

Untersuchung von Linsenfehlern und Auswirkung auf das Pointing eines Cherenkov-Teleskops

Bachelorarbeit aus der Physik

vorgelegt von

Marc Bruchner

Tag der Abgabe: 02.08.2016

Erlangen Centre for Astroparticle Physics
Physikalisches Institut
Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg



1. Gutachter: Prof. Dr. Christopher van Eldik
2. Gutachter: Prof. Dr. Stefan Funk

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Die CCD-Kamera	9
2.1	Aufgabe der CCD-Kamera	9
2.2	Funktionsweise einer CCD-Kamera	9
2.3	Technische Daten der CCD-Kamera und der Objektive	11
2.4	Ansteuern der CCD-Kamera	12
3	Abbildungsfehler der CCD-Kamera	13
3.1	Theoretische Überlegungen zum Abbildungsmodell	13
3.2	Messaufbau	17
3.3	Arbeiten mit <i>OpenCV</i>	18
3.4	Arbeiten mit <i>Australis</i>	21
3.5	Weiterführende Auswertung	23
4	Resultate der Kalibrierung	27
4.1	Probleme bei <i>OpenCV</i>	27
4.2	Abhängigkeit von der Blendenzahl	31
4.3	Abhängigkeit vom Objektiv	34
4.4	Abhängigkeit von der Temperatur	40
5	Fazit	45
A	Tabellen und Datenblätter	47

Kapitel 1

Einleitung

Der wesentliche Unterschied der Astronomie zu anderen physikalischen Gebieten ist die Tatsache, dass Astrophysiker meist auf die Ereignisse im Universum angewiesen sind und diese nur selten selbst nachstellen können. Die Informationen erhält man über elektromagnetische Strahlung und sehr schnelle kosmische Teilchen. Die meiste Strahlung wird von Himmelskörpern als Schwarzkörperstrahlung emittiert, also aufgrund der Temperatur eines Körpers. Allerdings gibt es im Weltall Strahlung, deren Energie zu hoch liegt, um von irgendeinem Körper durch Wärme erzeugt zu werden, abgesehen vom Urknall selbst. Dessen Strahlung wurde allerdings durch das Ausdehnen des Universums so stark rotverschoben, dass sich die sog. kosmische Hintergrundstrahlung heute im Mikrowellenbereich befindet. Damit ist auch die Energie der „thermische Strahlung“ des Urknalls weit niedriger als jene Art der hochenergetischen Strahlung, die als kosmische Gammastrahlung bezeichnet wird und eine Energie im Bereich von GeV bis TeV besitzt. Nicht zu verwechseln ist diese mit der kosmischen Strahlung, die aus sehr schnellen Teilchen besteht, die durch bestimmte Mechanismen im Universum auf nahezu Lichtgeschwindigkeit beschleunigt wurden.

Wie diese Strahlung entsteht, ist derzeit Gegenstand der Forschung, es wird allerdings vermutet, dass relativistische Teilchen, die beispielsweise bei Supernovaexplosionen oder im gravitativen Umfeld von Schwarzen Löchern beschleunigt werden, bei Interaktionen mit starken Magnetfeldern oder kosmischem Staub, jene Strahlung emittieren. Da die geladenen relativistischen Teilchen selbst durch Magnetfelder abgelenkt werden, sind diese zur Bestimmung der Position der Quelle jener Teilchen nicht geeignet, da sie auf dem Weg zum Beobachter ständig die Richtung wechselt. Die kosmische Gammastrahlung hingegen kann zur Positionsbestimmung verwendet werden, allerdings kann sie nicht direkt gemessen werden: die Sammelfläche für diese Art der Strahlung muss eine gewisse Größe erreichen, was Satelliten somit für eine solche Messung nur bedingt brauchbar macht. Somit muss man auf bodengebundene Teleskope zurückgreifen, die diese Strahlung allerdings nicht direkt messen können, da die kosmische Gammastrahlung mit der Erdatmosphäre reagiert. Als Produkt entstehen elektromagnetische Schauer, die aus Elektronen und Positronen bestehen, welche sich schneller als das Licht in dem gerade zu betrachtenden

Medium bewegen. Diese erzeugen durch Bremsstrahlung wiederum Photonen, die man Tscherenkow-Strahlung (englisch Cherenkov) nennt; es ist diese Strahlung, die von Teleskopen auf der Erde gemessen werden kann. Hierfür existieren schon einige Teleskope, wie z.B. das H.E.S.S. Teleskop in Namibia oder das MAGIC Teleskop auf La Palma. Das H.E.S.S. Teleskop besteht allerdings nicht aus nur einem Teleskop, sondern aus einem ganzen Array aus mehreren Teleskopen, da mehrere Detektionen verschiedener Teleskope eines einzelnen Ereignisses hilfreich sind, um die Richtung des Schauers und damit der kosmischen Gammastrahlung genau genug zu bestimmen. Geplant wird momentan ein neues, größeres und leistungsfähigeres Array namens Cherenkov Telescope Array (CTA) (siehe Abbildung 1.1), dessen Bau an zwei Standorten geplant ist. Das größere der beiden soll voraussichtlich am Paranal in Chile gebaut werden (siehe Abb. 1.1), das kleinere auf La Palma (Spanien), also eines auf der Süd- und eines auf der Nordhalbkugel der Erde.



Abbildung 1.1: Künstlerische Darstellung des Südstandortes des CTA [1].

Insgesamt sollen drei verschiedene Teleskopgrößen verwendet werden, um ein größeres Energiespektrum der Cherenkovstrahlung abzudecken:

- Die niederenergetischen Teleskope mit einem Spiegeldurchmesser von 23 m, die mit einem Öffnungswinkel von 4,5 Grad Energien im Bereich von 20 bis 200 GeV messen können,
- die Mittelenergieteleskope der 12 m Klasse, die mit einem Öffnungswinkel von 7 Grad im Energieintervall von 100 GeV bis 10 TeV arbeiten, und
- die Hochenergieteleskope der 4 m Klasse, die mit einem Winkel von 9,1 bis 9,6 Grad einen Energiebereich von wenigen bis zu 300 TeV vermessen können.

Auf der Südhalbkugel sollen 4 große, 24 mittlere und 72 kleine Teleskope auf einer Fläche von etwa 4 km^2 und auf der Nordhalbkugel 4 große und 15 mittlere Teleskope auf einer Fläche von etwa $0,4 \text{ km}^2$ gebaut werden. Die Verwendung dieser Anordnung erhöht die Winkelauflösung sowie die Sensitivität und damit die Genauigkeit der Messung über einen großen Energiebereich. Letztendlich soll CTA 5 bis 10 mal genauer arbeiten als H.E.S.S.. Ziel von CTA ist es, den Ursprung der kosmischen Strahlung zu bestimmen, sowie die Natur der Beschleunigung von Teilchen durch z.B. Schwarze Löcher, bis hin zur Erforschung der Dunklen Materie.

Für eine präzise Richtungsrekonstruktion ist es von zentraler Bedeutung genau zu wissen, in welche Richtung das Teleskop blickt. Um dieses sog. Pointing zu bestimmen, wird im Zentrum des Hauptspiegels eine CCD-Kamera installiert, welche direkt auf die Cherenkov-Kamera blickt. Das Gesichtsfeld der Kamera ist dabei so groß, dass es einen Teil des Sternenhimmels um die Hauptkamera herum mit ablichtet.

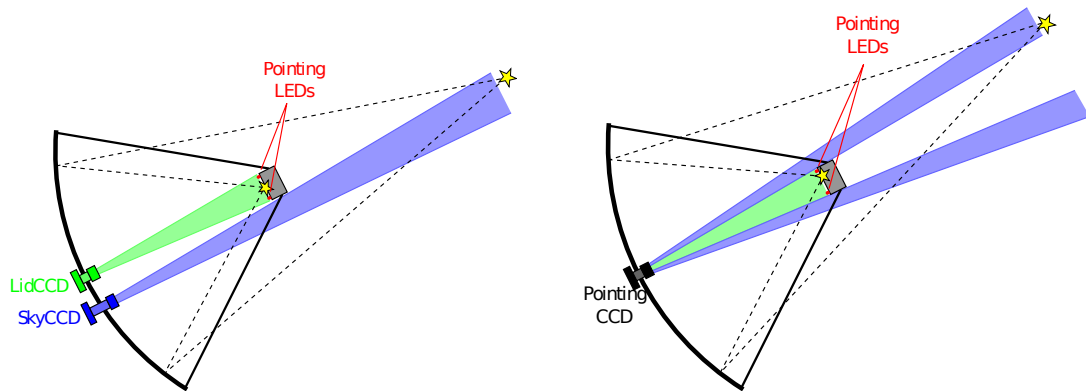


Abbildung 1.2: Links: Version mit zwei Kameras: die SkyCCD-Kamera beobachtet den Sternenhintergrund, die LidCCD beobachtet die Cherenkov-Kamera/Hauptkamera; rechts: die Pointing-Kamera übernimmt beide Aufgaben [2].

Aus den Aufnahmen und dem Vergleich mit einem Sternenkatalog kann dann die Blickrichtung des Teleskops bestimmt werden. Zusätzlich kann es aber noch passieren, dass unter dem Gewicht des Metallgestells, das die Hauptkamera trägt, oder durch andere Verformungen die Position der Cherenkov-Kamera leicht zur Erde hin verschoben ist. Um diesen Effekt auszugleichen, sind um die Hauptkamera herum mehrere LEDs angebracht, die ebenfalls von der Positionskamera aufgenommen werden und somit kann die Position der Cherenkov-Kamera relativ zum Spiegel bestimmt werden. Dieses Konzept wurde für den Prototypen des CTA bereits in der Masterarbeit von Domenico Tiziani (2015) getestet. Um diese Positionsbestimmung genau genug durchführen zu können, muss die Positionskamera auf ihre Genauigkeit überprüft werden. Die Eigenschaften der Kamera, wie Dunkelstrom und Bias, wurden bereits in der Bachelorarbeit von Andreas Specovius (2014) vermessen. In dieser Arbeit sollen nun die durch Linsenverzeichnung entstehenden Verschiebungen der Pixel betrachtet werden.

Kapitel 2

Die CCD-Kamera

2.1 Aufgabe der CCD-Kamera

Die in der Einleitung beschriebene Kamera zur Positionsbestimmung wird als *Pointing-Kamera* bezeichnet. Aus den durch diese Kamera aufgenommenen Bildern lässt sich mit Hilfe einer präzisen Sternkarte und dem Programm *Astrometry.net* die Blickrichtung des Teleskops ermitteln. Dabei werden auffällige Sternkonstellationen - meist Dreiecke oder Vierecke - des aufgenommenen Bildes mit den Sternkarten des ganzen Himmels verglichen und somit die Koordinaten der Blickrichtung des Teleskops ermittelt.

Zusätzlich hat die CCD-Kamera bei CTA eine weitere Aufgabe: Die Hauptkamera befindet sich, je nach Größe, bei einem bestimmten Abstand vom Spiegel entfernt, ist aber an der Spiegelhalterung montiert. Es ist somit eine große Konstruktion an Stahl nötig, um die Hauptkamera möglichst ruhig zu halten. Da das Teleskop nicht immer genau richtung Zenit blickt, die Achse zwischen Kamera und Spiegel also senkrecht auf dem Boden steht, sondern diese Achse geneigt sein kann, ist es möglich, dass das Gewicht der Stahlkonstruktion und der Kamera den Aufbau leicht nach unten zieht. Die CCD-Kamera beobachtet, da sie in der Mitte des Spiegels eingebaut wird, weiterhin den gleichen Himmelsausschnitt, doch die Hauptkamera kann darin leicht nach unten verschoben oder verdreht sein. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, sind um die Hauptkamera herum LEDs angebracht, die von der CCD-Kamera ebenfalls aufgenommen werden, um die Position der Hauptkamera im Vergleich zum Sternenhimmel dahinter oder zu ihrer idealen Position zu bestimmen.

2.2 Funktionsweise einer CCD-Kamera

Die CCD-Kamera selbst besteht in erster Linie aus einem CCD-Chip (Charge-Coupled Device). Dieser Chip besteht aus einem Halbleiter, vielen Elektroden und einem darüber liegenden Isolator. Jeder Pixel wird hierbei durch jede dritte Elektrode symbolisiert, an den eine Spannung anliegt und somit einen Potentialtopf bildet. Die jeweils anderen zwei

Elektroden liegen bei Belichtung auf Null Volt und sind somit nicht aktiv. Trifft Licht auf den Chip so werden Elektronen in das Leitungsband der aktivierten Elektroden angehoben und landen in dem jeweiligen Potentialtopf, während die entstehenden Löcher abfließen. Je länger demnach die Belichtungszeit ist, desto mehr Elektronen sammeln sich in den Potentialtöpfen.

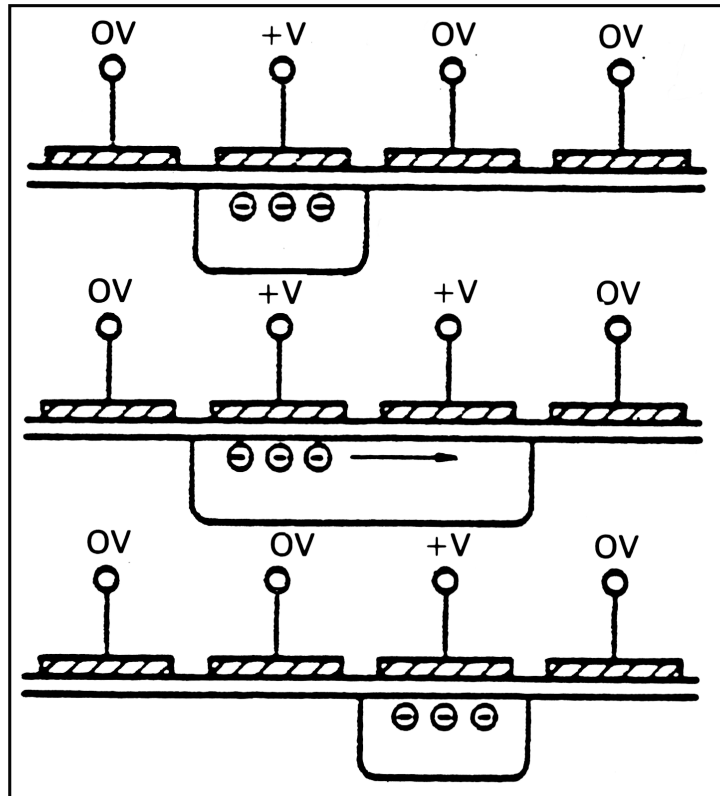


Abbildung 2.1: Auslese eines CCD-Chips mit Hilfe dreier Potentialtöpfe pro Pixel[9].

Ist die Belichtungszeit vorbei, werden die Potentialtöpfe nach einer Seite hin ausgelesen. Hierbei werden die nächsten Elektroden aktiviert und die Elektronen fließen von dem ersten Potentialtopf weiter in den nächsten. Werden die ursprünglichen Elektroden abgeschaltet, fließen alle Elektronen in den jeweils zweiten Potentialtopf. Mit diesem Verfahren werden die Elektronen zum Ausleseregister an einem Rand des CCD-Chips transportiert. Jedes Mal wenn eine neue Reihe Elektronen das Ausleseregister erreichen, werden diese senkrecht dazu transportiert. Jeder einzelne Pixel wird damit einzeln ausgelesen, wobei eine bestimmte Anzahl an ausgelesenen Elektronen einen Count ergibt (in Abhängigkeit des gains, siehe Kapitel 2.3).

Der CCD-Chip kann auf zwei Arten benutzt werden: Wird der Chip *back-side illuminated* verwendet, so trifft das Licht direkt auf den Halbleiter, ohne die Isolator-Schicht passieren zu müssen. Damit ist der CCD-Chip zwar sensitiver, allerdings ist das Rauschen auch erhöht. Wird der Chip *front-side illuminated* verwendet, so muss das Licht

erst durch den Isolator und die Intensität des Lichts wird vermindert, allerdings ist auch das Rauschen unterdrückt.

2.3 Technische Daten der CCD-Kamera und der Objektiv

Der *gain* einer Kamera gibt an, wie viele Elektronen nötig sind, um einen Count, also eine Einheit der Intensität zu registrieren.

Der *Bias*-Strom ist nötig, damit am Ende der Auslese keine negativen Spannungswerte bleiben bestehen. Dieser kann bei einer Aufnahme mit geschlossenem Shutter und minimaler Belichtungszeit, um den Dunkelstrom möglichst gering zu halten, gemessen werden. Die so entstehenden Intensitäten geben den Pixeloffset (Biaslevel) sowie den Fehler der Ausleseelektronik an.

Der *Dunkelstrom* entsteht durch Elektronen, die durch das thermische Rauschen in das Leitungsband gehoben werden. Um diesen zu messen, wird eine Aufnahme bei ebenfalls geschlossenem Shutter, aber einer deutlich längeren Belichtungszeit gemacht. Der Bias-Strom ist zwar weiterhin Bestandteil der Messung, allerdings kann dieser am Ende herausgerechnet werden.

Die hier untersuchte Kamera *Apogee Aspen G07* (Datenblatt siehe Abbildung A.3 im Anhang) wurde in einer früheren Bachelorarbeit von Andreas Specovius charakterisiert und auf ihre Werte hin überprüft. Der CCD-Chip der Kamera kann gekühlt werden, um Effekte wie Verformung des Chips durch Wärme oder thermisches Rauschen zu verhindern. Damit die Kühlung gut arbeiten kann, ist hinten an der Kamera ein Belüftungsgebläse angebracht. Da im Datenblatt der Dunkelstrom, sowie Bias nur bei einer bestimmten Temperatur angegeben ist, wurde in dieser Arbeit die optimale Einstellung (also minimaler Dunkelstrom und Bias) auf $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ bestimmt. Im Laufe dieser Bachelorarbeit soll auch die Verzeichnung in Abhängigkeit der Temperatur vermessen werden und, falls überhaupt Änderungen zu messen sind, ob diese bei $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ebenfalls den optimalen Wert erreichen.

