

Ray-Tracing Simulation einer asphärischen Linse in Vorbereitung auf Intensitätsinterferometrie mit Cherenkov-Teleskopen

Bachelorarbeit aus der Physik

Vorgelegt von
Markus Dengler
12.10.2018

Erlangen Centre for Astroparticle Physics
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg



Betreuer: Prof. Dr. Stefan Funk

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Grundlagen	4
2.1	Intensitätsinterferometrie	4
2.2	Interferenzfilter	5
3	Simulationssoftware ROBAST	8
3.1	ROBAST	8
3.2	Ray-Tracing mit ROBAST und einige wichtige Klassen	9
3.3	Fresnel-Reflexionen	10
3.4	Überprüfung der Funktionalität von ROBAST	12
4	Asphärische Linsen	17
4.1	Eigenschaften einer asphärischen Linse	17
4.2	Implementierung asphärischer Linsen in ROBAST	19
5	Simulation und Ergebnisse	21
5.1	Ausrichtung der Linse	21
5.2	Winkelverteilung	22
5.2.1	Simulationsaufbau	22
5.2.2	Zusammensetzung der Winkelverteilung	24
5.3	Maximaler Winkel	25
6	Interpretation bezüglich der Anwendung in einem Teleskop	27
7	Zusammenfassung und Ausblick	29

Kapitel 1

Einleitung

Das Konzept der Intensitätsinterferometrie wurde in den 50er Jahren bekannt durch Robert Hanbury Brown und Richard Twiss. Die beiden Forscher fanden heraus, dass die Ankunftszeiten von Photonen aus dem Licht eines Sterns miteinander korreliert sind und man daraus eine deutlich genauere Methode zur Bestimmung des Durchmessers eines Sterns ableiten kann [1]. Im Jahr 1974 veröffentlichte Robert Hanbury Brown *et al* eine Arbeit, in welcher der Winkeldurchmesser von 32 Sternen mittels Intensitätsinterferometrie bestimmt wurde [2].

Trotz der Erfolge wurde die Erforschung dieser neuen Methode lange Zeit nicht fortgeführt, da unter anderem die technische Umsetzung ein großes Problem darstellte. Ein wichtiger Punkt hierbei ist, dass man für Intensitätsinterferometrie Teleskope in großem Abstand zueinander benötigt, um eine gute Auflösung zu erhalten. Hierfür ist das Cherenkov Teleskope Array (CTA), welches sich in Planung befindet, sehr interessant [3]. Hier können deutlich größere Abstände erreicht werden als bei den damaligen Messungen.

Eine weitere Schwierigkeit stellt die sehr schmale Filterung des Lichtes dar, welche für die Intensitätsinterferometrie zwingend notwendig ist. Die besten Eigenschaften hierfür bieten Interferenzfilter. Die Anwendung solcher Filter in Teleskopen ist allerdings nicht ohne weiteres möglich, da diese nur paralleles Licht gut filtern können. Allerdings laufen die Lichtstrahlen in einem Teleskop kegelförmig zusammen. Es sind deshalb optische Bauteile notwendig, die das Licht parallelisieren. Abbildung 1.1 zeigt den schematischen Aufbau einer Intensitätsinterferometriemessung.

