.150	0.014	0.044
Zentral	30.00	0.30	1.00	Zentral	32.150	0.040	0.130

**Tabelle 4:** Mittelwert, Standardabweichung und relative Abweichung des Radius des H.E.S.S. I und Sanko 3 Spiegels bei den verschiedenen Messpositionen (Verschiebung 50 cm) für die verschiedenen Referenzen.

Die Abweichungen des Radius können also deutlich verkleinert werden indem die Referenzmessung an der selben Position wie die eigentliche Messung durchgeführt werden. Betrachtet man die relativen Abweichungen der Radien aller drei Spiegel bei der Verschiebung um 50 cm und Auswertung mit Referenzmessung an der zentralen Position



**Abbildung 25:** Bestimmter Radius (links) und d80 Wert (rechts) des H.E.S.S. I Spiegels als Funktion der Messpositionen. Die Messung wurde mit der Referenzmessung an Position 4 (blau) und mit Referenzmessung an jeder Position für den Radius (rot: Werte um 0.5 verschoben) und d80 Wert (grün: Werte um 0.5 verschoben) ausgewertet.



**Abbildung 26:** Bestimmter Radius (links) und d80 Wert (rechts) des Sanko 3 Spiegels als Funktion der Messpositionen. Die Messung wurde mit der Referenzmessung an Position 4 (blau) und mit Referenzmessung an jeder Position für den Radius (rot) und d80 Wert (grün) ausgewertet. Die Werte mit Referenzmessung an jedem Punkt wurden zur besseren Übersicht um 0.5 auf der x-Achse verschoben.

$$\Delta R_{H.E.S.S.I} = 1.0\%$$

$$\Delta R_{H.E.S.S.II} = 0.6\%$$

$$\Delta R_{Sanko3} = 0.13\%$$

fällt auf, dass diese für den H.E.S.S. I Spiegel am größten und den Sanko 3 Spiegel am kleinsten ist, wobei der H.E.S.S. II Spiegel dazwischen liegt. Dies könnte mit der Spiegelgröße zusammenhängen. Diese Hypothese wird im nächsten Kapitel 3.1.5 überprüft werden.

### 3.1.5 Einfluss der Spiegelgröße

Wie schon im letzten Kapitel erwähnt kann beobachtet werden, dass der Fehler des Radius für Messungen an verschiedenen Positionen im Blickfeld der Kameras mit der Spiegelgröße

(Größe der spiegelnden Oberfläche) abnimmt.

Ist der Spiegel besonders klein, ist die Anzahl der Kameras, die gleichzeitig den Spiegel sehen, gering.

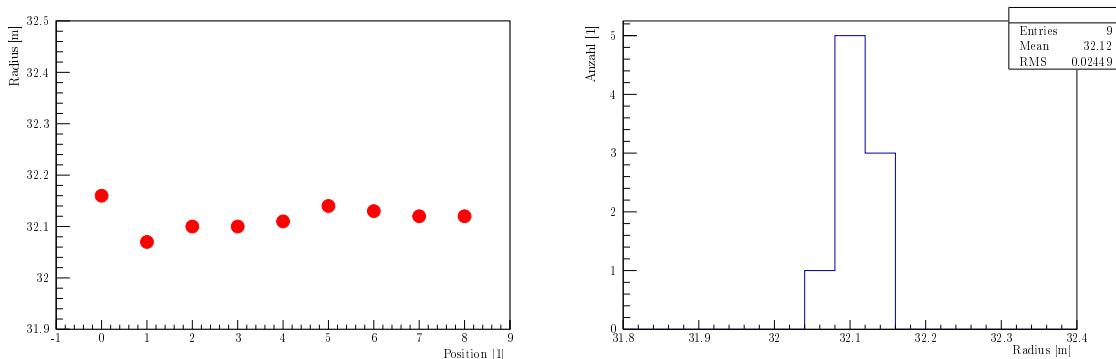
Um das zu Überprüfen bietet sich an, die Kamerabilder der Messungen des Sanko 3 Spiegels an verschiedenen Positionen auf die Größe des H.E.S.S. II Spiegels zuzuschneiden. Da beide Spiegel hexagonale Form haben ist das besonders einfach. Das wurde für jede Kamera gemacht und die Messungen neu ausgewertet.