Die hier wichtigen Daten der Kamera selbst sind die effektive Pixelanzahl der Kamera von 3326×2504 Pixeln und die Größe eines quadratischen Pixels mit einer Kantenlänge von $d = 5,4\text{ }\mu\text{m}$.

Zudem wurden für die Kamera zwei verschiedene Objektive der Firma *Nikon* benutzt: Ein **AF Nikkor, 50mm, f/1.8D** und ein **AF Nikkor, 35mm, f/2D** Objektiv. Auszüge der Datenblätter mit den technischen Angaben auf Deutsch finden sich im Anhang unter den Abbildungen A.1 und A.2.

2.4 Ansteuern der CCD-Kamera

Die Kamera selbst kann nur über einen Computer angesteuert werden. Hierfür kann der Computer über USB oder Ethernet mit der Kamera verbunden werden, wobei hier die Verbindung via Ethernet gewählt wurde, da man die Kamera so über das Labornetz von überall aus steuern kann. Das hierfür benutzte C++ Programm basiert auf Befehlen für die Kamera, die in der Programmbibliothek **libapogee** eingesehen werden können. Der Benutzer legt in dem Programm die Belichtungszeit fest, kann die Temperatur des CCD-Chips und die Stärke der Belüftung einstellen und die Anzahl der Bilder, die aufgenommen werden sollen. Der Fokus hingegen kann nur manuell eingestellt werden, dieser wird allerdings nur am Anfang einmal eingestellt und wird dann während der Messung nicht mehr verändert. Die minimale Belichtungszeit liegt bei 100 ms, da die Kamera über einen mechanischen Shutter verfügt.

Ist ein Bild von der Kamera aufgenommen, wird das Bild von dem Programm ausgelesen und als **fits**-Datei auf dem Rechner abgespeichert. Das Dateiformat muss zur weiteren Benutzung je nach Programm in ein **png** oder **Bitmap** umgewandelt werden.

Das hier verwendete Programm wurde von anderen Arbeiten übernommen und nur leicht verändert, je nach den Einstellungen der jeweiligen Messung. So wird vor allem die Belichtungszeit, oder die Temperatur, sowie der Name des abgespeicherten Bildes verändert.

Kapitel 3

Abbildungsfehler der CCD-Kamera

3.1 Theoretische Überlegungen zum Abbildungsmodell

3.1.1 Allgemeine Abbildung

Um das Pointing möglichst genau zu bestimmen, ist es also wichtig, dass die Abbildungsfehler der CCD-Kamera und des Objektivs möglichst genau bestimmt werden. Zuerst sollte man sich einen groben Überblick über das hier verwendete Abbildungsmodell erarbeiten. Die Kamera nimmt Bilder eines vorgegebenen 2D-Musters auf, das in irgendeiner Weise im Raum orientiert ist. Das Muster besteht aus einer bestimmten Anzahl an Punkten, die später vom Auswertungsprogramm erkannt werden. Die Koordinaten dieser Punkte werden im Koordinatensystem des Musters angegeben:

$$\vec{o} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Die vierte Koordinate ist hier nur wegen der späteren Matrixmultiplikation vertreten, die Z-Koordinate wird auf 0 gesetzt, da das Muster 2-dimensional ist. Diese Koordinaten jedes zu detektierenden Punktes werden dem Auswertungsprogramm als Idealwerte angegeben, damit die folgenden Umrechnungen erfolgreich durchgeführt werden können.

Gesucht ist nun eine Transformation in das Koordinatensystem des CCD-Chips, welches wiederum 2-dimensional ist:

$$\vec{i} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Der Ursprung dieses Koordinatensystems liegt hierbei in der linken unteren Ecke des CCD-Chips.

3.1.2 Ideale Lochkamera

Betrachte man zuerst eine ideale Lochkamera, die ohne Verzeichnungsfehler das Objekt auf seine Bildebene, also den Chip projiziert. Hierfür sind zwei Transformationen notwendig:

1. Transformieren der Objektkoordinaten \vec{o} in das Kamerakoordinatensystem, dessen xy -Ebene durch die Position des CCD-Chips gegeben ist:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = B \vec{o} \quad (3.3)$$

Die Bewegungsmatrix B besteht hierbei aus zwei Teilen, einmal der Rotation r_{ij} , $i, j \in \{1, 2, 3\}$ und der Translation t_i , $i \in \{1, 2, 3\}$. Da die Objektpunkte dem Programm vorgegeben werden, ist B für jedes aufgenommene Bild unterschiedlich, je nachdem wie das Bild im Raum steht.

2. Um vom Kamerakoordinatensystem in das System des CCD-Chips zu gelangen, muss der Lichtweg durch das „ideale Linsensystem“ des Objektivs beschrieben werden, welches bei einer Lochkamera nur durch das Loch beschrieben wird. Die Transformation zwischen diesen beiden Systemen erfolgt folgendermaßen:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = K B \vec{o} \quad (3.4)$$

In der Kameramatrix K bezeichnen f_x und f_y die Fokallängen in x sowie y Richtung. Es kann davon ausgegangen werden, dass diese sich nicht sehr voneinander unterscheiden und man damit $f := f_x = f_y$ definiert. Die Werte c_x und c_y geben den sog. principal point, also den Mittelpunkt des Bildzentrums. Dieser fällt bei einem exakt mittig eingebauten CCD-Chip genau auf dessen Mittelpunkt. Da aber davon ausgegangen werden kann, dass der Chip nicht ganz zentral eingebaut wurde, werden sich diese Parameter vom Idealwert unterscheiden. Die Matrix K ist im Gegensatz zu B eine kameraspezifische Matrix (zumindest bei gleichbleibender Fokallänge) und sollte sich daher für eine Kamera von Bild zu Bild nicht ändern.

Nun definiert man sich $x' = x/z$, sowie $y' = y/z$, um die z -Komponente los zu werden und den zusätzlichen Vorteil erhält, dass die Größen mit denen man rechnet einheitenlos werden würden. Dieses Konzept wird bei *OpenCV* verwendet.

Für eine ideale Lochkamera erhält man dann also die Chipkoordinaten einfach aus den Werten der Matrix K :

$$u = f_x \cdot x' + c_x \quad (3.5)$$

$$v = f_y \cdot y' + c_y \quad (3.6)$$

3.1.3 Reale CCD-Kamera

Da die Kamera als eine reale Kamera mit realem Objektiv immer eine gewisse Verzeichnung aufweist, muss man nun die Parameter dieser Verzeichnung genauer betrachten. Es ergeben sich nun also durch die Verzeichnung entstehende Koordinaten x_{ver} und y_{ver} :

$$x_{\text{ver}} = x' \cdot (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + (p_2(r^2 + 2x'^2) + 2p_1 x' y') \quad (3.7)$$

$$y_{\text{ver}} = y' \cdot (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + (p_1(r^2 + 2y'^2) + 2p_2 x' y'), \quad (3.8)$$

wobei gilt:

$$r = \sqrt{x'^2 + y'^2}. \quad (3.9)$$

Die Parameter k_1 , k_2 und k_3 beschreiben die radiale Verzerrung, während p_1 und p_2 die tangentielle Verschiebung wiedergeben, wobei p_1 eine (radial abhängige) Verschiebung in x -Richtung und p_2 in y -Richtung bewirken. Der Faktor k_1 dominiert normalerweise die Verzeichnung und ist demnach auch typisch für die beiden Hauptarten der Bildverzeichnung: ist k_1 negativ, so ist das Bild üblicherweise tonnenförmig verzeichnet, ist k_1 positiv, so ist es kissenförmig verzeichnet (siehe Abb. 3.1).

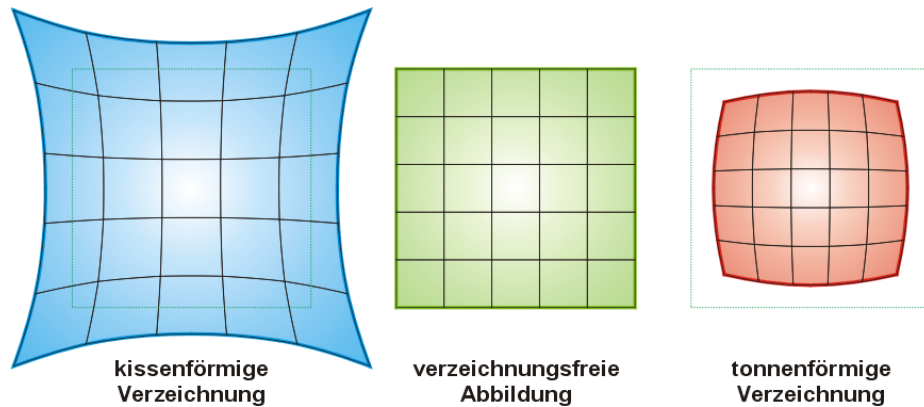


Abbildung 3.1: Die zwei Grundlegenden Varianten der Verzeichnung: links: kissenförmige Verzeichnung ($k_1 > 0$), mitte: Originalbild, rechts: tonnenförmige Verzeichnung ($k_1 < 0$) [12].

Um die verzeichneten Koordinaten im Chipsystem zu erhalten, muss man nun einfach zurückrechnen:

$$u_{\text{ver}} = f_x \cdot x_{\text{ver}} + c_x \quad (3.10)$$

$$v_{\text{ver}} = f_y \cdot y_{\text{ver}} + c_y \quad (3.11)$$

Die Verschiebung der beiden Koordinaten ergibt sich dann also zu:

$$\Delta u = u_{\text{ver}} - u \quad (3.12)$$

$$\Delta v = v_{\text{ver}} - v \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

3.1.4 Spezifische Änderungen bei *Australis*

Bei dem verwendeten Programm *Australis* wird nur eine Fokallänge f verwendet und die Parameter sind bei der Ausgabe des Programms nicht einheitenlos:

Parameter	f	x_p	y_p	k_1	k_2	k_3	p_1	p_2	b_1	b_2
Einheit	mm	mm	mm	mm ⁻¹	mm ⁻³	mm ⁻⁵	mm ⁻¹	mm ⁻¹	-	-

x_p und y_p stehen hierbei für die Position des *Principal Points*, also des wahrscheinlichen Schnittpunktes der CCD-Chip-Ebene mit der optischen Achse. b_1 und b_2 sind von *Australis* verwendete Parameter, die wieder als Prismenverzeichnung gedeutet werden können.

Damit ergibt sich auch, dass x' , y' , x_{ver} und y_{ver} in Millimetern gegeben sind, während u und v weiterhin in Pixeln gegeben sind. Zudem setzt das Programm seinen Mittelpunkt automatisch in den Mittelpunkt des Bildes und daraus folgt:

$$c_x = \frac{a_x}{2} \cdot d + x_p, \quad (3.15)$$

$$c_y = \frac{a_y}{2} \cdot d + y_p, \quad (3.16)$$

wobei $d = 5,4 \cdot 10^{-3}$ mm die Größe eines Pixels ist, sowie $\frac{a_x}{2} = 1663$ und $\frac{a_y}{2} = 1252$ die Hälften der zwei Seitenlängen in x - und y -Richtung des CCD-Chips, angegeben in Pixeln. Damit verändern sich auch die oben genannten Formeln wie folgt:

$$x' = u \cdot d - 1663 \cdot d - x_p \quad (3.17)$$

$$y' = v \cdot d - 1252 \cdot d - y_p \quad (3.18)$$

$$r = \sqrt{x'^2 + y'^2} \quad (3.19)$$

$$x_{\text{ver}} = x' \cdot (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + (p_2(r^2 + 2x'^2) + 2p_1 x' y' + b_1 x + b_2 y) \quad (3.20)$$

$$y_{\text{ver}} = y' \cdot (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + (p_1(r^2 + 2y'^2) + 2p_2 x' y') \quad (3.21)$$

$$\Delta u = \frac{x_{\text{ver}} - x'}{d} \quad (3.22)$$

$$\Delta v = \frac{y_{\text{ver}} - y'}{d} \quad (3.23)$$

Es wird also permanent in der Einheit Millimeter gerechnet, zudem erhält die Verzeichnungsformel für x_{ver} noch zwei zusätzliche Terme, die die Scherung beschreiben sollen, allerdings sind diese Terme nahezu Null und damit zu vernachlässigen.

3.2 Messaufbau

Der Messaufbau wurde aufgrund von Problemen, die im nachfolgenden Kapitel 4 noch ausführlicher erläutert werden, mehrmals geändert und wird deshalb hier nur grob skizziert. Abweichende Maßnahmen werden dann direkt bei den Resultaten beschrieben.

3.2.1 *OpenCV*

Der grundsätzliche Aufbau für *OpenCV*, einer kostenfreien Programmbibliothek, besteht nur aus der Kamera, angeschlossen an den Rechner (siehe Kapitel 2.4), und dem Muster auf Papier, welches plan auf einer stabilen und glatten Oberfläche angebracht wurde. Hierbei tritt schon ein erstes Problem auf: da das Programm, welches im nächsten Kapitel beschrieben wird, davon ausgeht, dass das Muster perfekt zweidimensional im Raum steht, muss das Muster so gut wie möglich an die Ebene angeklebt werden. Es sollte auch jeden Tag wieder neu überprüft werden, da sich das Papier durch die Luftfeuchtigkeit immer wieder etwas ausdehnt und sich dann von der Platte weg wölbt. Aber selbst ohne diesen Effekt ist es nicht möglich, im Rahmen dieser Bachelorarbeit das Muster exakt plan auf die Ebene zu kleben, da die Auflösung der Kamera so gut ist, dass selbst Strecken im Submillimeterbereich von der Kamera erfasst werden. Es gibt tatsächlich einen messbaren Effekt, der durch nicht exaktes Ankleben entstehen kann, siehe Kapitel 4.

Meistens stand die Kamera fest installiert auf einem Tisch, um mechanische Fehler, wie z.B. das Kippen von nicht ganz festgeschraubten Linsen, während einer Messung zu verhindern. Die Platte mit dem Muster wurde entweder gehalten, oder auf einem Stativ angebracht. Die erste Methode hat den Vorteil, dass das Muster leicht in jede mögliche Position gebracht werden kann, allerdings kann es selbst bei der minimalen Aufnahmezeit von 0.1 Sekunden zu Verwacklungen kommen. Das kann auf dem schnell verstellbaren Stativ nicht in einem messbaren Maße passieren, allerdings kann das Muster nicht um 180 Grad um die Z-Achse gedreht photographiert werden. Beide Methoden wurden im Rahmen dieser Bachelorarbeit verwendet.

3.2.2 *Australis*

Bei den Aufnahmen für *Australis* stand die Kamera immer auf dem Tisch, außer bei den Aufnahmen zum Vergleich der verschiedenen Blendenzahlen. Hierfür wurde die Kamera auf dem Stativ befestigt, um mehrere gleiche Bilder zu erhalten (siehe hierzu auch die Ausführungen in Kapitel 4). Das hier verwendete Muster befand sich auf einer deutlich größeren Platte und wurde nicht im Rahmen dieser Arbeit erstellt, sondern wurde auch schon für andere Kalibrierungen davor verwendet. Diese Platte wurde, außer bei der Messung bei verschiedenen Blendenzahlen, immer gehalten und für das nächste Bild um 45° gedreht, sodass es bei jeder Messung einmal durchrotiert wurde. Dies verbessert im allgemeinen das Resultat der Messung.

3.3 Arbeiten mit *OpenCV*

OpenCV ist eine frei verfügbare Programmbibliothek, mit deren Hilfe ein Python-Programm geschrieben werden kann, um eine Kamera nach dem in Kapitel 3.1 angeführten Schema zu kalibrieren. Die Grundfunktion dieses Programms ist es, mehrere Bilder eines Musters aufzunehmen, diese Muster zu erkennen und sie mit dem idealen Muster zu vergleichen. Das ideale Muster wird dem Programm gegeben und beinhaltet eine Matrix von Pixelkoordinaten, an denen sich die wichtigen Punkte des Musters befinden. Mit diesem Vergleich sollen dann die oben angegebenen Koeffizienten berechnet und für die weitere Verarbeitung ausgegeben werden. Diese ist wichtig, da alleine aus den Parametern die Eigenschaften der Verzeichnung nicht klar erkennbar sind.

3.3.1 Arten der verschiedenen Kalibrierungsbilder

In dieser Arbeit wurden verschiedene Arten von Mustern gewählt, um möglichst gute Ergebnisse zu erhalten.

Zuerst wurde ein Schachbrettmuster mit 10x7 inneren Ecken, mit einer Kantenlänge eines einzelnen Schachbrettquadrats von etwa 25,44 mm, auf einem DIN-A4-Blatt verwendet (siehe Abbildung 3.2 oben). Dieses Muster wird von *OpenCV* als Beispielmuster für eine Schachbrettmusterkalibrierung bereitgestellt.

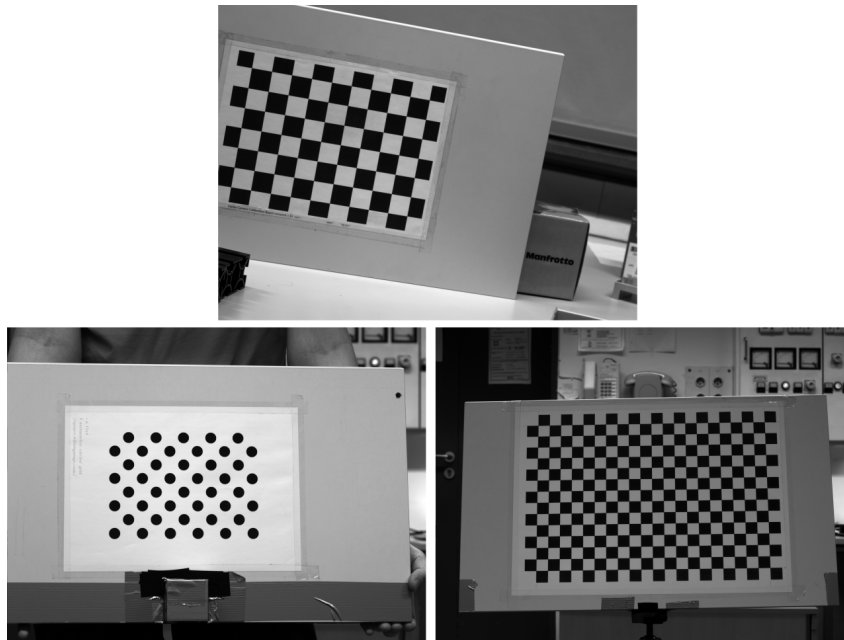


Abbildung 3.2: Oben: Schachbrettmuster 1 mit 10x7 inneren Ecken, links: Asymmetrisches Kreismuster mit 4x11 Kreisen, rechts: Schachbrettmuster 2 mit 21x14 inneren Ecken.