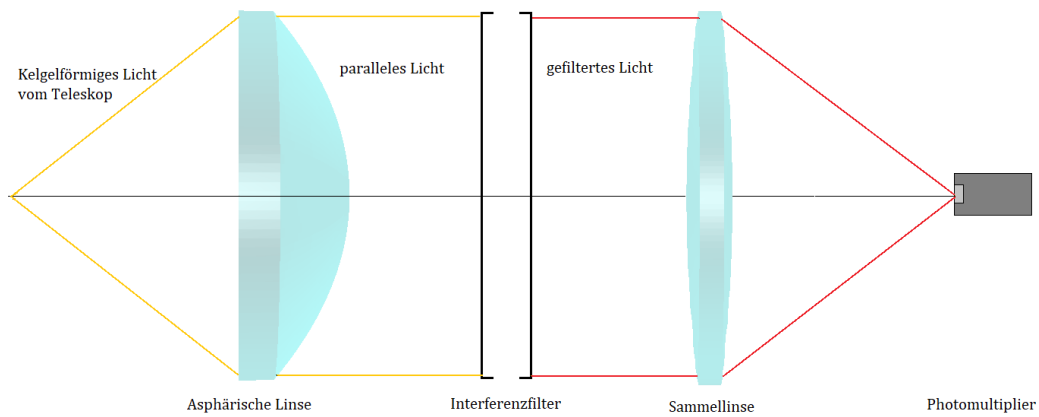


Abbildung 1.1: Aufbau einer Messung bei der Intensitätsinterferometrie. Von links treffen Strahlen kegelförmig auf die Linse und werden parallelisiert, bevor sie auf den Interferenzfilter trifft. Das gefilterte Licht wird dann erneut fokussiert und gelangt schließlich in einem Detektor.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Simulation asphärischer Linsen. Speziell wird hier die Linse AL2520-A von Thorlabs untersucht. Diese Linse ist bereits im Labor für erste Messungen im Einsatz. Die Simulationen werden mit der Ray-Tracing-Software ROBAST durchgeführt, da bereits Teleskope des CTAs mit dieser Software implementiert wurden. Weiterhin soll die Linse im Hinblick auf den Einsatz in einem Teleskop charakterisiert werden um daraus erste Schlüsse zur Anwendbarkeit und Justierung der Linse im Teleskop zu ziehen.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Intensitätsinterferometrie

Bei der Intensitätsinterferometrie nach Brown und Twiss wird durch Messung mit zwei Teleskopen, deren Abstand über eine möglichst große Strecke verändert werden kann, die räumliche Korrelation zweiter Ordnung (räumliche $g^{(2)}$ -Funktion) bestimmt. Die allgemeine Korrelationsfunktion lautet [4]:

$$g^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = \frac{\langle I(\vec{r}_1, t_1) I(\vec{r}_2, t_2) \rangle}{\langle I(\vec{r}_1, t_1) \rangle \langle I(\vec{r}_2, t_2) \rangle}$$

Dabei bezeichnet I die gemessene Intensität an den Orten \vec{r}_1 und \vec{r}_2 zu beliebigen Zeiten t_1 und t_2 . Von diesen Werten geht jeweils der Mittelwert ein.

Für thermische Lichtquellen, wie Sterne sie darstellen, gilt die Siegert-Relation. Diese besagt, dass die räumliche Korrelationsfunktion zweiter Ordnung auch durch die der ersten Ordnung dargestellt werden kann [4].

$$g^{(2)} = 1 + |g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2$$

Diese wiederum kann durch das van-Cittert-Zernike-Theorem als die Fouriertransformierte des räumlichen Intensitätsprofils bestimmt werden [5]. Um dieses zu ermitteln ist es notwendig, das Sternenlicht bei unterschiedlichen Abständen der Teleskope zu vermessen. Die Intensitäten werden zu gleichen Zeiten gemessen, daher entfällt die Zeitabhängigkeit.

Vorraussetzung hierfür ist die Messung des sogenannten Photon-Bunching, welches aus der Bose-Einstein-Statistik folgt. Diese gilt für Bosonen, welche die Eigenschaft zeigen, vor allem die niedrigen Energieniveaus mehrfach zu besetzen, und daher gebündelt auftreten. Hierfür muss eine sehr gute zeitliche Auflösung der Messung gewährleistet sein, die durch die Kohärenzzeit τ_c

festgelegt wird. Das Wiener-Khintchine-Theorem besagt, dass der Zusammenhang zwischen der zeitlichen Korrelationsfunktion und der spektralen Zusammensetzung des Lichts durch eine Fouriertransformation gegeben ist [5]. Somit ist die Kohärenzzeit umgekehrt proportional zum beobachteten Frequenzspektrum. Eine schmale Filterung hat also zur Folge, dass die Kohärenzzeit τ_c größer ist und somit eine genauere Messung möglich ist.