Abbildung 27 zeigt die bestimmten Radien als Funktion der Messposition (links) und die Verteilung (rechts). Die Werte ergeben sich zu:

$$R = (32.12 \pm 0.03) \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta R = 0.10\% \approx \Delta R_{Sanko3}$$

Die relative Abweichung der zugeschnittenen Messungen entspricht in etwa der des Sanko 3 Spiegels und ist somit deutlich kleiner als beim H.E.S.S. II Spiegel (0.6%). Eine Abhängigkeit des Fehlers von der Spiegelgröße bei verschiedenen Messpositionen konnte hiermit also nicht bestätigt werden.



**Abbildung 27:** Messungen des Sanko 3 Spiegels an verschiedenen Messpositionen, zugeschnitten auf Größe des H.E.S.S. II Spiegel. Die Auswertung wurde mit der Referenzmessung auf Position 4 durchgeführt. Links: Bestimmte Radien als Funktion des Messposition. Rechts: Verteilung der bestimmten Radien.

## 3.2 Sommerkampagne 2015

Die Sommerkampagne 2015 umfasst 22 CTA Prototyp Spiegel für MST Teleskope von Saclay. Die Spiegel wurden bereits vom Hersteller mit der 2f-Methode vermessen. Die Daten dazu finden sich im Anhang A.1.3 in Tabelle 7.

Um die Ergebnisse des Herstellers zu überprüfen wurden zunächst alle Spiegel mit der 2f-Anlage in Erlangen vermessen. Der Aufbau ist im Detail in [6] beschrieben. Die Daten sind im Anhang A.1.2 in Tabelle 6 zu finden. Abbildung 28 zeigt die Verteilung der Differenzen von Radius (links) und d80 Wert (rechts) am Nominal- und Optimalabstand zwischen 2f-Messung des Herstellers und 2f-Messung in Erlangen. Die Abweichungen sind wie folgt definiert:

$$\Delta R_{2f} = R_{2f\text{-Saclay}} - R_{2f\text{-Erlangen}}$$

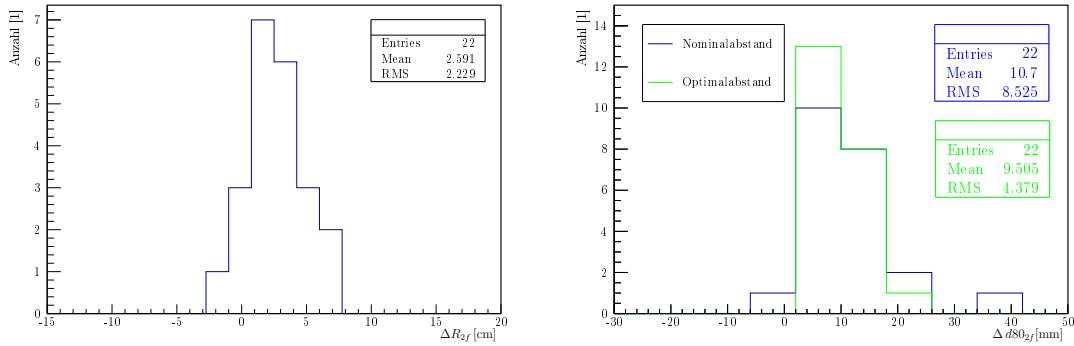
$$\Delta d80_{2f} = d80_{2f\text{-Saclay}} - d80_{2f\text{-Erlangen}}$$

Die Werte ergeben sich zu

$$\Delta R_{2f} = (2.6 \pm 2.3) \text{ cm}$$

$$\Delta d80_{2f} = (10.7 \pm 8.6) \text{ mm} \quad (\text{Nominalabstand})$$

$$\Delta d80_{2f} = (9.5 \pm 4.4) \text{ mm} \quad (\text{Optimalabstand})$$



**Abbildung 28:** Vergleich der 2f-Messungen des Herstellers mit den Ergebnissen der Anlage in Erlangen für die 22 Saclay Spiegel. Links: Verteilung der Differenzen der bestimmten Radien. Rechts: Verteilung der Differenzen der bestimmten d80 Werte am Nominalabstand (blau) und Optimalabstand (grün).

Die mittlere Abweichung der Radien ist sehr klein und der Fehler hat nahezu den selben Wert. Das zeigt, dass für die Radien beide Messungen in sehr guter Übereinstimmung sind. Da es sich hier um zwei unabhängige Messreihen mit verschiedenen Anlagen handelt können die bestimmten Radien als richtig angenommen werden.