Als zweites wurde ein asymmetrisches Kreismuster mit 4x11 Kreisen gewählt, mit einer Entfernung zwischen den Kreisen von 35 mm, ebenfalls auf einem DIN-A4-Blatt. Auch dieses Muster gibt es als Beispielmuster bei *OpenCV*. Asymmetrisch heißt hier, dass jede zweite Reihe versetzt ist, wobei es auch noch die Möglichkeit gäbe ein symmetrisches Kreismuster zu verwenden, bei dem die Kreise wie die Eckpunkte des Schachbrettmusters verteilt sind. Diese Möglichkeit wurde hier jedoch nicht gewählt.

Zuletzt wurde die Möglichkeit eines größeren Schachbrettmusters verwendet, in denen das Programm mehr innere Ecken, nämlich 21x14 Ecken, finden konnte. Davon könnte man sich bessere Ergebnisse bei der Auswertung erwarten. Dieses Muster wurde auf einem DIN-A3-Blatt gedruckt.

3.3.2 Finden des vorgegebenen Musters und Erstellen der Parameter

Damit das Programm die photographierten Muster findet und erkennt, muss ihm zuerst ein ideales Muster als Beispiel gegeben werden, die sog. **objectpoints**. Dies geschieht, indem man sich eine Ecke des Schachbretts, bzw. einen Kreis des Kreismusters, auswählt und diese als den Ursprung des Koordinatensystems $\vec{o} = (0,0,0)$ festsetzt. Die Z-Komponente wird mit Null identifiziert, während es sinnvoll ist, das Koordinatensystem XY so zu wählen, dass die Achsen parallel zum Muster verlaufen. Dieses dreidimensionale Muster versucht *OpenCV* mit dem Befehl **cv2.findChessboardCorners**, bzw. **cv2.findCirclesGrid** beim Kreismuster, zu finden, indem es die Helligkeiten bzw. den Helligkeitsgradienten an den Schachbrettecken untersucht. Diese Befehle sind Teil der Bibliothek und somit vorgefertigt, wobei einzelne Parameter je nach Muster an den Befehl weitergegeben werden müssen. Damit die Befehle richtig arbeiten können, ist es notwendig, dass das gesamte Schachbrett auf dem Bild zu sehen ist, da das Programm die Suche nach den Ecken erst bestätigt, wenn alle Ecken gefunden wurden. Zudem ist es für die äußersten Ecken wichtig, dass sie nicht ganz am Rand sind, sondern noch eine weitere Reihe gekachelter Rechtecke folgt. Das Programm erkennt daher nur die **inneren Ecken**, das heißt solche, die von schwarz-weißen Kacheln umgeben sind. Es wird in der Dokumentation von *OpenCV* zusätzlich angemerkt, dass es ratsam ist, um das Schachbrett herum eine weiße Fläche zu photographieren, da dies das Erkennen des Musters vereinfacht. Bei dem Kreismuster werden alle Kreise aufgelistet und erkannt, doch auch hier sollten die Kreise von einem weißen Hintergrund umgeben sein.

Für den Fall, dass ein Schachbrettmuster verwendet wird und dieses erkannt wird, versucht das Programm mit dem Befehl **cv2.cornerSubPix** anhand des Helligkeitsgradienten an einer gefundenen Ecke sogar noch genauer die Position der Ecke zu bestimmen, als es die Pixelgenauigkeit der Kamera zulässt. Die gefundenen Ecken werden nun als die **imagepoints** \vec{i} abgespeichert. Um eine Rückmeldung zu erhalten, ob und wie gut das Programm die Ecken gefunden hat, lässt man den Befehl **cv2.drawChessboardCorners** auf das Bild wirken und lässt es sich ausgeben, wobei das Bild wie in Abbildung 3.3 mit

den eingezeichneten Ecken und deren Verbindungslinien dargestellt wird.

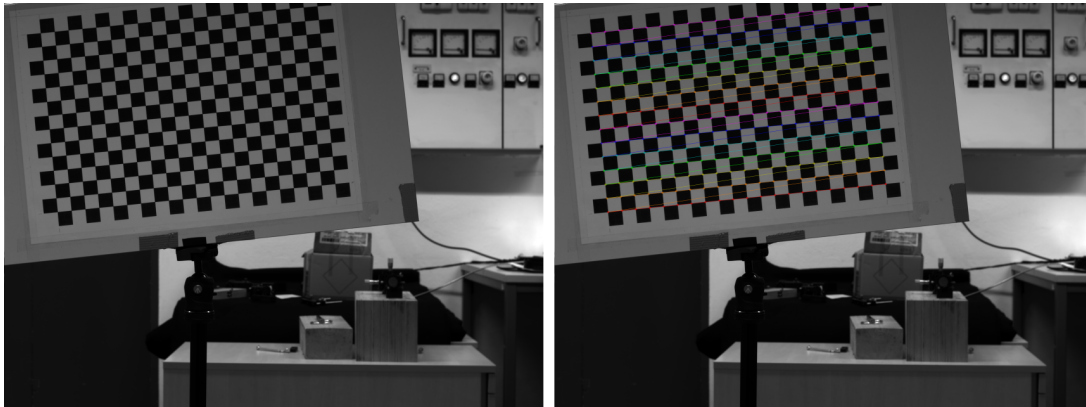


Abbildung 3.3: Vergleich eines eingelesenen Bildes (links) mit dem Bild, mit den gefundenen Ecken (rechts). Verwendet wurde ein Schachbrett mit 21x14 Ecken.

Das Programm sollte mindestens zwölf Bilder auf diese Art und Weise durcharbeiten, um eine verlässliche Kalibrierung zu ermöglichen. Meistens werden zwischen 15 und 30 Bilder für eine Messung gemacht, um Fehler, die von Unsicherheiten wegen zu wenig Bildern herrühren, zu vermeiden. Sind also mindestens zwölf Matrizen voller **imagepoints** vorhanden, können diese für die eigentliche Kalibrierung mit dem in *OpenCV* definierten Befehl **cv2.calibrateCamera** verwendet werden. Für jedes Bild wird nun die Matrix B aus Gleichung (3.3) einzeln gefittet, da diese ja von der Orientierung und Position des Musters im Raum abhängt und jedes Bild anders ist. Die Matrix K aus Gleichung (3.4) und die Verzeichnungsparameter (engl. distortion coefficients) werden einmal für alle Bilder ausgerechnet, da sie nur von der Kameraeinstellung und nicht von den einzelnen Bildern abhängen. Die so errechneten Parameter werden als **txt**-Datei abgespeichert, damit sie für weitere Rechnungen wieder verwendet werden können.

Das Erkennen der Ecken funktioniert bei den Schachbrettmustern sehr gut, es sei denn einzelne Ecken sind nur ein paar Pixel vom Rand des Bildes entfernt oder gar nicht auf dem Bild zu erkennen. Ist das Bild zu schräg zur optischen Achse rotiert, so wird das Muster meist auch nicht erkannt. Etwas unscharfe oder unterbelichtete Bilder werden meist trotzdem erkannt. Bei dem Kreismuster ist es für das Programm um einiges schwieriger das Muster zu erkennen. Auf etwa 70% der Bilder wurde das Kreismuster nicht erkannt, auch wenn es scharf, gut belichtet, nicht gekippt und zentriert auf dem Bild zu sehen war. Wird ein Muster gefunden, so geht dies sehr viel schneller als bei dem Schachbrettmuster, allerdings werden viel mehr Aufnahmen benötigt, um mindestens zwölf für die Kalibrierung brauchbare Bilder zu erhalten.

Es ist möglich, mit Hilfe der errechneten Parameter ein Bild mit Hilfe des Befehls **cv2.undistort** direkt zu rekalisieren und die Verzerrung herauszurechnen. Der hier entstehende Unterschied liegt allerdings nur im Pixelbereich und ist deshalb bei 3326x2504

Pixel in einem Bild mit bloßem Auge nicht erkennbar.

3.4 Arbeiten mit *Australis*

Im Gegensatz zu *OpenCV* ist *Australis* eine kostenpflichtige Software, die im Rahmen anderer Arbeiten schon benutzt wurde und deshalb zur Verfügung stand. Wie bei *OpenCV* wird bei einer Kalibrierung in *Australis* eine Vorgabe eines idealen Musters zur Verfügung gestellt, um diese später mit den aufgenommenen Bildern zu vergleichen. Dieses Programm kommt mit 10 Bildern pro Kalibrierung zurecht und gibt die in Kapitel 3.1.4 definierten Parameter aus, damit auch diese weiter verwendet werden können.

3.4.1 Verwendete Bilder für *Australis*

Das Muster der in *Australis* verwendeten Bilder ist immer das Gleiche. Dieses besteht aus weißen Kreisen auf schwarzem Grund, die symmetrisch angeordnet sind. Auch hier ist es vernünftig das Muster möglichst plan auf einer glatten Oberfläche zu befestigen, allerdings weist das Muster mehrere Blasen und ganze Streifen auf, die aus der Ebene herausragen. Da allerdings viele Kreise auf einer Aufnahme zu sehen sind, ist es dem Programm möglich, diese dadurch fehlerhaft platzierten Kreise als falsch zu erkennen. An diesen Stellen treten später die größten Korrekturen eines Bildes auf (siehe Abbildung 3.5).

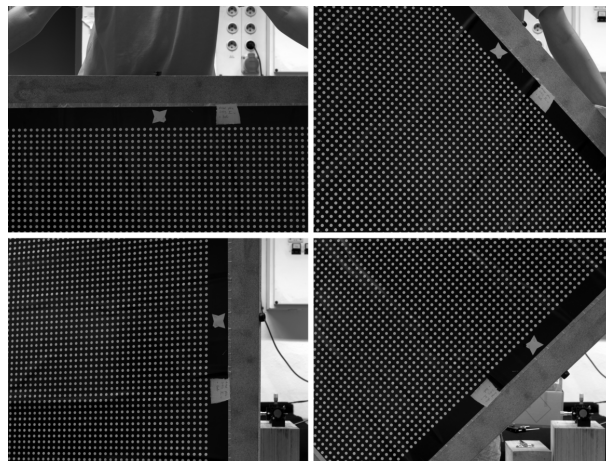


Abbildung 3.4: Vier von zehn Bildern einer Messung. Das Muster wird je um 45° gedreht, so wird das Bild pro Messung einmal komplett gedreht. Zwei Einstellungen werden dadurch zweimal erfasst, allerdings sind auch diese Bilder unterschiedlich. Wichtig ist, dass der Marker am Rande des Musters auf dem Bild zu sehen ist, um später die Kreise richtig zu markieren.

Pro Messung werden zehn Bilder aufgenommen, wobei das Muster zwischen zwei Aufnahmen jeweils um etwa 45° gedreht wird, um das Bild einmal pro Messung komplett herum zu drehen (siehe Abbildung 3.4). Es entstehen noch zwei zusätzliche Bilder, die sich allerdings trotzdem noch von den ersten Bildern unterscheiden, da die Drehung nicht immer um perfekte 45° erfolgte.

Wichtig ist, dass jeder Bereich des Bildes, vor allem die Ecken, auf mindestens zwei Bildern von dem Muster ausgefüllt wird. Im Gegensatz zu *OpenCV* muss nicht das gesamte Muster auf dem Bild vorhanden sein, wichtig ist nur ein Marker, der bestimmte Punkte kennzeichnet, mit deren Hilfe das Programm später jedem Kreis in jedem Bild immer den gleichen Namen in Form einer Zahl zuordnen kann. Diese Tatsache, das Muster nicht immer ganz auf dem Bild abzulichten, erleichtert die Arbeit vor allem an den Rändern und Ecken sehr, und gewährleistet eine einfache und schnelle Aufnahme der Bilder mit verlässlichem Ergebnis.

3.4.2 Auswertung der Bilder und Erstellen der Parameter

Australis benötigt für jede Messung nur zehn Bilder, eine Vorgabe der Bildgröße, also der Pixel pro Bild, sowie einen vorgegebenen Startwert für die Fokallänge und eine Matrix der idealen Objektpunkte, also das was bei *OpenCV* als **objectpoints** bezeichnet wird. Bei jedem Bild wird mit Hilfe des Markers bestimmten Kreisen immer die gleiche Nummer zugeordnet. Das Programm kann, nachdem ein paar Kreise mit Zahl versehen worden sind, den Rest der Kreise auf dem Bild automatisch benennen. Wichtig dabei ist, dass das Programm keine Kreise erkennt, die nicht vollständig auf dem Bild zu erkennen sind, denn dann wird der Mittelpunkt dieser Kreise falsch abgespeichert, was die Kalibrierung später schwieriger oder unmöglich macht. Dieser Vorgang wird für alle zehn Bilder einer Messung durchgeführt.

Da gleiche Kreise in jedem Bild die selbe Bezeichnung erhalten, kann das Programm diese dann miteinander und mit dem Idealbild der Objektpunkte vergleichen. Allerdings werden als erstes nur die Koeffizienten f , x_p und y_p grob berechnet und alle anderen Koeffizienten auf Null festgesetzt. Sind diese Werte ermittelt, so werden k_1 , k_2 und k_3 freigegeben und die Kalibrierung startet von neuem. Dabei ändern sich auch die drei ursprünglichen Werte geringfügig wieder. Danach werden zusätzlich die Parameter p_1 und p_2 freigegeben, erneut wird kalibriert und danach noch einmal mit dem vollen Parametersatz. Mit dieser Methode werden also die wichtigen Koeffizienten zuerst näherungsweise bestimmt, damit die komplizierte Berechnung der Parameter überhaupt funktioniert. Die Wichtigkeit der Parameter nimmt nach hinten hin stark ab. Wie in der Theorie erwähnt, ist der dominierende Faktor meist nur k_1 , b_1 und b_2 sind hingegen nahezu vernachlässigbar.

Am Ende kann man sich die einzelnen Bilder mit eingezeichneter Verschiebung der einzelnen Kreise ansehen (siehe gelbe Striche Abbildung 3.5 unten), wobei diese Verschiebung stark übertrieben dargestellt wird. Man erkennt hier die Wölbungen der nicht ganz flachen Oberfläche des Musters.

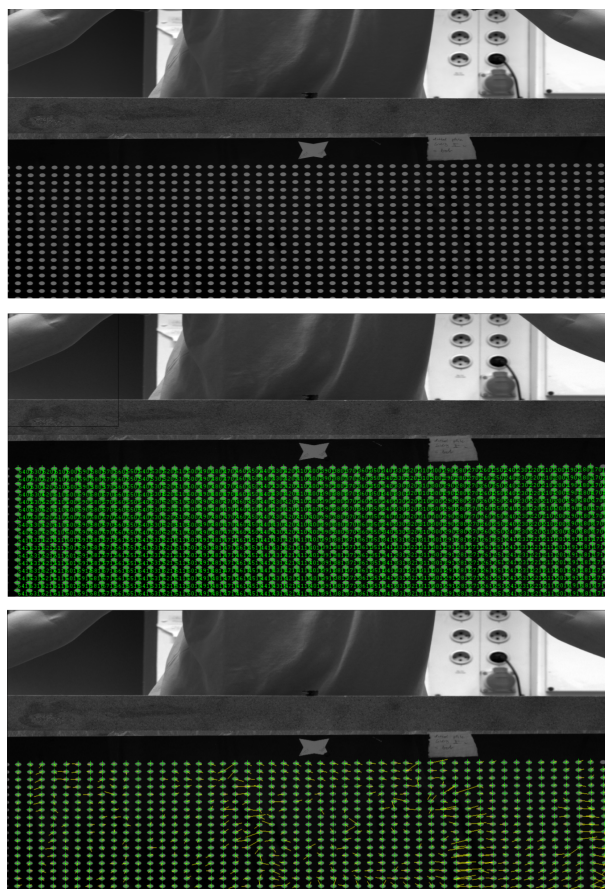


Abbildung 3.5: Oben: das von *Australis* zu bearbeitende Bild, mitte: die Kreise die von *Australis* erkannt wurden, werden durch ein Kreuz und eine Zahl symbolisiert, unten: die Verschiebung der Pixel nach der Kalibrierung (übertrieben dargestellt). Hier erkennt man einige Streifen oder Blasen an den Stellen an den die Verschiebung am größten sind. Das Bild wurde hierbei durch das Programm verzerrt.

3.5 Weiterführende Auswertung

Da die Parameter für sich alleine genommen schwer zu deuten sind, da sie alle miteinander korreliert sind, soll eine Messung mit Hilfe des im CERN entwickelten Programms **ROOT** als farbiger zweidimensionaler Graph dargestellt werden. Darin stellt die xy-Ebene die Fläche des CCD-Chips dar, angegeben in Pixeln. Die Farben geben die betragsmäßige Verschiebung eines Pixels an. Zusätzlich soll ein Feld aus Pfeilen angeben, in welche Richtung die Pixel verschoben werden, wobei die Pfeile je nach Objektiv 40- bzw. 10-fach skaliert gezeichnet sind.

Zudem soll für jede brauchbare Messung der Quadratische Mittelwert (eng. root mean square), kurz **RMS**, berechnet werden, um eine Vorstellung zu bekommen, wie stark die

Pixelabweichung im Mittel ist. Um ein besseres Verständnis der Parameter zu bekommen, wird eine Korrelationsmatrix erstellt, die die Korrelation, also die Abhängigkeit, zweier Koeffizienten zueinander beschreibt.