2.2 Interferenzfilter

Um Intensitätsinterferometrie durchzuführen ist es also notwendig, ein sehr schmales Frequenzband zu untersuchen. Dies bedeutet, dass Filter verwendet werden müssen, die Licht sehr schmalbandig filtern können. Die Idee ist es hierfür Interferenzfilter zu verwenden, da diese sehr gute Filtereigenschaften besitzen. Mit solchen Filtern ist es möglich Licht auf wenige Nanometer Bandbreite herauszufiltern und dennoch geringe Intensitätsverluste bei der zu untersuchenden Wellenlänge zu erzeugen.

Interferenzfilter haben allerdings das Problem, dass sich das Ausgangsspektrum ändert, wenn das Licht unter verschiedenen Winkeln auf die Oberfläche des Filters trifft. Dies ist auf seine Funktionsweise zurückzuführen. Interferenzfilter bestehen aus mehreren parallelen Schichten aus lichtdurchlässigem Material und Spiegelflächen. Eine einzelne Schicht ist dabei schematisch aufgebaut, wie in Abbildung 2.1 zu sehen ist.

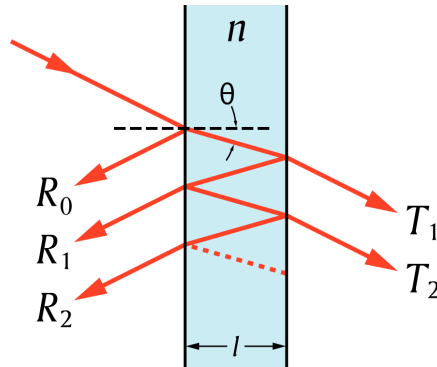


Abbildung 2.1: Schematischer Aufbau einer einzelnen Schicht eines Interferenzfilters. Zwei parallele Spiegelflächen, dazwischen lichtleitendes Material. Tritt Licht zwischen die beiden Spiegel ein wird es mehrfach reflektiert und interferiert mit sich selbst. Nur Licht mit bestimmter Wellenlänge wird nicht ausgelöscht und kann den zweiten Spiegel verlassen [6].

Die Spiegelflächen haben einen sehr hohen Reflexionsgrad, allerdings gelangt ein geringer Teil des Lichts in den Zwischenbereich des Spiegels, wird dort mehrfach reflektiert und es kommt zur Interferenz. Die Bedingung für konstruktive Interferenz lautet [7]:

$$\lambda = \frac{2l}{m}$$

Dabei ist m eine natürliche Zahl, λ die Wellenlänge und l der Abstand zwischen den beiden Spiegeln. Konstruktive Interferenz liegt also dann vor, wenn ein Vielfaches der Wellenlänge genau dem Abstand l entspricht. Nur Wellenlängen, die diese Bedingung erfüllen werden im Spiegel nicht ausgelöscht und können passieren. Aus der Wellentheorie des Lichts folgt, dass dann für diese Wellenlänge bei einem idealen Interferometer eine Transmission von 100 Prozent vorliegt [8].

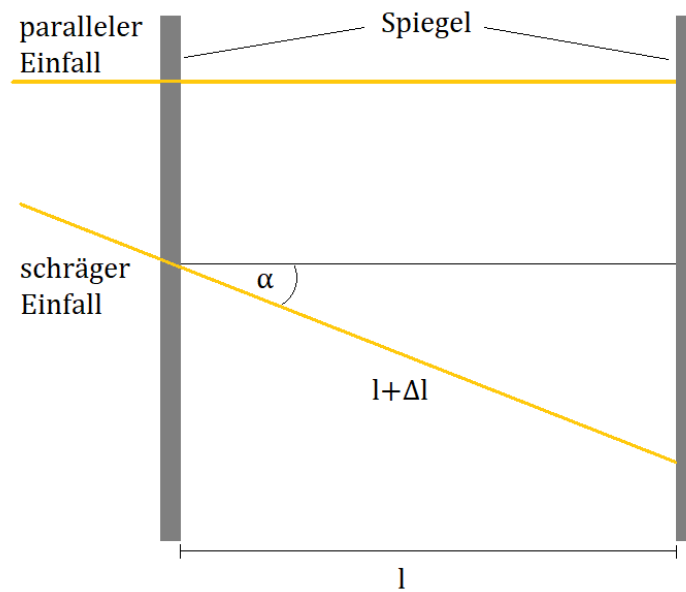


Abbildung 2.2: Darstellung der Problematik bei schrägem Einfall des Lichts. Das Licht legt eine um Δl verlängerte Strecke zwischen den Spiegeln zurück, wodurch eine Wellenlängenänderung eintritt. Diese Änderung ist proportional zum Kosinus des Einfallswinkels α