Die mittlere Abweichung der d80 Werte und auch die Fehler an beiden Abständen sind relativ groß. Der Grund dafür ist, dass der Hersteller eine andere Definition des d80 Werts zur Bestimmung verwendet.

Die 2f-Messungen stellen also eine Grundlage dar, um die SWD-PMD Methode zu testen. Dazu wurden alle Spiegel mit der SWD-PMD Anlage in Erlangen (s. Kapitel 8) vermessen. Als Referenzmessung wurde eine Messung mit dem Sanko 3 Spiegel an jedem Messtag durchgeführt und zur Auswertung verwendet. Die Ergebnisse der Messungen finden sich im Anhang A.1.1 in Tabelle 5. Da der Hersteller eine andere Definition zur Bestimmung des d80 Werts verwendet, wurden die SWD-PMD Messungen nur mit den 2f-Messungen aus Erlangen verglichen.

Abbildung 29 zeigt die Verteilung der Differenzen der Radien (links) und d80 Werte (rechts). Diese sind wie folgt definiert:

$$\Delta R_{\text{SWD}} = R_{\text{SWD-PMD}} - R_{\text{2f-Erlangen}}$$

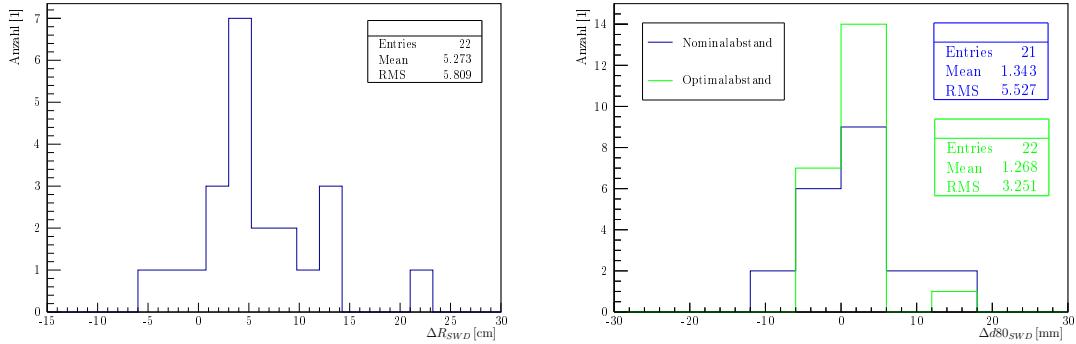
$$\Delta d80_{\text{SWD}} = d80_{\text{SWD-PMD}} - d80_{\text{2f-Erlangen}}$$

Die Werte ergeben sich zu

$$\Delta R_{\text{SWD}} = (5.3 \pm 5.9) \text{ cm}$$

$$\Delta d80_{\text{SWD}} = (1.3 \pm 5.6) \text{ mm} \quad (\text{Nominalabstand})$$

$$\Delta d80_{\text{SWD}} = (1.3 \pm 3.3) \text{ mm} \quad (\text{Optimalabstand})$$



**Abbildung 29:** Vergleich der 2f-Messungen in Erlangen mit den SWD-PMD Messungen für die 22 Saclay Spiegel. Links: Verteilung der Differenzen der bestimmten Radien. Rechts: Verteilung der Differenzen der bestimmten d80 Werte am Nominalabstand (blau) und Optimalabstand (grün).

Hier ist zu erkennen, dass die mittlere Abweichung und der Fehler im Radius um ein Faktor von etwa 2 größer geworden sind als beim Vergleich der beiden 2f-Messungen. Die mittlere Abweichung bei den d80 Werten ist relativ klein. Das bedeutet, dass die Messungen bei den meisten Spiegeln in guter Übereinstimmung sind. Die Fehler sind vor allem für die Werte am Nominalpunkt deutlich größer als die mittlere Abweichung.