Weiterführend sollen in einer anderen Bachelorarbeit von Robert Heinrich, die hier nur kurz beschrieben werden soll, die Parameter in eine Simulation der Kamera eingebaut werden. Diese simuliert ein Bild, wie es die Kamera später am Teleskop aufnehmen soll. Hierfür wird eine Sternenkarte als Basis verwendet, ein Himmelsausschnitt betrachtet und die Sterne als Kreise mit Gaußverteilung ausgegeben. Mit Hilfe der Parameter werden diese Sterne verzerrt, sodass sie so aussehen, wie die Kamera sie aufnehmen würde. Danach wird unter Anwendung des Programmes *Astrometry.net* die Simulation mit einer Sternkarte verglichen und die Blickrichtung des Teleskops ausgegeben. Damit kann berechnet werden, wie stark die Verzerrung der Kamera die berechnete Blickrichtung des Teleskops beeinflusst, oder ob dieser Einfluss so schwach ist, dass die Verzerrung keine Abweichung von der eigentlichen Blickrichtung erzeugt.

3.5.1 Berechnung und Ausgabe des Verschiebungsgraphen

Die für die Auswertung verwendeten Programme wurden eigens für diese Bachelorarbeit in **Python** und **ROOT** geschrieben. Die von *OpenCV* und *Australis* ausgegebenen Parameter werden mit Hilfe der Formeln aus 3.1 in dem Programm **deltapixel.py** verwendet, um die Verschiebung der Pixel in x-Richtung Δu , in y-Richtung Δv , sowie in betragsmäßiger radialer Richtung $\Delta r = \sqrt{(\Delta u)^2 + (\Delta v)^2}$ zu berechnen und als txt-Datei abzuspeichern. Um die Länge der Pfeile zu berechnen, wird die x- und y-Verschiebung der Pixel in einem Bereich von 208x208 Pixeln gemittelt. Dies geschieht mit den Programmen **arrows2u.py** und **arrows2v.py**. In dem **ROOT**-Programm **rootarrow2.cpp** wird die so errechnete, betragsmäßige Verschiebung in einem Histogramm als Farbplot ausgegeben, die Pfeile beginnen in der Mitte ihres Mittelungskastens (also der 208x208 Pixel) und werden stark vergrößert dargestellt, damit die Richtung sowie die relative Größe zueinander gut erkennbar ist.

Bei den Messungen zur Temperaturabhängigkeit werden bei jeder Temperatur immer fünf Messungen mit gleichen Bedingungen zu einer Hauptmessung zusammengefasst, um statistische Schwankungen zu vermeiden. Gemittelt wird hierfür über die berechneten Verschiebungen Δu , Δv und Δr mit Hilfe des Programms **mittelwert.py**. Auch für eine Hauptmessung werden dann die Pfeile berechnet und mit **ROOT** als Histogramm ausgegeben.

3.5.2 Berechnung des RMS

Der hier berechnete RMS gibt die quadratische Mittelung der betragsmäßigen Verschiebung über eine ganze Messung an und errechnet sich durch:

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{u=1}^{N_u} \left(\sum_{v=1}^{N_v} \Delta r_{uv}^2 \right)} \quad (3.24)$$

Hierbei wird über alle Pixel einer Messung gemittelt, wobei $N_u = 3326$, $N_v = 2504$ und $N = N_u \cdot N_v$ gilt. Δr_{uv} gibt die betragsmäßige Verschiebung des Pixels mit den Koordinaten u und v auf dem CCD-Chip wieder. Über die RMS der einzelnen Messungen einer Hauptmessung wird dann gemittelt, um den RMS einer Hauptmessung zu erhalten. Mit der Hilfe des RMS können die einzelnen Hauptmessungen bei unterschiedlichen Einstellungen dann gut miteinander verglichen werden. Der Fehler des RMS gibt die Schwankung der einzelnen Messungen zueinander an.

3.5.3 Korrelationsmatrix

Um zu verstehen, wie stark zwei Parameter voneinander abhängen, wird der sog. **Korrelationskoeffizient** berechnet:

$$\rho_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n ((x_i - \bar{x}_n)(y_i - \bar{y}_n))}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2}} \quad (3.25)$$

Die Korrelation zweier Parameter x und y wird also folgendermaßen berechnet: über n Messungen i werden die Parameter gemittelt, wodurch \bar{x}_n und \bar{y}_n entstehen. Dann wird im Zähler die Kovarianz der beiden Parameter und im Nenner die Wurzel aus den beiden Varianzen der einzelnen Parameter berechnet. Der Korrelationskoeffizient ist ein Wert zwischen +1 und -1. Je näher ρ_{xy} an +1 liegt, desto eher sind x und y linear abhängig zueinander. Bei einem Korrelationswert von +1 wächst also y in gleichem Maße an wie x . Je näher ρ_{xy} an -1 liegt, desto eher sind die beiden Werte negativ linear abhängig, also sinkt y bei steigendem x . Nähert sich der Wert 0 an, so sind die beiden Werte nicht oder kaum voneinander abhängig.

Diese Rechnung wird mit allen Koeffizienten durchgeführt, die *OpenCV* und *Australis* ausgeben, sodass jede Korrelation zwischen den Parametern errechnet wird. Mithilfe des **ROOT**-Programms **kormatrixau.cpp** wird eine Farbmatrix als Histogramm ausgegeben, mit deren Hilfe man die Abhängigkeit zwischen den Parametern gut erkennen kann.

Kapitel 4

Resultate der Kalibrierung

In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse der einzelnen Messungen miteinander verglichen und diskutiert werden. Dabei soll vor allem auf die Abhängigkeiten zu veränderlichen Größen eingegangen werden. Zuerst wird hier die Abhängigkeit zur Blendenzahl k geklärt werden und ob diese eine Auswirkung auf die Messung besitzt. Als zweites soll der Unterschied zwischen zwei verschiedenen Objektiven genauer untersucht werden, eines mit 50 mm, das andere mit 35 mm Brennweite. Zuletzt ob eine Temperaturabhängigkeit der Messgenauigkeit besteht. Hierfür wurde für beide Objektive jeweils bei den Temperaturen 10°C, 5°C, 0°C, -5°C und -10°C gemessen.

4.1 Probleme bei *OpenCV*

Bei der Arbeit mit *OpenCV* kam es während der ganzen Zeit zu keinen vernünftigen Ergebnissen; woran dies genau liegt, konnte nicht vollständig geklärt werden. Das Problem lag darin, dass trotz gleicher Aufnahmebedingungen die Ergebnisse der Messungen mit 15 bis 30 Bildern sehr stark schwankten und dadurch keine Kalibrierung möglich war (siehe Abbildung 4.1).

Dies auf statistische Fehler zurückzuführen und über mehrere Aufnahmen zu mitteln führt zu keinem Ergebnis. In dem Versuch das Programm zu verbessern wurden folgende Veränderungen bei der Auswertung der Bilder durchgeführt:

- Die Bilder wurden auf dem Stativ platziert oder wurden gehalten, was zu den oben erwähnten Vor- und Nachteilen führte, und die Kamera stand fest installiert auf einem Tisch. Im Gegenzug wurde auch die Kamera auf dem Stativ befestigt und das Bild stand fest auf dem Tisch.
- Die Kühlung und die Belüftung wurden deaktiviert, um mechanische sowie elektrische Störungen des CCD-Chips zu verhindern.

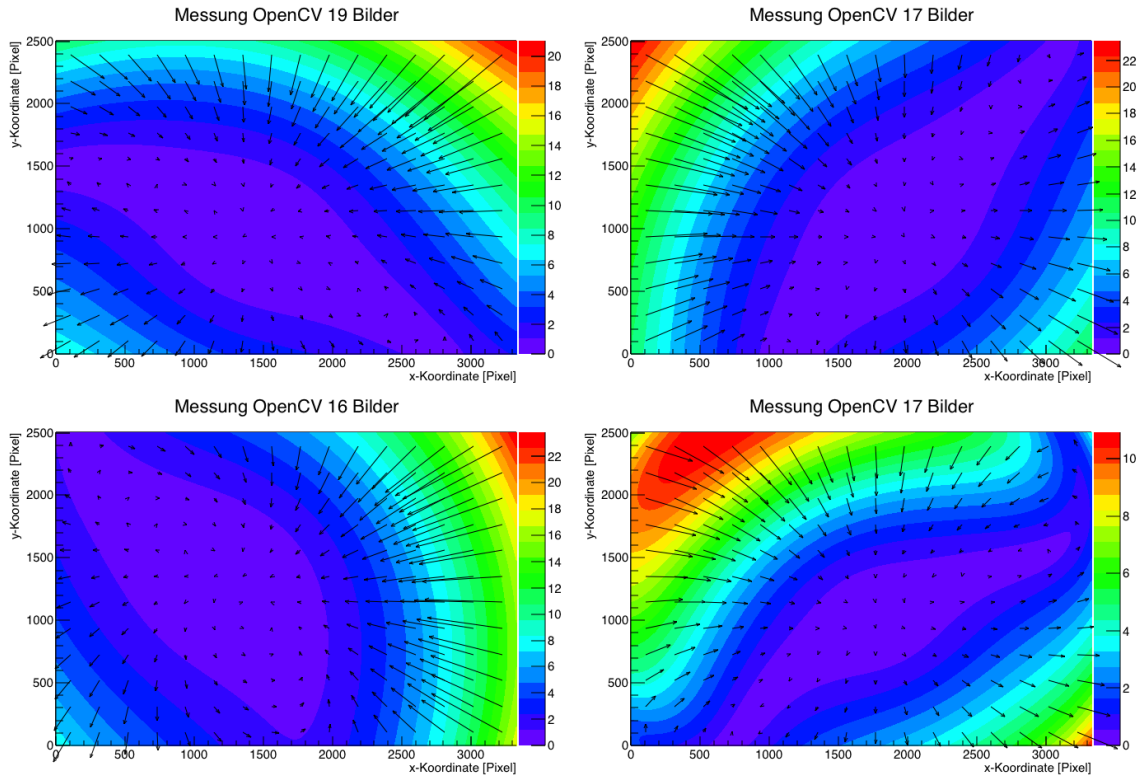


Abbildung 4.1: Die Ergebnisse bei Open CV bei gleichen Einstellungen variieren sehr stark. Die eingezeichneten Pfeile sind um den Faktor 40 skaliert. Die Aufnahmen wurden bei einer Temperatur von 10°C und dem 50 mm Objektiv mit einer Blendenzahl $k = 8$ und einer Belichtungszeit von 0,2 s durchgeführt. Als Muster wurde das kleine Schachbrett verwendet.

- Überprüfen des Einflusses der Kippung des Bildes zur optischen Achse: Es wurde eine Messung erstellt, bei der die Bilder nahezu senkrecht zur optischen Achse standen und ein paar weitere Aufnahmen, bei denen das Schachbrett stark zur optischen Achse geneigt war. Dann wurde die Auswertung einmal nur für die Messung der senkrechten Bilder und einmal für alle Bilder durchgeführt (siehe Abbildung 4.2).

Die senkrechten Bilder scheinen die generelle Struktur des Endergebnisses vorzugeben, wobei zur optischen Achse verkippte Bilder nur die Verschiebungen größer machen. Dieser Effekt kann wie oben beschrieben auf die Tatsache zurückgeführt werden, dass das Schachbrett nicht perfekt in einer Ebene liegt, sondern in die Z -Ebene hineinragt. Steht die optische Achse der Aufnahme senkrecht zur Musterebene, wird das Schachbrett praktisch auf die XY -Ebene projiziert und alle Abweichungen von $Z = 0$ werden nicht beobachtet. Wird das Muster zur optischen Achse hin gekippt, so nimmt die Kamera mögliche Verschiebungen in Z -Richtung wahr,

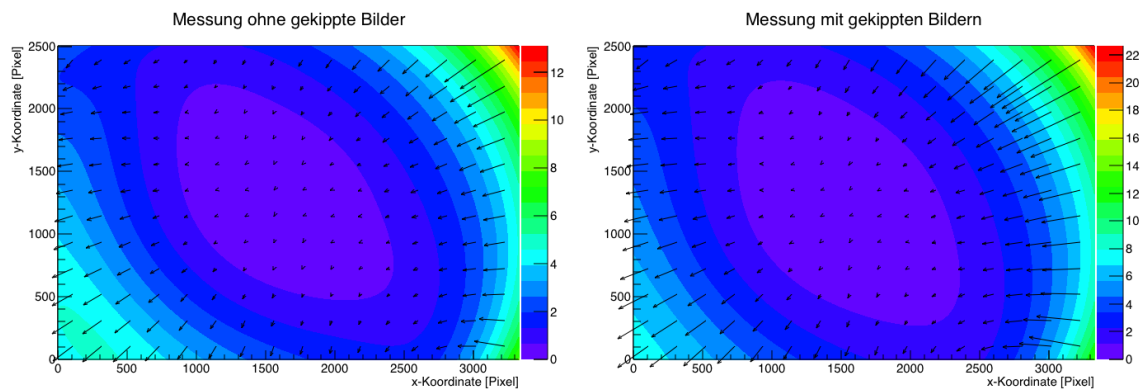


Abbildung 4.2: Links: Die Messung der Bilder mit dem Schachbrett senkrecht zur optischen Achse, Rechts: Messung der Bilder senkrecht zur optischen Achse und stark verkippt dazu. Man beachte die jeweilige Skala rechts des Histogramms: die Verschiebung im rechten Bild ist fast doppelt so hoch wie im Bild links.

die dann einen merklichen Einfluss auf das Resultat der Verschiebung erzeugen.

- Das gleiche Ergebnis erhält man, wenn man unterbelichtete sowie unscharfe Bilder mit in die Auswertung nimmt.
- Bilder wurden aus einer Messung einzeln entfernt und ohne diese eine Auswertung durchgeführt, um ein möglicherweise schadhaftes Bild zu entdecken, allerdings haben einzelne Bilder auf das Gesamtergebnis wenig Einfluss (siehe Abbildung 4.3).
- Bei der Auswertung wurden ein paar Parameter, meist s_1 , s_2 , s_3 und s_4 , auf Null festgesetzt, um unbekannte Variablen aus der Rechnung zu entfernen. Wie *OpenCV* die Parameter genau fittet ist unbekannt, allerdings sollte es für das Programm einfacher sein, aus den gleichen Daten weniger Unbekannte berechnen zu müssen.
- Der Principal point (c_x, c_y) schwankte bei den einzelnen Messungen stark und wurde deshalb auf (1663, 1252) festgesetzt, also den Mittelpunkt des CCD-Chips.
- Das Verhältnis der beiden Fokallängen wurde ebenfalls wegen starker Schwankungen festgesetzt.
- Um sicher zu gehen, dass das Problem nicht an der Kamera lag, wurde eine andere Kamera mit vergleichbarer Pixelauflösung verwendet, allerdings mit dem selben Ergebnis.
- Die drei oben beschriebenen Muster wurden allesamt ausprobiert, wobei die Auswertung der Kreise sehr schwierig war, da diese kaum erkannt wurden.
- Das Objektiv wurde gewechselt, da Fehler des 50 mm Objektivs vielleicht zu klein sind.

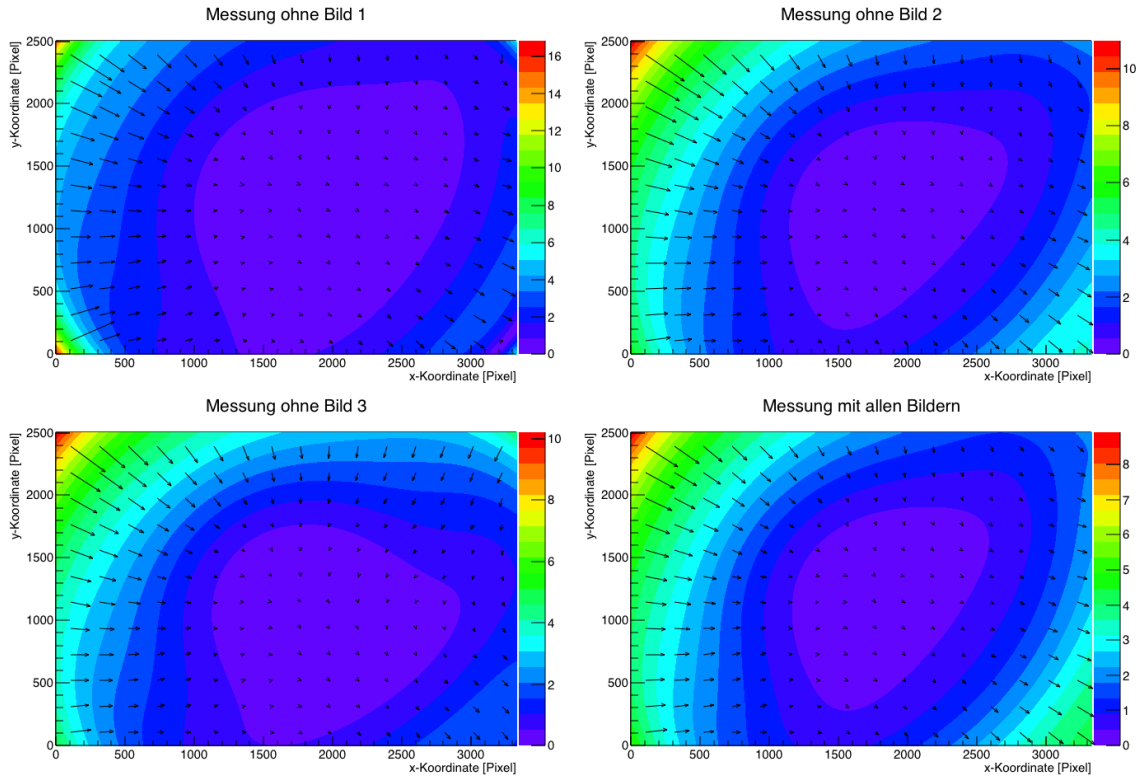


Abbildung 4.3: Jeweils ein Bild wurde für die einzelnen Auswertungen entfernt, alle anderen Bilder waren bei jeder dieser Auswertungen gleich. In der Messung rechts unten wurde kein Bild entfernt. Die insgesamt 12 Bilder wurden mit dem 50 mm Objektiv und der Blendenzahl $k = 8$ bei einer Belichtungszeit von 0,2 s und ohne Kühlung aufgenommen. Als Muster wurde das kleine Schachbrett verwendet und bei der Auswertung wurden die s -Prismenparameter auf Null gesetzt. Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen sind gegeben, allerdings kann keine einzelne Aufnahme als einziges Problem herausgefunden werden.