Wie in Abbildung 2.2 zu sehen, hat eine Änderung des Einfallswinkels zur Folge, dass das Licht zwischen den Spiegeln eine andere Weglänge zurücklegt, was eine Änderung der Größe l um Δl zur Folge hat. Dies wiederum führt zu einer Wellenlängenänderung im Ausgangsspektrum. Diese ist gegeben durch

folgende Gleichung:

$$\cos \alpha = \frac{l}{l + \Delta l} \Leftrightarrow \Delta l = \frac{l}{\cos \alpha} - l$$

Die Änderung Δl , der zwischen den beiden Spiegelflächen zurückgelegten Strecke des Lichts, ist also proportional zum Kosinus des Einfallswinkels α . Dieser hat die Eigenschaft seinen Funktionswert, bei kleinen Änderungen des Winkels um null Grad, nur langsam zu ändern. Hieraus lässt sich ableiten, dass für kleine Abweichungen von der Parallelität auch nur eine kleine Auswirkung auf das Ausgangsspektrum des Filters zu erwarten sind. Bei großen Winkeln, wie sie in einem Teleskop auftreten, müssen die Lichtstrahlen allerdings mittels einer Linse wieder parallel gemacht werden.

Kapitel 3

Simulationssoftware ROBAST

3.1 ROBAST

ROBAST steht für ROOT-Based Simulator for Ray-Tracing. Wie der Name andeutet basiert die Software auf dem am CERN entwickelten Programm ROOT. Dieses besitzt einen Compiler, der es ermöglicht, eigene Skripte zu kompilieren und stellt bereits einige grundlegende Werkzeuge zur Erzeugung dreidimensionaler geometrischer Formen zur Verfügung. Ebenso liefert das Programm eine grafische Ausgabe. Das Ziel des Ray-Tracings ist es, den Lichtweg zu simulieren, welchen ein Photon in einem optischen System zurücklegt. Dieses kann aus Spiegeln, Linsen oder absorbierendem Material bestehen. Photonen werden an einem bestimmten Punkt initialisiert und haben eine Richtung in die sie sich fortbewegen. Ausgehend hiervon wird der weitere Verlauf unter Berücksichtigung der physikalischen Eigenschaften des Lichts in der zuvor definierten Umgebung simuliert. Häufig kommt Ray-Tracing bei der Entwicklung neuer Systeme zum Einsatz, da durch die Simulation erste Erkenntnisse gewonnen werden können, welche bei der Planung sehr hilfreich sind.

Die Programmiersprache, in der ROBAST entwickelt wurde, ist C++. Zusätzlich zu den ROOT Grundbausteinen stellt ROBAST weitere Klassen zur Verfügung, die das Ray-Tracing ermöglichen. Die Simulationssoftware wurde im Jahr 2007 für im Rahmen des Ashra-Projekts entwickelt und wenige Jahre später wurde es als Open Source Project für die Öffentlichkeit zugänglich. Da die Software zur Simulation von Teleskopen entwickelt wurde, eignet sie sich sehr gut für Anwendung auf diesem Gebiet. Sehr häufig finden in Teleskopen komplexe asphärische Linsen Anwendung. Hierfür liefert ROBAST eine spezielle Klasse „AGeoAsphericDisk“, mit der solche Geometrien sehr einfach erzeugt können. Auch bei der hier verwendeten Linse AL2520-A handelt es

sich um eine asphärische Linse, die mittels ROBAST einfach implementiert werden kann. Durch die geringe Anzahl an Klassen, die speziell auf das Ray-Tracing abgestimmt sind, ist die Verwendung von ROBAST sehr einfach und intuitiv [9].

3.2 Ray-Tracing mit ROBAST und einige wichtige Klassen

Im folgenden wird kurz dargestellt, wie eine Simulation mit ROBAST durchgeführt wird. Dabei werden die wichtigsten Klassen, welche hier Verwendung finden, vorgestellt [10].