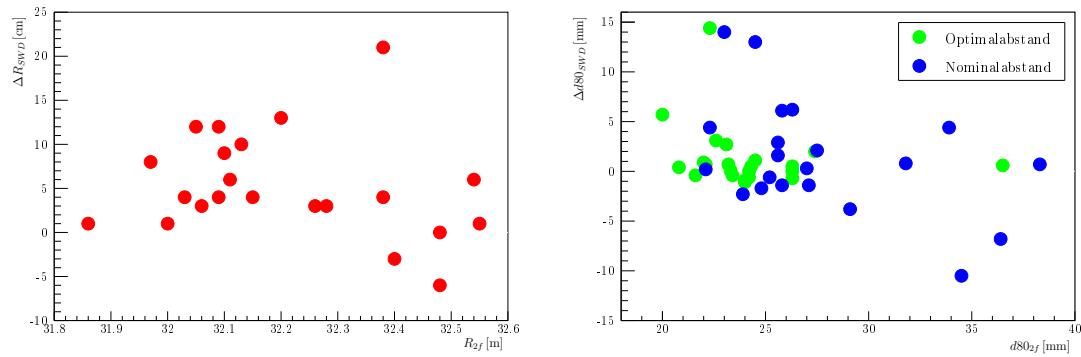
Abbildung 30 zeigt die Abweichung zwischen den SWD-PMD Messungen und den 2f-Messungen in Erlangen als Funktion der 2f-Messungen in Erlangen. Wie zu erkennen ist, hängt die Abweichung offenbar nicht vom Absolutwert der jeweiligen Größen ab.

Die Punktabbildungsfunktionen der beiden Spiegel KPS1-020 und KPS1-025, bei denen die SWD-PMD Messungen genau die 2f-Messung reproduziert haben, sind in Abbildung 31 aufgezeigt. Es ist zu erkennen, dass der Kreis des d80 Werts genau im Zentrum der PSF liegt.

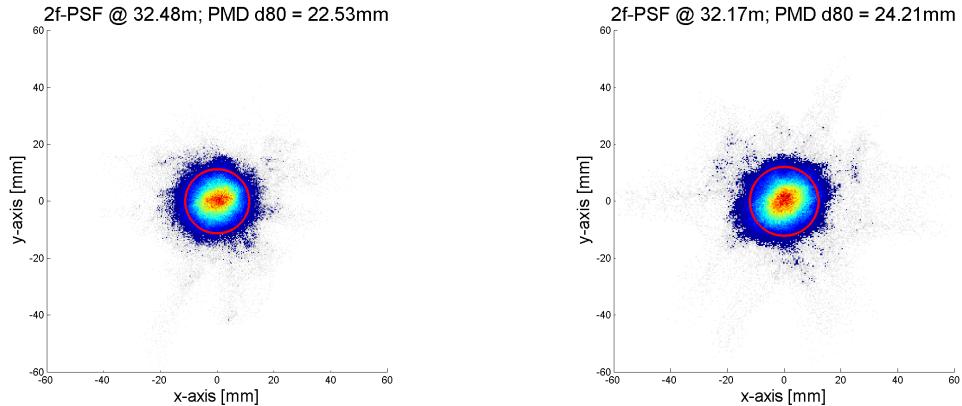
Die beiden Spiegel KPS1-015 mit  $\Delta R_{\text{SWD}} = 21.0 \text{ cm}$  und KPS1-018 mit  $\Delta d80_{\text{SWD}} = 14.0 \text{ mm}$  sind die mit den größten Abweichungen im Radius und d80 Wert am Optimalabstand. Abbildung 32 zeigt die mit SWD-PMD bestimmten Punktabbildungsfunktionen der beiden Spiegel. Der d80 Kreis liegt, anders als bei den KPS1-025 und KPS1-020 Spiegeln, nicht im Zentrum der PSF und ist vor allem für den KPS1-018 Spiegel viel größer als erwartet. Bei den beiden Messungen mit deutlichen Abweichungen treten also

Verschiebungen der d80 Kreise vom Zentrum auf. Somit könnte dies ein Grund für die Abweichungen sein.