- Weitere Einstellungen der *OpenCV*-Befehle wurden verändert, jedoch ohne erkennbare Verbesserung der Ergebnisse.

Keine der hier angeführten Veränderungen verbesserte das Ergebnis so, dass man es für eine Kalibrierung verwenden konnte. Das Programm arbeitet allerdings ohne zufällige Annahmen, da aus den exakt gleichen Bildern ein gleiches Ergebnis reproduziert werden konnte. Das Problem könnte an der Größe der Pixelauflösung liegen, da nahezu alle Hinweise von *OpenCV*, sowie anderen Nutzern mit Kameras mit wesentlich kleinerer Auflösung herrühren. Deshalb werden in der weiteren Arbeit, abgesehen von dem nächsten Unterkapitel, nur Daten von *Australis* verwendet.

4.2 Abhängigkeit von der Blendenzahl

Die Blendenzahl k ist ein Charakteristikum des verwendeten Objektivs und beschreibt den Zusammenhang zwischen der Brennweite f und des Öffnungsdurchmessers D der Blende oder der sog. **Eintrittspupille**, die bestimmt, wie viel Licht auf die Linse trifft:

$$k = \frac{f}{D} \quad (4.1)$$

Die Lichtintensität I ist dabei direkt proportional zum Raumöffnungswinkel der Blende, welcher sich aus dem Verhältnis zwischen der Fläche A und der quadratischen Fokallänge f^2 errechnet:

$$I \sim \Omega = \frac{A}{f^2} = \frac{\pi(D/2)^2}{f^2} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{f}\right)^2 = \frac{\pi}{4k^2} \quad (4.2)$$

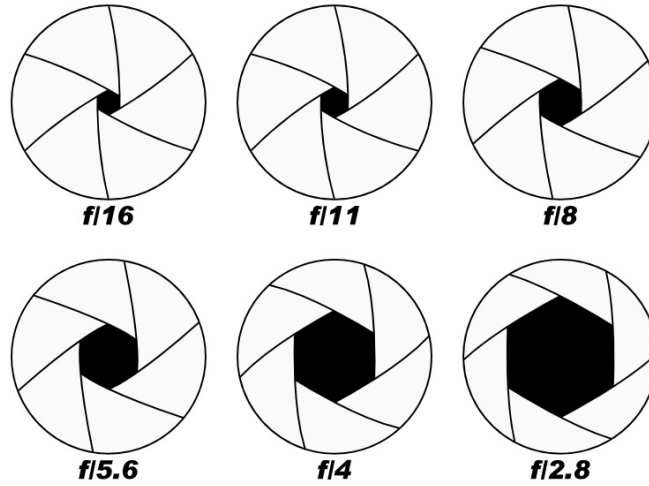


Abbildung 4.4: Die Fläche nimmt quadratisch mit abnehmender Blendenzahl k zu [20].

Das bedeutet, dass eine Halbierung der Blendenzahl k zu einer Vervierfachung der einfallenden Lichtintensität führt (siehe Abbildung 4.4). Um für die hier verwendeten Blendenzahlen 4, 8 und 16 nahezu gleiche Belichtungsverhältnisse zu gewährleisten, wird die Belichtungszeit t angepasst, welche zur Lichtintensität ebenfalls direkt proportional ist. Es ergibt sich bei drei Messungen also der Zusammenhang aus Tabelle 4.1 zwischen der Blendenzahl k , die manuell am Objektiv eingestellt werden kann, und der Belichtungszeit t .

Die Messung wurde einmal mit *OpenCV* an dem 50 mm Objektiv und einmal mit *Australis* an dem 35 mm Objektiv durchgeführt. Bei der Aufnahme der Bilder für *OpenCV* wurde das kleine Schachbrettmuster bei -5°C aufgenommen. Die Kamera ruhte auf dem Tisch, während das Muster auf dem Stativ installiert war. Da sich das System somit

Blendenzahl k	4	8	16
Belichtungszeit [s]	0,1	0,4	1,6

Tabelle 4.1: Belichtungszeiten

in Ruhe befand, wurden die drei Bilder mit den unterschiedlichen k direkt hintereinander aufgenommen, damit sich das Bildmaterial nicht voneinander unterschied. Insgesamt wurden so 16 Bilder für jedes k aufgenommen. Bei den Aufnahmen für *Australis* stand das Muster auf dem Boden und die Kamera war fest auf das Stativ geschraubt. Hierbei wurde, ohne die Kamera- oder die Musterposition zu verändern, jeweils eine Aufnahme mit den verschiedenen Blendenzahlen durchgeführt. Damit enthalten alle drei Messungen die selben Bildmotive und können so gut miteinander verglichen werden. Dieser Vorgang wurde dann mit anderen Kamerapositionen insgesamt 10 mal wiederholt, somit entstanden insgesamt 30 Bilder mit 10 verschiedenen Kamerapositionen im Bezug zum Muster. Die Aufnahmen wurden mit dem 35 mm Objektiv bei einer Temperatur von -5°C aufgenommen.

Bei dem Ergebnis von *OpenCV* geht es nur um mögliche Unterschiede zwischen den Messungen der Blendenzahlen, nicht um eine exakte Messung, da dies wie oben beschrieben nicht möglich war.

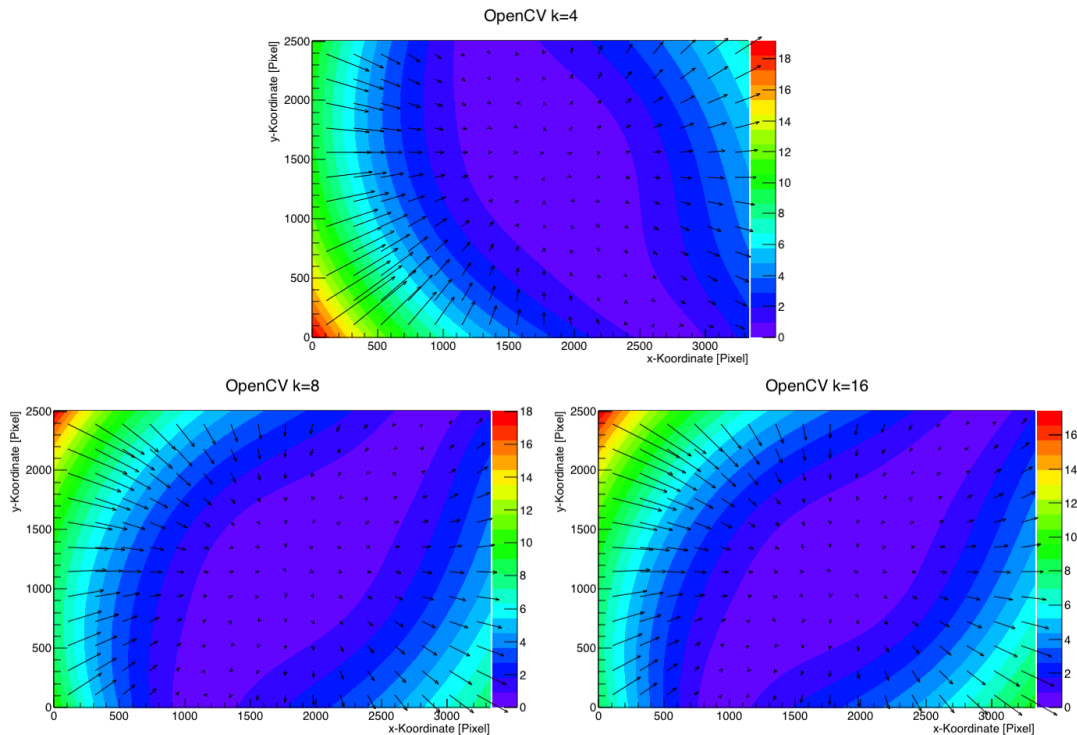


Abbildung 4.5: Abhängigkeit von der Blendenzahl bei *OpenCV* mit dem 50 mm Objektiv. Oben: $k = 4$, links: $k = 8$, rechts: $k = 16$.

Wie in Abbildung 4.5 zu sehen ist, weicht die Messung bei $k = 4$ stark von den anderen beiden Ergebnissen ab, die sich sehr ähnlich sind. Dies liegt hauptsächlich daran, dass *OpenCV* nur 6 von 16 Bildern bei $k = 4$ erkannt hat, bei $k = 8$ hingegen 15 und bei $k = 16$ alle 16 Bilder. Grund hierfür ist die geringe Tiefenschärfe bei niedrigen Blendenzahlen. Die Tiefenschärfe beschreibt den Bereich um den Fokuspunkt, um den ein abgebildetes Motiv noch scharf erscheint. Das Muster war offenbar nicht ganz im Fokus der Kamera, wodurch die Bilder bei Blende 4 aufgrund der geringen Tiefenschärfe deutlich unschärfer sind, als die mit höherer Blendenzahl. Für *OpenCV* waren demnach viele Bilder der Blende $k = 4$ zu unscharf, um das Schachbrettmuster zu erkennen. Da *OpenCV*, wie oben beschrieben, dann sehr verschiedene Ergebnisse ausgibt, sollte man nur $k = 8$ und $k = 16$ betrachten, wobei sich hier kaum ein Unterschied feststellen lässt.

Bei den Ergebnissen von *Australis* lässt sich zudem der RMS einer jeden Messung wiedergeben, da die Ergebnisse nicht von den Bildern selbst abhängen.

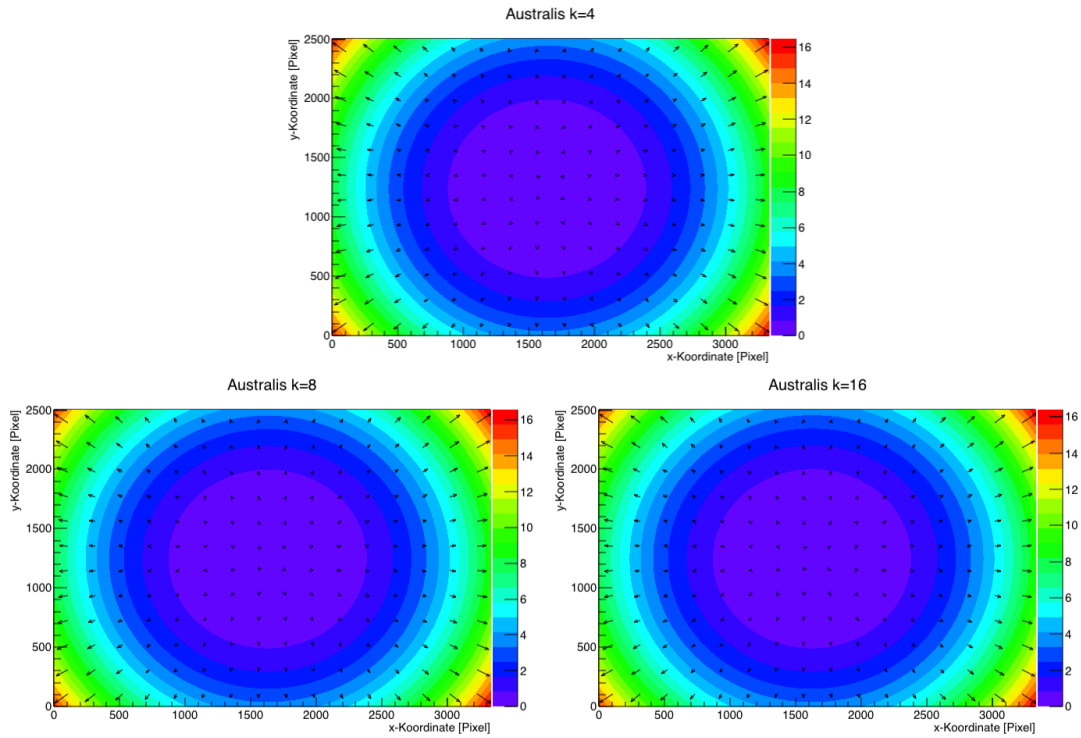


Abbildung 4.6: Abhängigkeit von der Blendenzahl bei *Australis* mit dem 35 mm Objektiv. Oben: $k = 4$, links: $k = 8$, rechts: $k = 16$.

In Abbildung 4.6 ist zwischen den einzelnen Messungen kaum ein Unterschied zu erkennen, was sich auch an den RMS Werten verdeutlicht (siehe Tabelle 4.2).

Ob nun die durchschnittliche Verschiebung der Pixel tatsächlich leicht mit zunehmender Blendenzahl abnimmt, wie es hier den Anschein hat, wurde nicht weiter nachgeprüft, da der Unterschied im Vergleich zum Wert selbst klein ist und, wie man später sehen wird,

Blendenzahl k	4	8	16
RMS [Pixel]	4,97	4,96	4,87

Tabelle 4.2: Die RMS Werte der verschiedenen Blendenzahlen bei *Australis*.

auch innerhalb der Fehlertoleranz liegen sollte. Da jeweils nur eine Messreihe verwendet wurde, gibt es für die entstehenden Werte keinen Fehler, allerdings können die Fehler aus den Auswertungen weiter unten verwendet werden.

Beide Messungen bestätigen, dass die Kalibrierung von der Wahl der Blendenzahl weitestgehend unabhängig ist. Es wird jedoch empfohlen, keine zu kleine Blendenzahl zu verwenden, da die Aufnahmen dann unscharf werden könnten. Im Folgenden wird, wie auch später am Teleskop, die Blendenzahl auf $k = 8$ gesetzt und nicht mehr verändert.

4.3 Abhängigkeit vom Objektiv

Im Zuge dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Objektive verwendet. Diese wurden mit Hilfe eines Adapters an der Kamera montiert, wodurch die Brennweite f des Systems von der auf dem Objektiv angegebenen Brennweite abweichen kann. Die verwendeten Objektive haben eine (aufgedruckte) Brennweite von 50, bzw. 35 mm.

Wie in Abbildung 4.7 zu sehen, ist bei einer bestimmten Bildgröße B , also in unserem Fall die halbe Größe des CCD-Chips, und einem bestimmten Abstand des Gegenstands zur Linse g die Gegenstandsgröße G abhängig von der Brennweite f bzw. f' . Man kann diesen Zusammenhang in einer Formel verdeutlichen:

$$G = \frac{B \cdot g}{f' - 1} \quad (4.3)$$

Die Gegenstandsgröße, also in unserem Fall die Größe eines Gegenstands, der die Hälfte des Bildes ausfüllen würde, nimmt demnach mit sinkender Brennweite zu. Anders ausgedrückt, der Öffnungswinkel 2ω nimmt mit steigender Brennweite ab, was sich auch in der Formel darstellt:

$$2\omega = 2 \cdot \arctan \left(\frac{B}{2} \cdot \frac{1}{f'} \right) \quad (4.4)$$

Das bedeutet, dass das 35 mm Objektiv einen größeren Bildausschnitt aufnimmt, allerdings die selbe Fläche zur Abbildung besitzt, nämlich die Größe des CCD-Chips. Die kleinere Brennweite bildet also einen größeren Teil der Wirklichkeit auf die gleiche Fläche ab. Dadurch lässt sich nicht verhindern, dass vor allem an den Bildrändern auch die Verzeichnung mit steigendem Öffnungswinkel wächst. Dieses Phänomen wird deutlich sichtbar bei sog. Fischaugenobjektiven oder Panoramabildern, deren Öffnungswinkel sogar 180° übersteigen können. Es ist also davon auszugehen, dass die Verzeichnung bei dem 35 mm Objektiv größer ist als die bei dem 50 mm Objektiv [22].

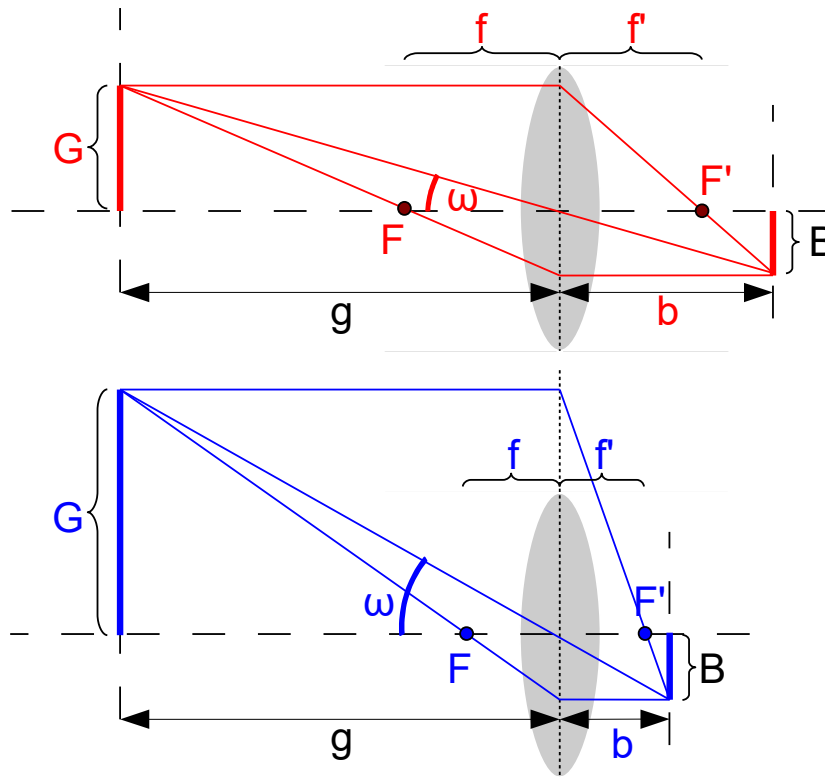


Abbildung 4.7: Ein Objektiv mit einer kleineren Brennweite besitzt einen größeren Raumwinkel und damit verbunden eine größere Verzeichnung [Abbildung selbst erstellt].