Mit dem Grundprogramm ROOT lassen sich sehr viele verschiedene geometrische Objekte erzeugen, beispielsweise Kugeln, Quader oder Zylinder. Diese können rotiert, verschoben und miteinander kombiniert werden um komplexere Formen zu generieren. Nachdem man eine Form erzeugt hat, kann diese an die Klasse „ALens“ übergeben werden. Dadurch erreicht man, dass dieses Objekt vom Programm bei der Simulation als Material mit einem Brechungsindex behandelt wird, welcher mittels der Memberfunktion „ALens::SetConstantRefractiveIndex()“ gesetzt werden kann.

Photonen werden durch die Klasse „ARay“ beschrieben. Diese werden initialisiert durch einen Startpunkt und einem Richtungsvektor. ROBAST bietet die Möglichkeit eine große Anzahl an Photonen gleichzeitig zu erzeugen. Hierzu wird die Klasse „ARayShooter“ verwendet. Diese ist sehr nützlich, um die aufwändige Initialisierung der Photonen mittels Schleifen zu umgehen und findet hier daher sehr oft Anwendung. Es können sowohl parallele Strahlen, die kreis- oder rechteckförmig angeordnet sind, als auch kegelförmige Strahlmuster erzeugt werden. Letztere sind für diese Arbeit besonders wichtig, da sie dem Einfall der Photonen auf die Linse entsprechen.

Wird nun das Ray-Tracing gestartet, bewegen sich die Photonen entlang des Richtungsvektors fort, bis sie auf ein Hindernis treffen. Der Auftreffpunkt wird gespeichert und die neue Richtung des Photons ermittelt. Dies geschieht so lange bis der Strahl das System verlässt. Auf diese Weise wird der Weg den das Photon zurücklegt ermittelt. Häufig ist es notwendig Photonen die an einer bestimmten Stelle auftreffen, wie zum Beispiel der Linse eines Detektors, herauszufiltern. Hierzu gibt es die Klasse „AFocalSurface“, welche eine Fokusfläche definiert. Trifft ein Photon auf diese Fläche, wird dieses als fokussiert markiert. Mit der Funktion „ARay::IsFocused()“ kann dies überprüft werden.

Zur Analyse der Simulation gibt es einige sehr hilfreiche Memberfunktionen, mit denen die Richtung und einzelne Punkte ausgegeben werden können. Für diese Arbeit ist am wichtigsten die Funktion „ARay::GetDirection()“, welche den Richtungsvektor eines Photons ausgibt.

3.3 Fresnel-Reflexionen

Bei der Simulation fällt auf, dass beim Übergang zwischen zwei Medien scheinbar willkürliche Reflexionen auftreten. Wie in Abbildung 3.1 zu sehen ist, handelt es sich dabei um einen sehr geringen Anteil der Lichtstrahlen. Zunächst könnte man vermuten, dass diese Beispielsweise durch Totalreflexion auftreten könnten. Doch bei genauerer Betrachtung findet man auch reflektierte Strahlen, die einen deutlich kleineren Winkel aufweisen, als solche, die transmittiert werden. Zudem findet man auch reflektierte Photonen beim Übergang vom optisch dünneren ins dichtere Medium, bei dem grundsätzlich keine Totalreflexion auftritt.

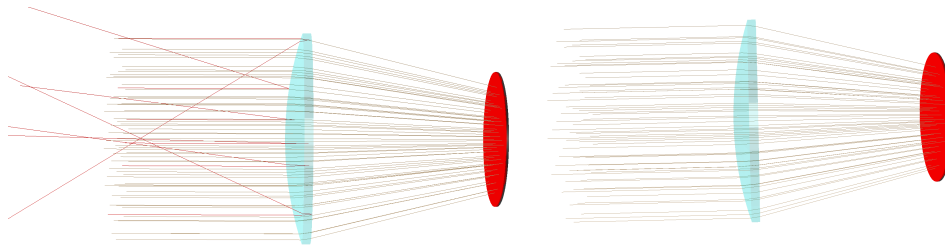


Abbildung 3.1: Im Bild links sind die Fresnel-Reflexionen in rot mit eingezeichnet. Rechts wurden nur die Photonen berücksichtigt, welche auf die Fokusfläche treffen. Daher sind keine Reflexionen mehr zu sehen.