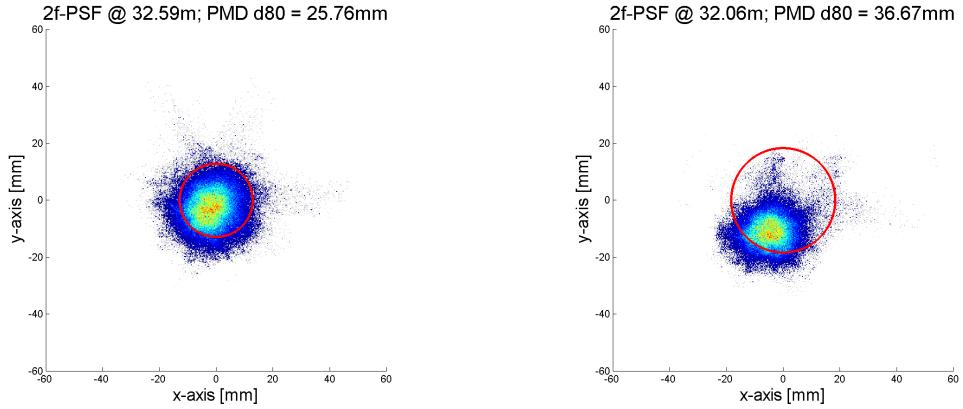
Der Vergleich hat gezeigt, dass SWD-PMD durchaus vergleichbare Ergebnisse zur 2f-Messung produziert. Es kann jedoch bei vereinzelten Messungen zu größeren Abweichungen kommen. Den genauen Grund dafür herauszufinden liegt allerdings jenseits des Umfangs dieser Arbeit. Es ist außerdem festzustellen, dass bei Spiegeln, für die der Radius der 2f-Messung gut reproduziert wurde, dies nicht für den d80 Wert der Fall sein muss. Ebenso kann es für ein gut reproduzierten d80 Wert trotzdem Abweichungen im Radius geben.



**Abbildung 30:** Unterschied der Ergebnisse zwischen SWD-PMD Messung und 2f-Messung in Erlangen als Funktion der Ergebnisse der 2f-Messung. Links:  $\Delta R_{SWD}$  als Funktion von  $R_{2f}$ -Erlangen. Rechts:  $\Delta d80_{SWD}$  als Funktion von  $d80_{2f}$ -Erlangen am Nominalabstand (blau) und Optimalabstand (grün).



**Abbildung 31:** PSF bestimmt mit SWD-PMD in Erlangen für die beiden Spiegel, die keine Abweichung zur 2f-Messung gezeigt haben. Der rote Kreis zeigt den d80 Wert. Links: Keine Abweichung im Radius (Spiegel KPS1-025). Rechts: Keine Abweichung im d80 Wert am Optimalabstand (Spiegel KPS1-020).



**Abbildung 32:** PSF bestimmt mit SWD-PMD in Erlangen für die beiden Spiegel mit den größten Abweichungen zur 2f-Messung. Der rote Kreis zeigt den d80 Wert. Links: Größte Abweichung im Radius (Spiegel KPS1-015). Rechts: Größte Abweichung im d80 Wert am Optimalabstand (Spiegel KPS1-018).

## 4 Diskussion und Ausblick

Im Zuge dieser Arbeit konnten einige Fehlerquellen des SWD-PMD Messverfahrens gefunden werden.

Es konnte gezeigt werden, dass bei der Auswertung mit einer Referenzmessung, die schon eine gewisse Zeit vor der eigentlichen Messung durchgeführt wurde, deutliche Abweichungen im Radius entstehen können. Der Grund dafür könnten unterschiedliche Messtemperaturen sein. Aufgrund von Temperatureneinflüssen können sich die Positionen der Kameras und die Form der Spiegels verändern. Da anhand der Referenzmessung die Kamerapositionen kalibriert werden, ist zu empfehlen, diese sehr zeitnah zur eigentlichen Messung durchzuführen. Im weiteren wäre es sicher von Vorteil ein Referenzspiegel zu haben, der unter Temperaturänderungen formstabil ist.

Die unterschiedliche Höhe des Spiegels im Messfeld zwischen Referenzmessung und eigentlicher Messung scheint einen geringen Einfluss auf die Ergebnisse zu haben. Im betrachteten Intervall blieben alle Werte weitestgehend stabil.

Wie anhand der Ergebnisse deutlich zu sehen ist, ist die Position des Spiegels im Messfeld besonders wichtig. Es konnte gezeigt werden, dass der Fehler im Radius mit der Verschiebung aus der zentralen Position linear zunimmt. Wird die Referenzmessung jedoch jeweils an der selben Position durchgeführt, verkleinert dies den Fehler im Radius erheblich. Die Position und der Abstand der Spiegelhalterungen (Pads) untereinander ist für die Montage an den Teleskopen genormt. Um zu gewährleisten, dass Spiegel und Referenzspiegel immer an der selben Position liegen, könnten Vertiefungen für die Halterungen in die Spiegelauflage gefräst werden. Die Vermutung, dass der Fehler anhand der Verschiebungen mit der Spiegelgröße zusammenhängt, konnte nicht bestätigt werden.