4.3.1 50 mm Objektiv

Zunächst soll das 50 mm Objektiv betrachtet werden: Bei jeder Einstellung wurden fünf Messungen mit zehn Bildern aufgenommen und diese mit *Australis* bearbeitet. Wie in Kapitel 3.5 beschrieben, wurde über die Ergebnisse der Pixelverschiebung einzelner Messungen gemittelt, damit sich ein Ergebnis ergibt, das nicht so stark von statistischen Fehlern beeinflusst wird. Die Ergebnisse werden in Abbildung 4.8 wiedergegeben.

Es ist klar zu sehen, dass die einzelnen Messungen voneinander abweichen. Deshalb wurde von den einzelnen Messungen jeweils der RMS berechnet und auch über diesen gemittelt. Dieser beträgt $0,70 \pm 0,17$ Pixel (siehe auch Tabelle A.1 im Anhang). Die mittlere Verschiebung der Pixel liegt also unter einem Pixel, damit ist die Verschiebung bei dem 50 mm Objektiv relativ gering.

Das grundlegende Verhalten der Verschiebung ist in allen Messungen klar als radial-symmetrische Abhängigkeit zu erkennen. Diese entsteht durch die Dominanz des Parameters k_1 , der hier, wie bei fast allen Messungen, in der Größenordnung von 10^{-6} mm^{-1} liegt (die Größenordnungen der Parameter bei *Australis* können in der Tabelle A.3 im Anhang eingesehen werden). Klar zu erkennen ist auch die kissenförmige Art der Verzeichnung,

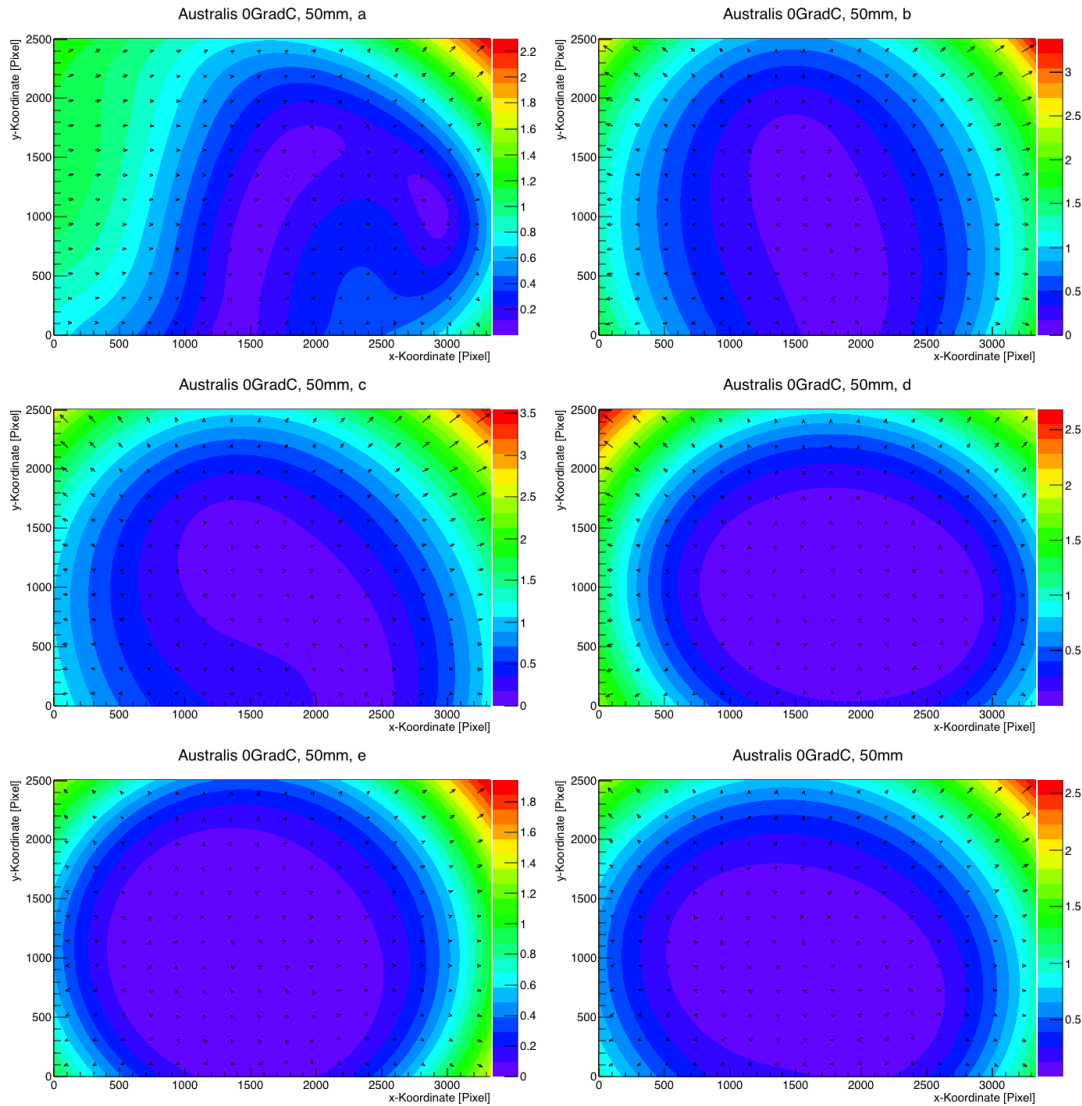


Abbildung 4.8: Die Ergebnisse der einzelnen Messungen und der Mittelung (rechts unten) bei einer Temperatur von 10°C und mit dem 50 mm Objektiv.

d.h. die Pixel werden nach außen hin verschoben. Dies korrespondiert gut mit der Tatsache, dass der Parameter k_1 meist als positiv gemessen wurde. In manchen Messungen war er in der selben Größenordnung negativ, jedoch gleicht ein anderer k -Parameter dies wieder aus. An dem Effekt der eher kissenförmigen Verzeichnung änderte sich dadurch nichts.

Auffällig ist, dass die Verschiebung in der Ecke rechts oben größer ist als in allen anderen Ecken. Betrachtet man den Mittelpunkt der radialen Verschiebung, so ist dieser nicht genau in der Mitte, sondern befindet sich links unterhalb des Bildmittelpunkts. Diese Verschiebung des Mittelpunktes wird durch die Koeffizienten x_p und y_p angezeigt

(siehe Tabelle A.2 im Anhang). Bei der hier betrachteten Messung ist $x_p = -0,14 \pm 0,06$ mm und $y_p = -0,43 \pm 0,08$ mm. Die Werte ergeben sich wieder durch die Mittelung der Parameter der einzelnen Messungen. Möchte man die Werte in der Einheit Pixel, so muss man durch die Pixelgröße $d = 5,4 \mu\text{m}$ dividieren und erhält für $x_p = -25 \pm 12$ und $y_p = -80 \pm 15$ Pixel. Der Mittelpunkt der Verzeichnung, nach Definition der Schnittpunkt der optischen Achse mit dem CCD-Chip, ist also um 25 ± 12 nach links und 80 ± 15 nach unten gegenüber der Position des CCD-Chips verschoben. Das bedeutet, dass der CCD-Chip nicht exakt zentriert in die Kamera eingebaut wurde. Die Ecke rechts oben befindet sich demnach am weitesten von der optischen Achse des Linsensystems entfernt, deshalb misst man dort immer die größte Verschiebung der Pixel.

Die gemessene Brennweite ergibt sich bei dieser Messung zu $52,79 \pm 0,11$ mm. Diese ist leicht größer als die aufgedruckte Brennweite von 50 mm, was durch die zusätzliche Strecke zwischen Chip und Linse zu erklären ist, die durch den Objektivadapter entsteht. Alle Brennweiten der verschiedenen Messungen können in Tabelle A.2 im Anhang eingesehen werden.

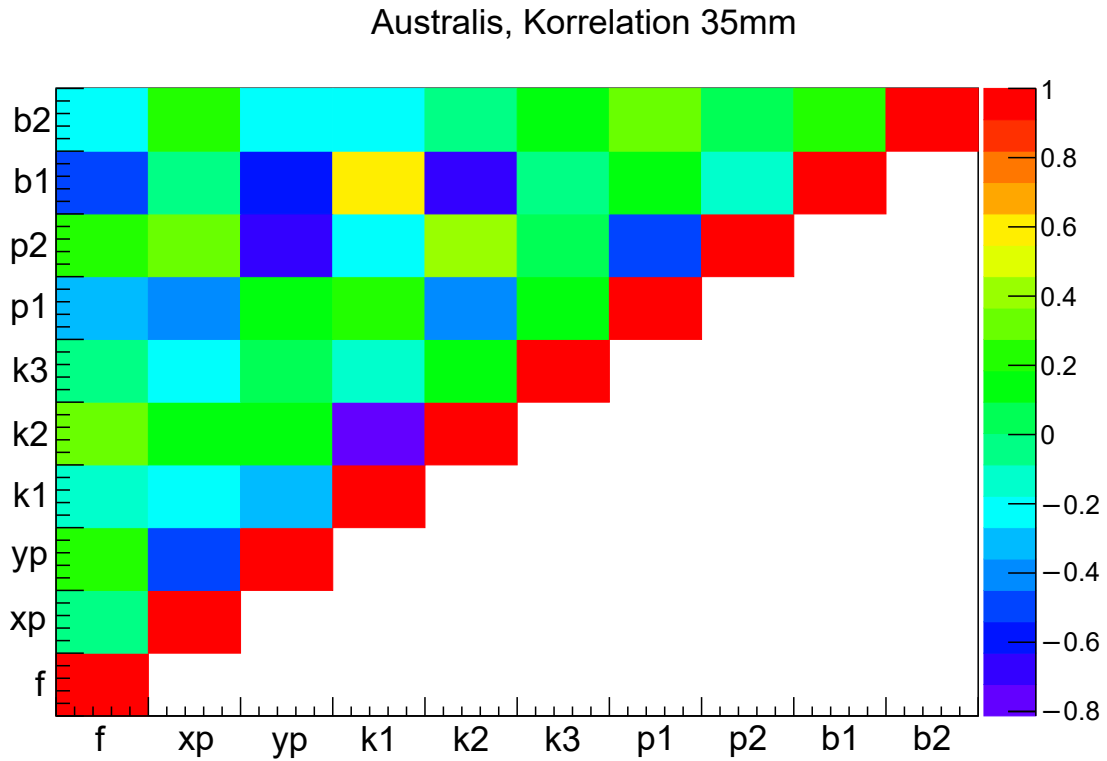


Abbildung 4.9: Farbplot der Korrelationsmatrix der Messungen des 50 mm Objektivs.

Die Verzeichnungsparameter schwanken sehr stark, da sie miteinander korreliert sind. Das bedeutet, ändert sich ein Parameter, so ändern sich einige andere Parameter, sodass sich am Gesamtergebnis kaum etwas ändert. Es ist deshalb nicht sinnvoll über diese Werte zu mitteln. Deshalb werden in Tabelle A.3 ihre Größenordnungen wiedergegeben, die um

maximal eine Größenordnung schwanken. Zudem wurde mit Hilfe des Korrelationskoeffizienten eine Korrelationsmatrix erstellt (siehe Abbildung 4.9), die den Zusammenhang zwischen den einzelnen Parametern darstellt (die Werte finden sich in Tabelle A.5 im Anhang. Es wurden bei der Berechnung je 24 Messungen, d.h. 24 Werte pro Parameter benutzt.

Die Abhängigkeit der Parameter zu sich selbst ist natürlich gleich eins. Die Werte unter der Diagonalen sind auf Null gesetzt. Über viele Zusammenhänge lässt sich keine genaue Aussage machen, jedoch soll hier auf zwei wichtige Eigenschaften aufmerksam gemacht werden: der Zusammenhang der radialen k -Parameter ist deutlich zu sehen, wobei k_1 und k_3 positiv korreliert sind, k_2 zu den anderen beiden negativ korreliert. Die Parameter der Mittelpunktverschiebung x_p und y_p sind, wie die beiden Verschiebungsparameter p_1 und p_3 , kaum voneinander abhängig. Dies ist nicht weiter verwunderlich, da die Verschiebung in der x-Achse nicht von der Verschiebung in y-Richtung abhängt. Hingegen ist der Parameter p_1 stark negativ korreliert mit x_p , da dieser offenbar für die Verzeichnung in x-Richtung zuständig ist. Gleiches gilt für p_2 und y_p .

4.3.2 35 mm Objektiv

Betrachtet man nun das 35 mm Objektiv, so bietet sich ein etwas anderes Bild (siehe Abbildung 4.10): Es ist kaum ein Unterschied zwischen den einzelnen Messungen zu erkennen, was einfach an der Tatsache liegt, dass die Verschiebungen der Pixel bei kleinerer Brennweite größer werden. Der mittlere RMS berechnet sich hierbei zu $4,75 \pm 0,34$ Pixel. Die Abweichungen zwischen den Bildern sind also keinesfalls kleiner geworden, dennoch ist der Mittelwert bei dem 35 mm Objektiv um eine Größenordnung größer als die Standardabweichung und somit gibt es in den Auswertungsbildern kaum einen Unterschied.

Schön zu sehen ist hierbei wieder die eindeutige Dominanz der radialen Verschiebung. Wie bei dem 50 mm Objektiv handelt es sich hier um eine kissenförmige Verzeichnung, wobei der Parameter k_1 immer positiv war. Dass dieser Parameter die Verzeichnung entscheidend beeinflusst, lässt sich dadurch erkennen, dass die Größenordnung nun bei 10^{-5} mm^{-1} liegt, also eine Größenordnung größer als bei dem 50 mm Objektiv, was sich gut mit der Zunahme des RMS deckt. Die p -Parameter werden im Schnitt um eine Größenordnung kleiner, ansonsten behalten alle Verzeichnungsparameter in etwa ihre Größe bei.

Auch bei dieser Messung lässt sich erkennen, dass die größte Verschiebung in der Ecke rechts oben vorzufinden ist. Dies hängt wiederum mit der Mittelpunktverschiebung zusammen (siehe Tabelle A.2), die bei dieser Messung bei 44 ± 4 Pixeln nach links und 39 ± 10 Pixeln nach unten lag. Auffällig ist, dass bei allen Messungen des 35 mm Objektivs die y-Verschiebung deutlich kleiner war als mit dem 50 mm Objektiv. Eine mögliche Erklärung könnte der nicht exakte Aufbau des Linsensystems der beiden Objektive sein.

Die Brennweite f wurde indes zu $36,66 \pm 0,05$ mm bestimmt. Wieder ist ein leicht höherer Wert gemessen worden als der aufgedruckte Wert von 35 mm, was wieder dem Adapter zugeschrieben werden kann.

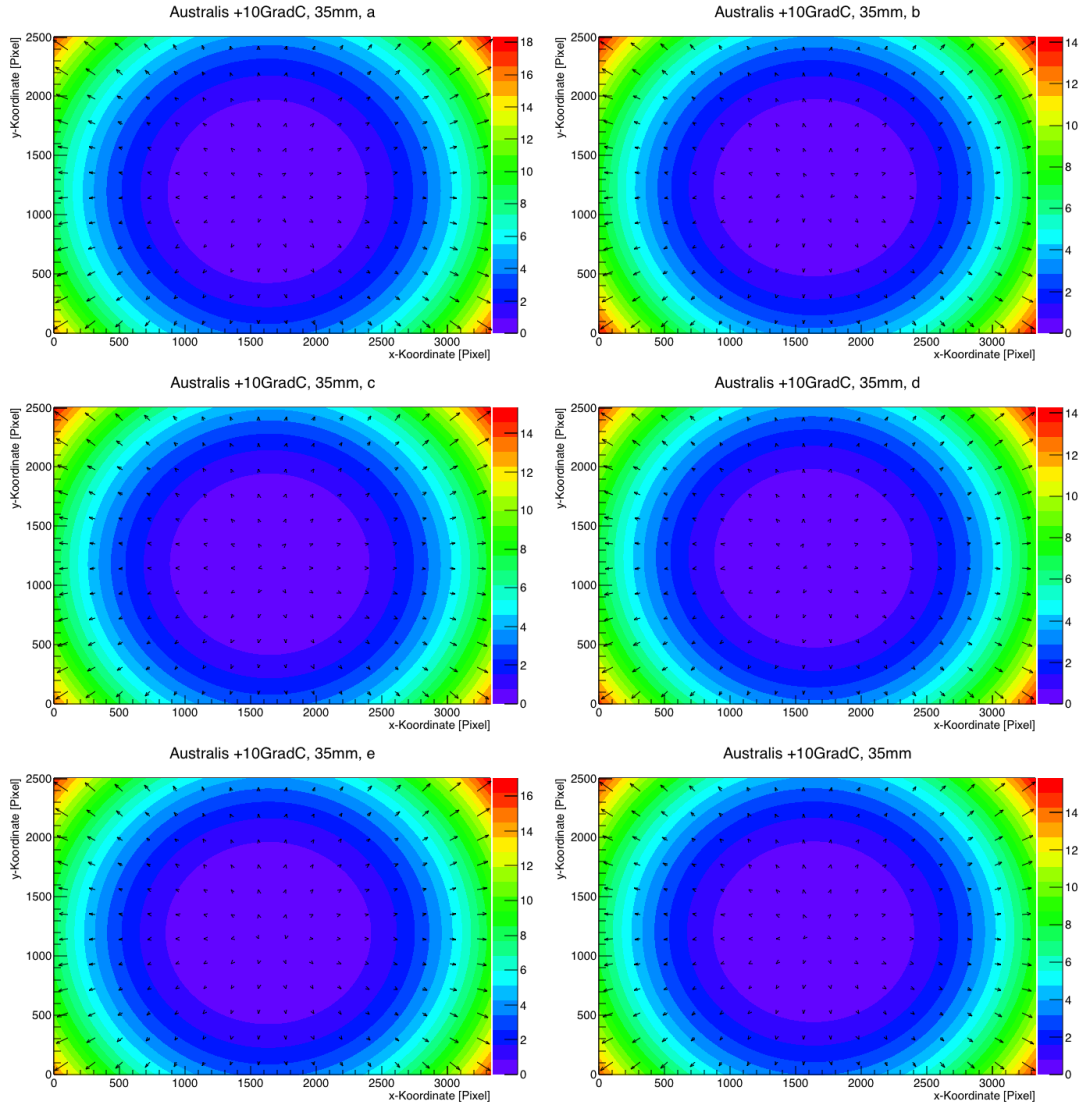


Abbildung 4.10: Die Ergebnisse der einzelnen Messungen und der Mittelung (rechts unten) bei einer Temperatur von 10°C und mit dem 35 mm Objektiv. Im Gegensatz zum 50 mm Objektiv fallen zwischen den einzelnen Messungen kaum Unterschiede auf.