Eine weitere Vermutung ist, dass es sich dabei um Fresnel-Reflexionen handelt. Diese tritt immer bei einem Übergang einer elektromagnetischen Welle zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes auf und wird durch die Fresnel'schen-Formeln beschrieben. Diese geben den Anteil des Lichts an, der reflektiert oder transmittiert wird, wenn es auf eine Grenzfläche trifft. Es gibt dabei für senkrechte und parallele Polarisierung unterschiedliche Formeln, welche hier allerdings nicht im Detail vorgestellt werden. Hier wird lediglich der Spezialfall, senkrecht zur Oberfläche einfallender elektromagnetischer Wellen, betrachtet. Hierzu ist eine Unterscheidung der Polarisierung nicht nötig und es gilt [11]:

$$R = \left(\frac{E_r}{E_{ein}} \right)^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 = \left(\frac{1 - 1,5}{1 + 1,5} \right)^2 = 0,04 = 4\%$$

Dabei bezeichnet R den Reflexionsgrad, $\frac{E_r}{E_{ein}}$ das Verhältnis von reflektierter zu einfallender Amplitude der Welle und n_1, n_2 die Brechungsindizes. Der Reflexionsgrad gibt an, welcher Anteil der einfallenden Intensität an der Grenzfläche zurückgeworfen wird. Da Intensität und Anzahl der Photonen direkt proportional zueinander sind, entspricht der Reflexionsgrad auch dem Anteil an reflektierten Lichtstrahlen.

Es sollten also 4% der Photonen, welche auf die Oberfläche treffen, reflektiert werden. Um dies zu überprüfen wird eine Linse, welche auf beiden Seiten glatt ist, mit Brechungsindex von $n = 1,5$ simuliert, auf die 10000 Photonen parallel auftreffen. Auf diese Weise sind alle Einfallswinkel 90 Grad zur Oberfläche. Wie in Abbildung 3.2 zu sehen, wird zur Vereinfachung die Fokusfläche ins Innere der Linse verschoben und die Anzahl der fokussierten Photonen ausgewertet. Auf diese Weise werden nur die Photonen berücksichtigt, welche an der ersten Grenzfläche gestreut werden.

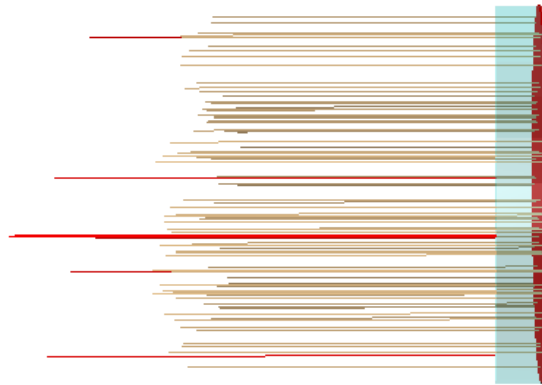


Abbildung 3.2: Ausgabe der Simulation zur Überprüfung des Anteils der Fresnel-Reflexionen bei einer glatten Linse, zur Veranschaulichung mit nur 100 Photonen. Die gelb eingezeichneten Strahlen treffen auf die Fokusfläche (rot), In rot sind die Reflexionen dargestellt.

Von den 10000 treffen 9619 Photonen auf die Fokusfläche, das heißt es werden 381 davon reflektiert, was einem Prozentsatz von 3,81% entspricht. Dieser Wert kommt der theoretischen Erwartung sehr nahe. Weshalb dennoch eine Abweichung von etwa 0,2% vorhanden ist konnte nicht geklärt werden. Treffen die Photonen nicht senkrecht auf die Oberfläche, kann der Anteil

an Reflexionen auch größer sein. Für die Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit werden Die Reflexionen jedoch vernachlässigt, da hier ausschließlich Untersuchungen bezüglich der Winkel vorgenommen werden und die Intensitäten, welche sich durch die Rückstreuung der Photonen ändern würde, keine Rolle spielen. Es muss allerdings darauf geachtet werden, dass die reflektierten Photonen nicht fälschlicherweise mit in die Betrachtungen einfließen, da diese völlig willkürliche Richtungen aufweisen können. Wie beispielsweise in Abbildung 3.1 zu sehen ist, genügt es in den meisten Fällen jedoch, nur die fokussierten Lichtstrahlen auszuwerten, damit die Reflexionen nicht in der Simulation auftauchen.