Die Messungen der Spiegel der Sommerkampagne 2015 haben gezeigt, dass die Ergebnisse der SWD-PMD Methode im Vergleich zur 2f-Messung für die meistens Spiegel in sehr guter Übereinstimmung sind. Für einige Spiegel gibt es jedoch größere Abweichungen. Wie anhand der Messungen mit den größten Abweichungen gezeigt wurde, lag der d80 Kreis hierbei nicht im Zentrum der PSF, sondern war zum Rand hin verschoben. Das Zentrum des d80 Werts wird bestimmt indem der Mittelwert über die Intensitäten der

einzelnen Pixel der PSF berechnet wird. Somit könnte die Verschiebung durch vereinzelte, überbelichtete Pixel ausgelöst werden.

Obwohl es noch einige Probleme gibt, konnte gezeigt werden, dass die SWD-PMD Methode zuverlässige Ergebnisse liefert und viel Potenzial besitzt. Gegen Ende dieser Arbeit wurde bereits eine weitere SWD-PMD Anlage in Erlangen aufgebaut. In dieser Anlage können die Spiegel in vertikaler und horizontaler Position vermessen werden. Die neue Station bietet außerdem die Möglichkeit, das Messverfahren auf fünf Kameras zu erweitern.

# A Anhang

## A.1 Sommerkampagne 2015

### A.1.1 SWD-PMD Erlangen

Bezeichnung	Radius [m]	d80-nom. [mm]	d80-opt. [mm]
KPS1-020	32.17	24.4	24.2
KPS1-018	32.07	37.0	36.7
KPS1-015	32.59	37.5	25.8
KPS1-004	32.21	21.7	21.2
KPS1-005	32.37	31.9	25.7
KPS1-002	32.23	22.3	21.4
KPS1-017	32.17	25.7	25.6
KPS1-016	32.05	24.6	23.9
KPS1-001	32.13	-	23.4
KPS1-013	32.09	27.3	27.1
KPS1-019	32.19	29.6	29.4
KPS1-035	32.29	27.2	24.8
KPS1-026	32.60	38.3	22.1
KPS1-028	32.01	25.3	23.6
KPS1-025	32.48	32.6	22.5
KPS1-027	32.56	39.0	26.8
KPS1-022	32.19	23.2	22.9
KPS1-010	32.42	32.5	26.3
KPS1-006	32.31	24.0	25.7
KPS1-030	32.42	28.5	21.2
KPS1-008	31.87	29.6	23.6
KPS1-007	32.33	26.7	22.9

**Tabelle 5:** Ergebnisse der SWD-PMD Messung in Erlangen der 22 Saclay Spiegel. Es wurden der Radius, der d80 Wert am Nominalabstand von 32.14m und der d80 Wert am Optimalabstand bestimmt.

### A.1.2 2f-Erlangen

Bezeichnung	Radius [m]	d80-nom. [mm]	d80-opt. [mm]
KPS1-020	32.11	25.8	24.2
KPS1-018	32.03	23.0	22.3
KPS1-015	32.38	24.5	23.1
KPS1-004	32.09	23.9	21.6
KPS1-005	32.40	25.8	22.6
KPS1-002	32.13	22.1	22.1
KPS1-017	32.05	27.1	24.5
KPS1-016	31.97	25.2	23.2
KPS1-001	32.09	23.5	23.3
KPS1-013	32.06	27.0	26.5
KPS1-019	32.10	27.5	27.4
KPS1-035	32.26	25.6	24.3
KPS1-026	32.54	33.9	22.5
KPS1-028	32.00	29.1	24.3
KPS1-025	32.48	31.8	23.4
KPS1-027	32.55	38.3	26.3
KPS1-022	32.15	24.8	24.0
KPS1-010	32.48	26.3	26.3
KPS1-006	32.28	34.5	20.0
KPS1-030	32.38	25.6	20.8
KPS1-008	31.86	36.4	24.2
KPS1-007	32.20	22.3	22.0

**Tabelle 6:** Ergebnisse der 2f-Messung in Erlangen der 22 Saclay Spiegel. Es wurden der Radius, der d80 Wert am Nominalabstand von 32.14m und der d80 Wert am Optimalabstand bestimmt.