Auch für die Verzeichnungskoeffizienten des 35 mm Objektivs wurde eine Korrelationsmatrix erstellt (Abbildung 4.11 und Tabelle A.6), wobei 25 Messungen in diese Auswertung eingeflossen sind. Hier ist vor allem auffällig, dass die Korrelation zwischen k_3 und den anderen k -Parametern weniger stark ausgeprägt ist, als bei dem 50 mm Objektiv, genauso wie der Zusammenhang zwischen x_p und p_1 . Zudem ist b_1 stark korreliert zu einigen anderen Parametern. Diese Abweichungen von den erwarteten Werten konnten nur durch statistische Fluktuationen und der Zuhilfenahme von zu wenigen Messungen erklärt werden.

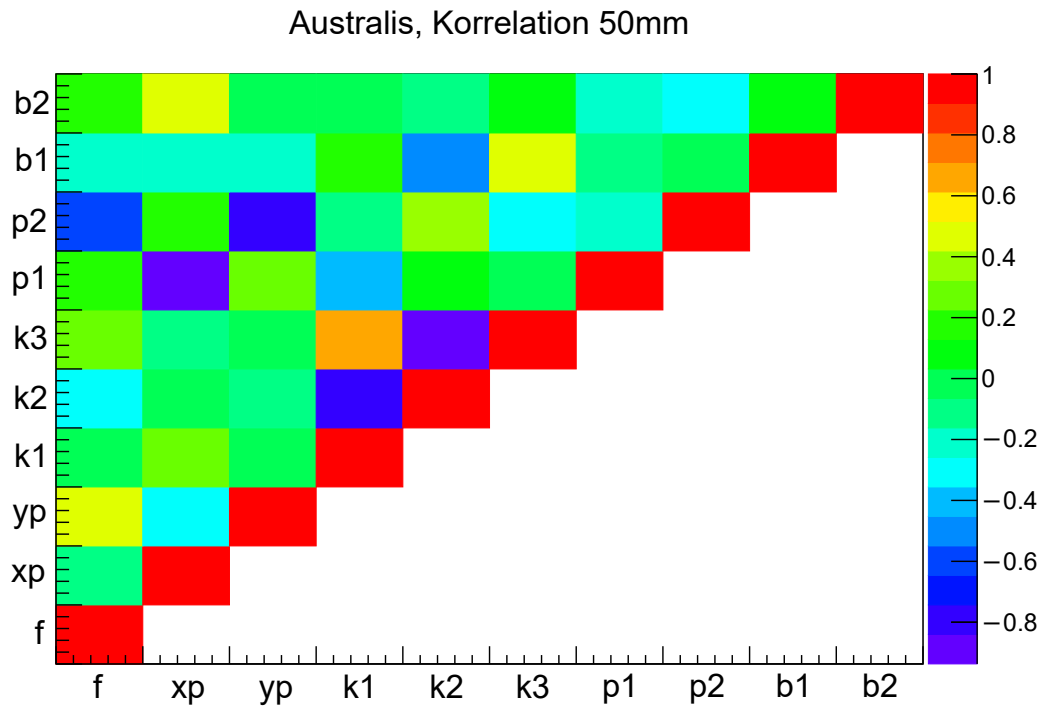


Abbildung 4.11: Farbplot der Korrelationsmatrix der Messungen des 35 mm Objektivs.

Der wesentliche Unterschied zwischen den beiden Objektiven ist also, dass die Verzeichnung mit dem Öffnungswinkel wächst und diese mit steigender Brennweite abnimmt. Bei beiden Objektiven dominiert der Koeffizient k_1 die Verzeichnung, wodurch eine radial geprägte Verschiebung der Pixel entsteht. Grundsätzlich würde es sich anbieten, das Objektiv mit der geringeren Verschiebung zu nutzen, auch wenn dort der Fehler im Verhältnis zum Mittelwert größer ist.

4.4 Abhängigkeit von der Temperatur

Als letztes soll die Verzeichnung in Abhängigkeit zur Temperatur bestimmt werden. Dafür wurden bei den Temperaturen 10°C, 5°C, 0°C, -5°C und -10°C jeweils fünf Messungen mit jeweils zehn Bildern durchgeführt und über diese gemittelt. Einzige Ausnahme stellte die Messung bei 10°C des 50 mm Objektivs dar, bei dem nur vier Messungen durchgeführt wurden, dafür eine mit 20 Bildern. Der Temperaturbereich wurde so gewählt, dass die beste Betriebstemperatur von -5°C ebenfalls gemessen wurde. Der Fehler bei der Einstellung und Stabilität der Temperatur beträgt in etwa 0,210°C.

Eine von der Temperatur abhängige Änderung der grundlegenden Verschiebung wurde nicht erwartet, d.h. die Verschiebung sollte immer noch stark von dem Parameter k_1

beeinflusst werden. Deshalb soll hier untersucht werden, ob sich der Grad der Verschiebung mit der Temperatur ändert.

4.4.1 50 mm Objektiv

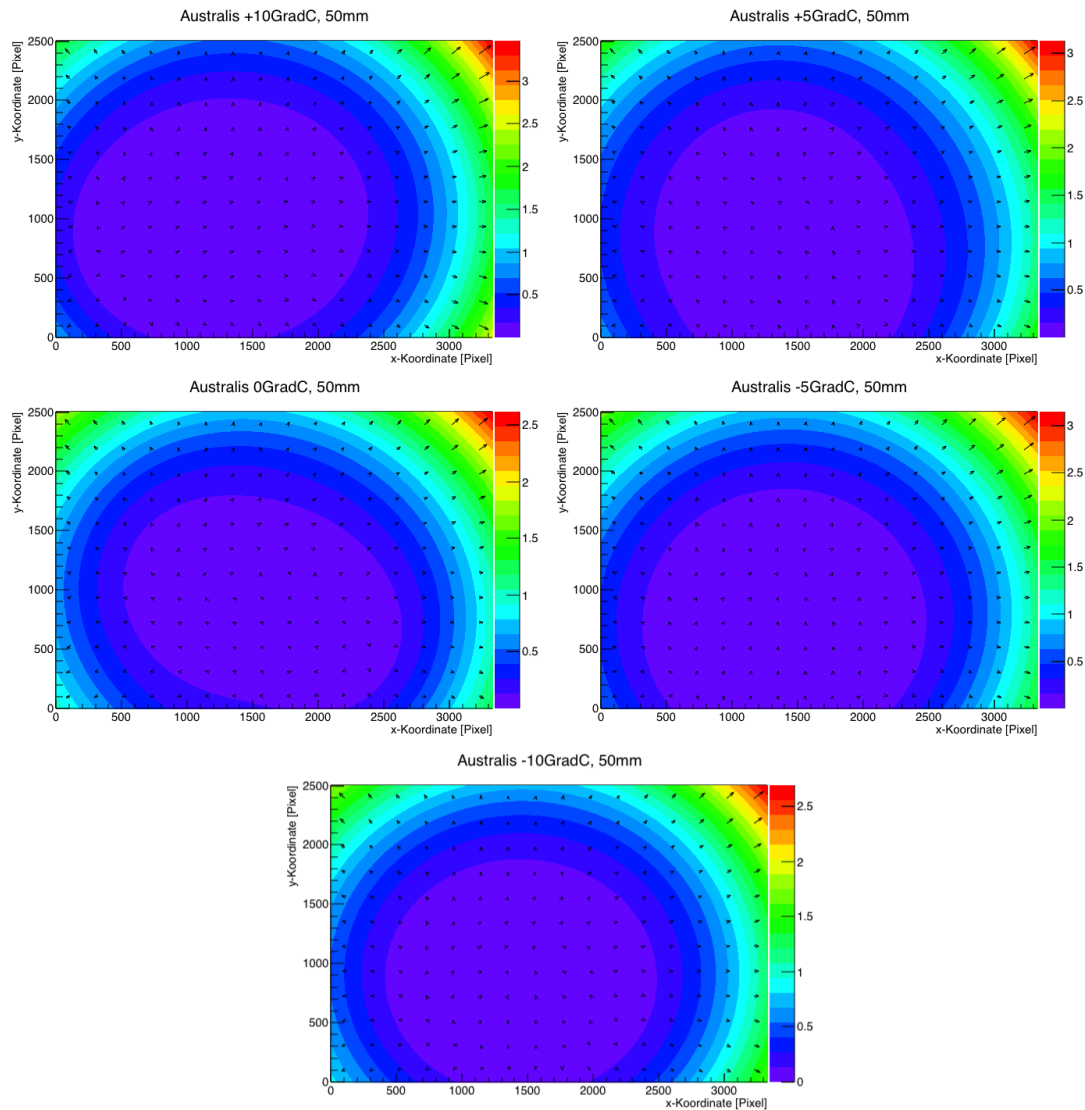


Abbildung 4.12: Die Auswertungsergebnisse der verschiedenen Temperaturen des 50 mm Objektivs.

Bei dem 50 mm Objektiv sind bei den Ergebnissen der Messungen (siehe Abbildung 4.12) kleine Unterschiede der radialen Verzeichnung bei verschiedenen Temperaturen zu erkennen, jedoch scheinen diese zufällig und keineswegs von der Temperatur

abhängig zu sein. Die Verzeichnungsparameter liegen bei fast jeder Messung in der gleichen Größenordnung oder weichen um maximal eine vom Mittelwert ab (siehe Tabelle A.3). Daher sind auch keine großen Unterschiede zu erwarten. Die Werte für die Brennweite f und die Mittelpunktverschiebung x_p und y_p liegen bei den Messungen größtenteils innerhalb ihrer Fehlertoleranz, wie in Tabelle A.2 zu sehen. Dadurch ist es auch zu erklären, dass bei allen Messungen die größte Verschiebung in der Ecke rechts oben zu finden ist, da diese Stelle des Chips wie im vorherigen Kapitel beschrieben am weitesten von der optischen Achse entfernt ist. Die Vermutung, dass die Art der Verschiebung sich nicht ändert, scheint sich also bestätigt zu haben.

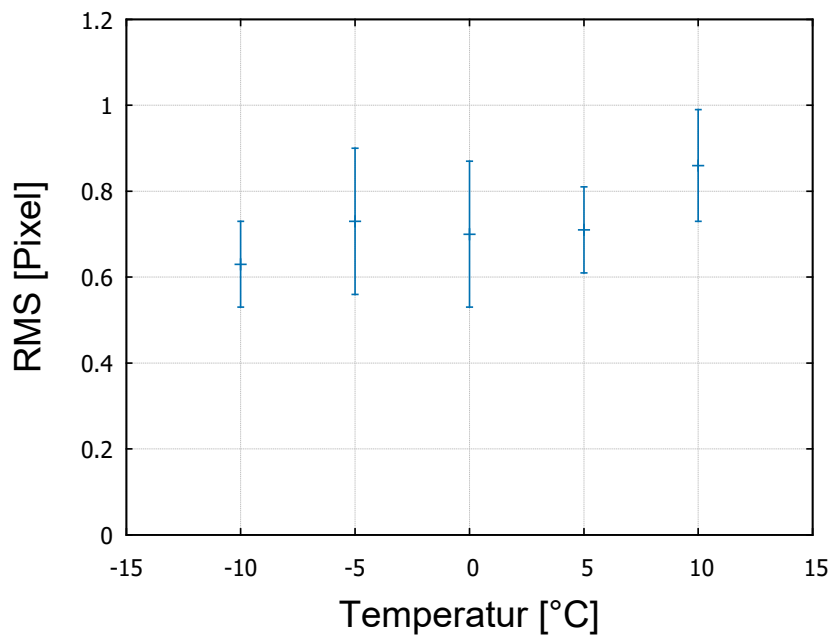


Abbildung 4.13: Die RMS-Werte bei verschiedenen Temperaturen des 50 mm Objektivs.

Interessant ist die Betrachtung des gemittelten RMS der Messungen, um eine Abhängigkeit des Grades der Verschiebung zu überprüfen. Aus der Tabelle A.1 ist eine leichte Tendenz der Abnahme des RMS mit der Temperatur zu sehen. Allerdings ist der Fehler der einzelnen Werte so groß, dass diese Tendenz stark angezweifelt werden kann. Gibt es also tatsächlich eine Abhängigkeit von der Temperatur, so ist sie bei diesem Objektiv so klein, dass die Auswirkung unterhalb der Messgenauigkeit liegt.

4.4.2 35 mm Objektiv

Aufgrund des höheren Verschiebungsgrades des 35 mm Objektivs ist es kaum möglich zwischen den Ergebnissen bei verschiedenen Temperaturen einen Unterschied zu erkennen (siehe Abbildung 4.14). Wie bei dem 50 mm Objektiv liegen die Verzeichnungspara-

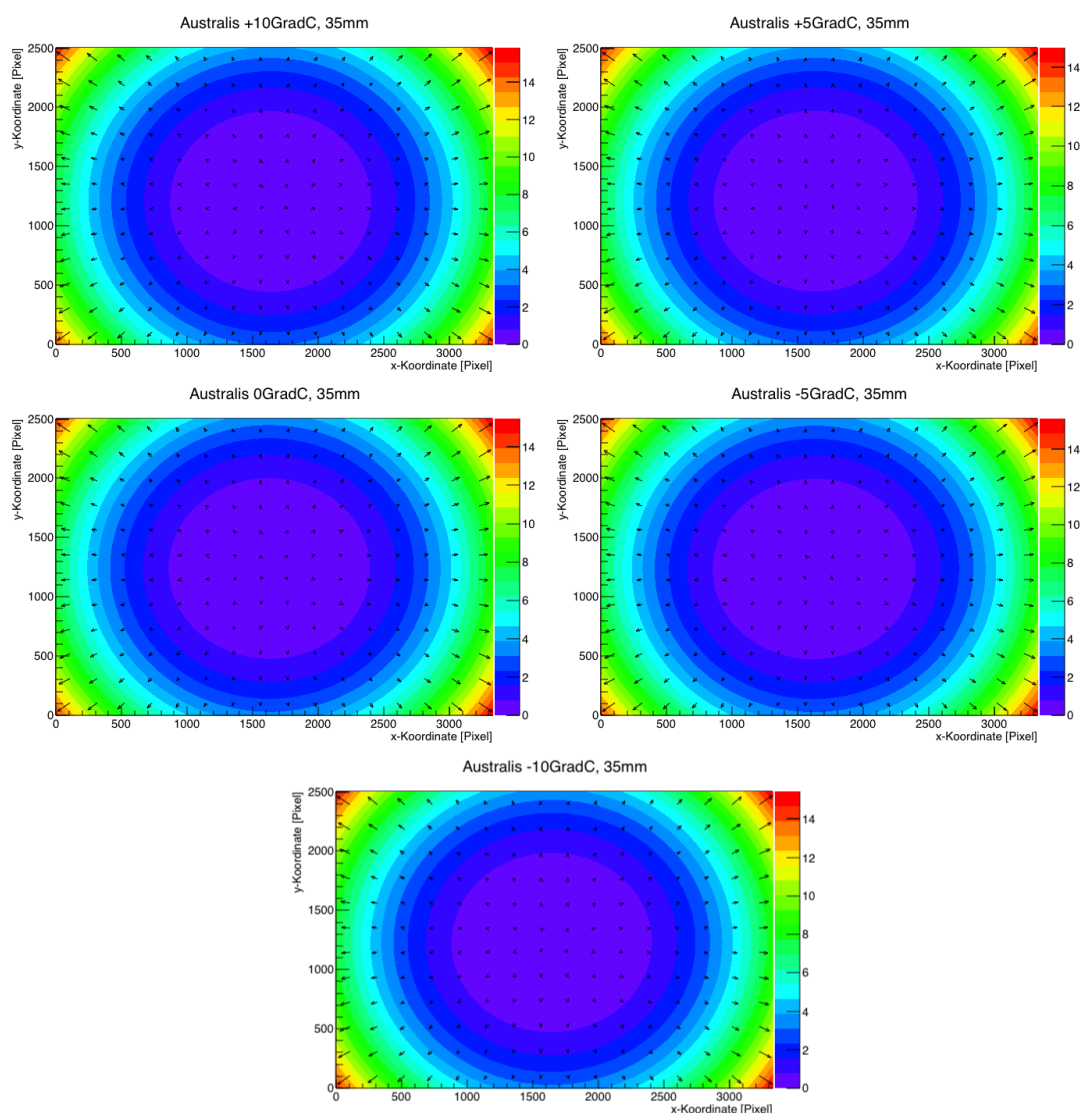


Abbildung 4.14: Die Auswertungsergebnisse der verschiedenen Temperaturen des 35 mm Objektivs.

parameter in der jeweils gleichen Größenordnung (siehe Tabelle A.4). In Tabelle A.2 sind die Brennweiten und die Mittelpunktverschiebung der einzelnen Messungen angegeben. Diese unterscheiden sich etwas voneinander, allerdings kann keine Tendenz festgestellt werden. Auffällig ist der kleine Fehler bei manchen Werten, der allerdings nur durch die Auswertung von *Australis* begründet werden kann. Bei den großen Verschiebungen des 35 mm Objektivs und dem damit vergrößerten k_1 ist es für *Australis* einfacher, die genaue Position des Mittelpunktes zu bestimmen, da es nur einen kleinen Bereich mit kleiner Verzeichnung gibt.

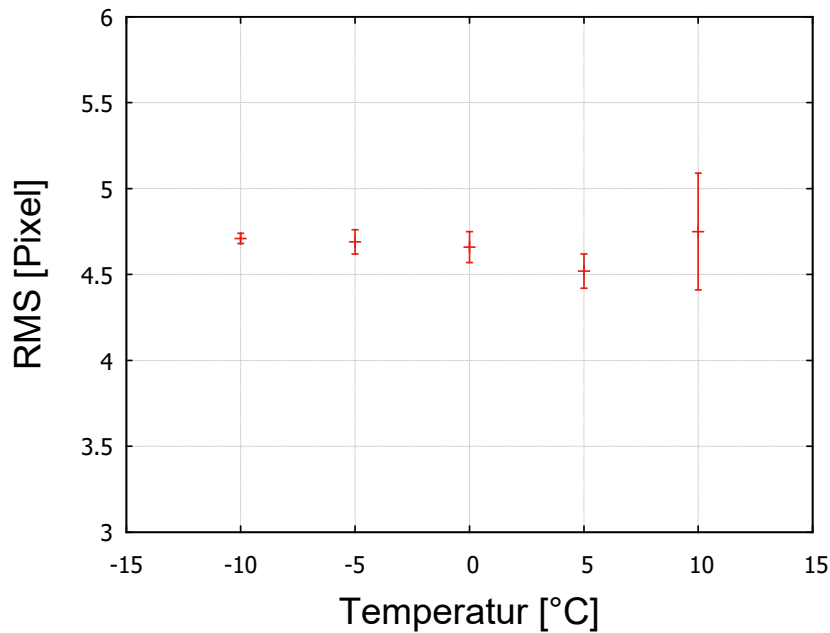


Abbildung 4.15: Die RMS-Werte bei verschiedenen Temperaturen des 35 mm Objektivs.

Interessant ist wieder die Betrachtung des RMS (siehe Tabelle A.1 und Abbildung 4.15). Die Werte liegen wieder hauptsächlich innerhalb ihrer Fehlerunschärfe, allerdings ist diesmal keinerlei Abhängigkeit von der Temperatur zu sehen. Das legt den Schluss nahe, dass auch die leicht variierenden Ergebnisse bei dem 50 mm Objektiv nur statistischer Natur sind. Auffällig ist allerdings, dass der Fehler mit fallender Temperatur stark zurück geht, d.h. die RMS der einzelnen Messungen bei tiefen Temperaturen sich stark angleicht. Möglicherweise nehmen statistische Fehler mit der Temperatur ab, wahrscheinlicher ist es jedoch, dass auch dies nur ein zufälliger Effekt ist, da dieses Verhalten bei dem 50 mm Objektiv nicht zu erkennen ist.

Insgesamt konnte weder für die Art noch für den Grad der Pixelverschiebung eine eindeutige Temperaturabhängigkeit nachgewiesen werden.

Kapitel 5

Fazit

Im Zuge dieser Bachelorarbeit wurde eine Apogee Aspen G07 Kamera und zwei Nikon Objektive für das Pointing der CTA-Teleskope auf Verzeichnungen überprüft. Verwendet wurden für die Auswertung das kostenlose Programm *OpenCV* und das kostenpflichtige Programm *Australis*. *OpenCV* scheint allerdings für die Auswertung einer solchen Hochleistungskamera nicht geeignet zu sein, da keine vernünftigen Daten entnommen werden konnten.

Mithilfe des Programms *Australis* wurde die Verzeichnung in Abhängigkeit der drei Parameter Blendenzahl k , der Brennweite f und der Temperatur untersucht. Dabei wurde, im Rahmen der Messgenauigkeit, eine starke Abhängigkeit von der Brennweite und eine kleine bis gar nicht vorhandene Abhängigkeit von der Blendenzahl und der Temperatur gemessen. Die Blendenzahl kann somit frei gewählt werden und wird mit $k = 8$ als guter Konsens gewählt. Die Temperatur des CCD-Chips sollte im Betrieb trotzdem auf etwa -5°C abgekühlt werden, damit die Auswirkungen des Dunkelstroms sowie des Bias möglichst gering ausfallen. Als Objektiv sollte eher eines mit größerer Brennweite gewählt werden, da hier die Verzeichnungen wesentlich kleiner sind als bei einem Objektiv mit kleinerer Brennweite. Allerdings sollte der Öffnungswinkel so groß sein, dass die Pointingkamera einen ausreichenden Bereich des Himmels um die Hauptkamera herum abdeckt, damit eine Bestimmung der Blickrichtung weiterhin möglich ist.

Ob es einen Einfluss der Verzeichnung auf das Pointing des Teleskops gibt und wie groß dieser ausfällt, soll in einer anderen Bachelorarbeit thematisiert werden. Dabei werden Simulationen des Sternenhimmels erstellt und mit den hier bestimmten Parametern verzerrt werden. Daraufhin wird mit dem Programm *Astrometry.net* nach Sternkombinationen gesucht und mit Sternenkarten verglichen. Daraus wird dann die Blickrichtung des Teleskops in Deklination und Rektaszension angegeben und auf den Einfluss der Verzeichnung geachtet. Zusätzlich soll die Position der Hauptkamera mithilfe von LEDs, die um diese verteilt sind, im Verhältnis zum Teleskop bestimmt werden. Sollte es durch die Pixelverschiebung tatsächlich zu Veränderungen der scheinbaren Blickrichtung kommen, müsste die Berechnung der Verzeichnung invertiert werden und die Aufnahmen zurückgerechnet

werden, um die tatsächliche Blickrichtung zu erhalten. In der Bachelorarbeit von Robert Heinrich (2016) wurden noch Daten von *OpenCV* verwendet, die dazu verwendet wurden, ein Programm für die Positionsbestimmung zu schreiben. Mit Hilfe dieses Programms und den in dieser Arbeit ermittelten Parametern, können in späteren Arbeiten die Auswirkungen der Verzeichnung auf die Positionsbestimmung genauer erörtert werden.

Die hier verwendeten Python und ROOT-Programme werden für weitere Untersuchungen an der Kamera gespeichert und zur Verfügung gestellt.

Ich bedanke mich bei meinem Betreuer Prof. Christopher van Eldik für die gute Zusammenarbeit und gute Ratschläge, wie auch dem gesamten ECAP-Team für das gute Arbeitsklima.

Anhang A

Tabellen und Datenblätter

Messung	RMS [Pixel]
50 mm, +10°C	0,86 ± 0,13
50 mm, +5°C	0,71 ± 0,10
50 mm, 0°C	0,70 ± 0,17
50 mm, -5°C	0,73 ± 0,17
50 mm, -10°C	0,63 ± 0,10
35 mm, +10°C	4,75 ± 0,34
35 mm, +5°C	4,52 ± 0,10
35 mm, 0°C	4,66 ± 0,09
35 mm, -5°C	4,69 ± 0,07
35 mm, -10°C	4,710 ± 0,029

Tabelle A.1: RMS in Pixel der temperatur- und objektivabhängigen Messungen.

Messung	Brennweite f [mm]	x-Verschiebung x_p [mm]	y-Verschiebung y_p [mm]
50 mm, +10°C	52,78 ± 0,05	-0,25 ± 0,12	-0,37 ± 0,06
50 mm, +5°C	52,88 ± 0,11	-0,22 ± 0,11	-0,45 ± 0,07
50 mm, 0°C	52,79 ± 0,11	-0,14 ± 0,06	-0,43 ± 0,08
50 mm, -5°C	52,78 ± 0,06	-0,21 ± 0,04	-0,41 ± 0,10
50 mm, -10°C	52,74 ± 0,14	-0,17 ± 0,03	-0,34 ± 0,04
35 mm, +10°C	36,66 ± 0,15	-0,24 ± 0,02	-0,21 ± 0,05
35 mm, +5°C	36,67 ± 0,10	-0,235 ± 0,014	-0,195 ± 0,011
35 mm, 0°C	36,58 ± 0,05	-0,266 ± 0,011	-0,156 ± 0,010
35 mm, -5°C	36,625 ± 0,024	-0,273 ± 0,004	-0,149 ± 0,010
35 mm, -10°C	36,599 ± 0,028	-0,215 ± 0,008	-0,179 ± 0,018

Tabelle A.2: Brennweite f , x-Verschiebung x_p und y-Verschiebung y_p in mm der temperatur- und objektivabhängigen Messungen.

Parameter	Größenordnung
k_1	10^{-6} mm^{-1}
k_2	10^{-8} mm^{-3}
k_3	10^{-10} mm^{-5}
p_1	10^{-5} mm^{-1}
p_2	10^{-5} mm^{-1}
b_1	10^{-5}
b_2	10^{-5}

Tabelle A.3: Größenordnungen der Verzeichnungsparameter bei *Australis* mit dem 50 mm Objektiv. Diese weichen in manchen Messungen um maximal eine Größenordnung ab.

Parameter	Größenordnung
k_1	10^{-5} mm^{-1}
k_2	10^{-8} mm^{-3}
k_3	10^{-10} mm^{-5}
p_1	10^{-6} mm^{-1}
p_2	10^{-6} mm^{-1}
b_1	10^{-5}
b_2	10^{-5}

Tabelle A.4: Größenordnungen der Verzeichnungsparameter bei *Australis* mit dem 35 mm Objektiv. Diese weichen in manchen Messungen um maximal eine Größenordnung ab.

	f	x_p	y_p	k_1	k_2	k_3	p_1	p_2	b_1	b_2
f	1	-0,146	0,508	0,003	-0,294	0,236	0,202	-0,595	-0,208	0,210
x_p		1	-0,322	0,265	-0,001	-0,118	-0,846	0,199	-0,213	0,506
y_p			1	0,004	-0,101	-0,030	0,317	-0,807	-0,251	-0,006
k_1				1	-0,781	0,680	-0,425	-0,111	0,196	-0,061
k_2					1	-0,937	0,112	0,396	-0,458	-0,157
k_3						1	-0,050	-0,316	0,498	0,058
p_1							1	-0,197	-0,089	-0,211
p_2								1	-0,021	-0,279
b_1									1	0,039
b_2										1

Tabelle A.5: Korrelationskoeffizienten der Messungen des 50 mm Objektivs (24 Messungen).

	f	x_p	y_p	k_1	k_2	k_3	p_1	p_2	b_1	b_2
f	1	-0,062	0,195	-0,168	0,332	-0,043	-0,342	0,258	-0,462	-0,258
x_p		1	-0,494	-0,205	0,150	-0,207	-0,409	0,355	-0,025	-0,194
y_p			1	-0,283	0,163	0,011	0,098	-0,642	-0,569	-0,267
k_1				1	-0,813	-0,110	0,226	-0,209	0,560	-0,226
k_2					1	0,119	-0,385	0,451	-0,634	-0,030
k_3						1	0,150	0,089	0,002	0,171
p_1							1	-0,480	0,162	0,322
p_2								1	-0,094	0,024
b_1									1	0,231
b_2										1

Tabelle A.6: Korrelationskoeffizienten der Messungen des 35 mm Objektivs (25 Messungen).

AF Nikkor

50mm

f/1.8D

Technische Daten

Objektivtyp:	AF Nikkor mit D-Charakteristik, eingebauter CPU und Nikon-Bajonett
Brennweite:	50 mm
Maximale Blendenöffnung:	f/1,8
Optischer Aufbau:	6 Linsen in 5 Gruppen
Bildwinkel:	46° (38° bei Kameras des Advanced Photo System, 31°30' mit Nikon-Digitalkamera D1)
Entfernungsdaten:	Werden an Kameras übertragen
Schärfeneinstellung:	Autofokus mit Nikon-Autofokuskameras (außer F3AF); manuell über separaten Fokussiererring
Entfernungsskala:	Unterteilt in Meter und Fuß und zwar von 0,45m bis Unendlich (∞)
Kürzeste Aufnahmedistanz:	0,45 m
Blendenskala:	f/1.8 — f/22, sowohl auf der Standardskala als auch der Skala für Blendendirekteinspiegelung
Blendenart:	Vollautomatisch
Belichtungsmessung:	Offenblendenmessung bei Kameras mit CPU-Interface-System; Arbeitsblendenmessung bei allen anderen Kameras
Befestigungsgröße:	52 mm (P = 0,75mm)
Abmessungen:	ca. 63,5 mm Durchm. x 39 mm Länge bis Flansch
Gewicht:	ca. 155 g

Abbildung A.1: Datenblatt des 50 mm Objektivs.

AF Nikkor


35mm

f/2D

Technische Daten

Brennweite	: 35mm
Größte Blende	: f/2
Optik	: 6 Elemente in 5 Gruppen
Bildwinkel	: 62°
Dingabstandinformation	: Ausgabe der Dingabstandinformation zum Kameragehäuse möglich
Entfernungsskala	: In Meter und Fuß von 0.45m (0.9ft) bis Unendlich (∞).
Blendenskala	: Blende 2 bis 22 auf der Standardskala und auf der Skala für direkte Blendenablesung
Verriegelung für kleinste Blende	: Vorgesehen
Blendentyp	: vollautomatisch
Belichtungsmessung	: Offenblendenmessung bei allen anderen Kameras mit AI-Blendenkupplung oder CPU-Interface-System; Arbeitsblendenmessung bei Kameras ohne AI-Blendenkupplung
Objektivfassung	: Nikon-Bajonettanschluß
Frontgewinde	: 52mm (P=0,75mm)
Abmessungen	: ca. 64.5mm Durchm. x 42,5mm Länge bis Flansch; Gesamtlänge ca. 53mm
Gewicht	: ca. 205g

Abbildung A.2: Datenblatt des 35 mm Objektivs.



151 N. Sunrise Ave, Suite 902
 Roseville CA 95661 USA
 Tel 916-218-7450
 Fax 916-218-7451
 www.ccd.com

Camera Test Report

Camera Serial Number 131421	Test Date 9/24/2013	
Part Number G07F-MG58DB-CG8300-4H0929	Tested by L. Nguyen	
Camera Series Aspen	Interface U/E	Model 8300
Sensor Kodak KAF-8300	Sensor Grade S	CCD Type Mono microlensed
Sensor Serial Number 9470		Bits 16
Sensor Size 3326 x 2504		Cooling 2 Stage

TEST DATA

Gain	0.4 (electrons per count)
Standard Deviation	18.24 (counts)
RMS Noise	7.2 (electrons)
Maximum Digitized Well Capacity	25K (electrons)
Bias level	817 (counts)
120 Second Dark	819 (counts; includes bias level)
Dark Current	0.007 (electrons per pixel per second)
Test Temperature	-35 (°C); Delta 60 (°C)

Firmware Version 302	Configuration G07	ConfigRev
MAC Address 00095102015D	Drawing Rev PR3	
DLL Version 5.4.538.3003	Back Focal Distance (Physical)	(inches)
Shutter Type MG58	Back Focal Distance (Optical)	(inches)
Finish: Back Standard	Window D	
Finish: Front Standard	Window Material BBAR	

Notes

Digital Offset: AD0 = 293, AD1 = 312

Ziemann-Beck GmbH
 D-48461 Datteln
 +49-5401-9090
 +49-5401-2008
 www.zbhd.de
 info@zbhd.de
 Ziemann-Beck Technologie
 Vertriebsteil

Abbildung A.3: Datenblatt der verwendeten Kamera.

Literaturverzeichnis

- [1] <https://portal.cta-observatory.org/Pages/Home.aspx>, aufgerufen am 16.06.16
- [2] Testing a Single-CCD-Concept for the H.E.S.S. II Pointing, Jakob Herpich, Bachelorarbeit, 2010, Universität Heidelberg
- [3] <https://de.wikipedia.org/wiki/Tscherenkow-Strahlung>, aufgerufen am 16.06.16
- [4] astrometry.net/summary.html, aufgerufen am 16.06.16
- [5] Charakterisierung einer astronomischen CCD-Kamera im Rahmen des CTA-Projekts, Andreas Specovius, Bachelorarbeit 2014, ECAP
- [6] Investigations towards a Single-CCD Pointing-Solution for the Medium-Sized Telescopes of the Cherenkov Telescope Array, Domenico Tiziani, Masterarbeit 2015, ECAP
- [7] ASTROMETRY.NET: BLIND ASTROMETRIC CALIBRATION OF ARBITRARY ASTRONOMICAL IMAGES, Lang et al., 2010, The American Astronomical Society, aufgerufen am 18.07.16
- [8] <http://www.bnhof.de/~didactronic/CCD/CCDprinzip.htm>, aufgerufen am 04.07.16
- [9] <http://pulsar.sternwarte.uni-erlangen.de/wilms/teach/prakt/ccd/manual.pdf>, aufgerufen am 18.07.16
- [10] docs.opencv.org/3.0-beta/modules/calib3d/doc/camera_calibration_and_3d_reconstruction.html, zuletzt aufgerufen am 08.07.16
- [11] Decentering Distortion of Lenses, Duane C. Brown
eserv.asprs.org/PERS/1966journal/may/1966_may_444-462.pdf, aufgerufen am 16.06.16
- [12] de.wikipedia.org/wiki/Verzeichnung, aufgerufen am 16.06.16
- [13] A Flexible New Technique for Camera Calibration, Zhengyou Zhang

- [14] User Manual Australis Version 5.05, 2001
- [15] User Manual Australis Version 7, 2007
- [16] <http://www.mathematik.uni-ulm.de/stochastik/lehre/ss03/wirtschaftsstatistik/skript9/node21.html>, aufgerufen am 07.07.16
- [17] <http://www.foto-kurs.com/schaerfentiefe-in-der-fotografie.htm>, aufgerufen am 19.07.16
- [18] de.mathworks.com/help/signal/ref/rms.html, aufgerufen am 16.06.16
- [19] Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik, Wolfgang Demtröder, 6. Auflage, Springer, ISBN 978-3-642-29943-8
- [20] <https://de.wikipedia.org/wiki/Blendenzahl>, aufgerufen am 11.07.16
- [21] http://blog.ankimo.net/wp-content/uploads/2009/04/fotolia_11886163_s.jpg, aufgerufen am 11.07.16
- [22] <http://www.vision-doctor.de/optische-grundlagen.html>, aufgerufen am 11.07.16
- [23] Simulation einer Pointing-Kamera für das MST des CTA-Instruments, Robert Heinrich, Bachelorarbeit 2016, ECAP

Erklärung

Hiermit bestätige ich, dass ich diese Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe.

Erlangen, den 1. August 2016

Marc Bruchner