### A.1.3 2f-Saclay

Bezeichnung	Radius [m]	d80-nom. [mm]	d80-opt. [mm]
KPS1-020	32.16	30.1	30.0
KPS1-018	32.09	29.9	30.4
KPS1-015	32.44	37.9	29.0
KPS1-004	32.08	27.1	27.2
KPS1-005	32.38	65.1	46.4
KPS1-002	32.15	34.0	35.9
KPS1-017	32.08	30.7	27.2
KPS1-016	31.99	33.1	31.9
KPS1-001	32.11	29.6	30.1
KPS1-013	32.07	32.5	32.5
KPS1-019	32.12	33.0	33.0
KPS1-035	32.28	41.0	38.6
KPS1-026	32.55	54.0	34.1
KPS1-028	32.04	34.6	35.4
KPS1-025	32.47	43.5	34.1
KPS1-027	32.60	53.7	38.0
KPS1-022	32.19	35.6	33.6
KPS1-010	32.48	47.3	34.8
KPS1-006	32.33	37.8	31.7
KPS1-030	32.41	40.2	33.3
KPS1-008	31.90	33.5	28.9
KPS1-007	32.24	35.3	31.8

**Tabelle 7:** Ergebnisse der 2f-Messung des Herstellers der 22 Saclay Spiegel. Es wurden der Radius, der d80 Wert am Nominalabstand von 32.14m und der d80 Wert am Optimalabstand bestimmt.

## Literatur

- [1] M. Actis, G. Agnetta, and Aharonian. Design concepts for the Cherenkov Telescope Array CTA: an advanced facility for ground-based high-energy gamma-ray astronomy. *Experimental Astronomy*, 32:193–316, December 2011. doi: 10.1007/S10686-011-9247-0. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00656159>.
- [2] Werner Hofmann et al. offizielle projekt webpage. URL <https://portal.cta-observatory.org/Pages/Home.aspx>. Abgerufen am: 27.07.2015.
- [3] M. Knauer, J. Kaminski, and G. Häusler. Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces. 2004.
- [4] E. Olesch, G. Häusler, A. Wörlein, F. Stinzing, and C. van Eldik. Deflectometric measurements of large mirrors. *Advanced Optical Technologies 3*, 2014.
- [5] S. Pickel. Simulation of a setup for phase measuring deflectometry. Masterarbeit, Universität Erlangen-Nürnberg, 2014.
- [6] A. Wörlein. Methods to measure optical properties of mirror facets for cta. Diplomarbeit, Universität Erlangen-Nürnberg, 2012.

## Danksagung

Ich möchte mich bei allen Menschen bedanken, die mich bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben. Im Speziellen bedanke ich mich bei folgenden Personen.

Prof. Dr. Christopher van Eldik, der mir die Möglichkeit gab in seiner Arbeitsgruppe mit zu arbeiten und sein Arbeitsfeld kennen zu lernen. Prof. Dr. Ulrich Katz, der sich bereit erklärt hat als Zweigutachter dieser Arbeit mitzuwirken. Andre' Wörlein, der mich mit dem Messverfahren vertraut gemacht hat, ständig neue Vorschläge für Messungen und Interpretationen der Ergebnisse eingebracht hat und mich beim Korrekturlesen dieser Arbeit unterstützt hat. Alexander Ziegler für viele Erklärungen und Diskussionen. Allen Mitgliedern der H.E.S.S. und CTA Gruppen in Erlangen für die herzliche Aufnahme und die gute Arbeitsatmosphäre. Ganz besonders bedanke ich mich bei Dr. Friedrich Stinzing, der mich bei sämtlichen Messungen unterstützt hat, immer ein offenes Ohr für Fragen hatte und sich Zeit für Diskussionen und das Korrekturlesen dieser Arbeit genommen hat. Abschließend möchte ich meiner Familie und meinen Freunden danken, die mich während der Erstellung dieser Arbeit unterstützt und motiviert haben. Insbesondere meiner Schwester für das Korrekturlesen dieser Arbeit.



## **Persönliche Erklärung**

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Arbeit selbstständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Erlangen, den 03.08.2015

Arthur Steiger