3.4 Überprüfung der Funktionalität von ROBAST anhand einer sphärischen Linse

In diesem Abschnitt wird überprüft, ob das Simulationsprogramm tatsächlich den Strahlverlauf beim Durchqueren einer Linse richtig simuliert. Dazu werden in ROBAST einzelne Photonen parallel zur optischen Achse auf eine sphärische Linse geschickt. Der Durchmesser der Linse beträgt 25 mm und der Krümmungsradius wird als 25 mm gewählt. Zur Vereinfachung wird hier eine nur einseitig gekrümmte Linse verwendet, wie in Abbildung 3.3 dargestellt. Dies hat den Vorteil, dass die Lichtstrahlen nur einmal gebrochen werden, da die Photonen senkrecht auf die erste Fläche der Linse treffen. Der Brechungswinkel ist durch das Snellius'sche Brechungsgesetz gegeben [12]:

$$n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$$

Dabei ist n_2 der Brechungsindex des Vakuums, somit gilt $n_2 = 1$. Der Brechungsindex der Linse wird als $n_1 = 1,5$ gewählt.

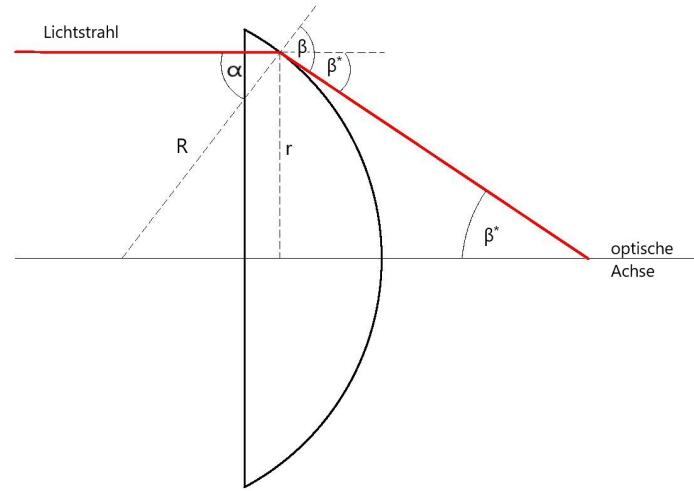


Abbildung 3.3: Skizze zur Bestimmung des Brechungswinkels. In rot ist ein Photon dargestellt, welches im Abstand r zur optischen Achse auf die Linse trifft. R ist der Krümmungsradius der Linse und ist gleichzeitig das Lot, bezüglich dem Ein- und Ausfallwinkel α und β definiert sind. β^* ist der Winkel der gebrochenen Strahlen bezüglich der optischen Achse, welcher durch das Programm ausgegeben wird.

Bei der sphärischen Linse handelt es sich um ein rotationssymmetrisches Objekt. Der Auftreffwinkel α ist daher nur abhängig davon, in welchem Abstand r der Strahl auf die Linse trifft. Es werden deshalb nur Photonen, die in einer Ebene, welche die optische Achse enthält, betrachtet. Anhand von Abbildung 3.3 kann man sich klar machen, dass folgender Zusammenhang für den Auftreffwinkel α gilt:

$$\sin(\alpha) = \frac{r}{R} \Leftrightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{r}{R}\right),$$

wobei R den Krümmungsradius der Linsenoberfläche darstellt. Eingesetzt in das Snellius'sche Brechungsgesetz ergibt sich

$$\frac{n_1 r}{R} = \sin(\beta)$$

und somit

$$\beta = \arcsin\left(\frac{n_1 r}{R}\right).$$

Später wird ersichtlich, dass es aufgrund einfacher Programmierung besser ist, nicht den eigentlichen Brechungswinkel sondern den Winkel β^* , den die gebrochenen Strahlen mit der optischen Achse einschließen, zu berechnen.

Man kann der Skizze entnehmen, dass hierfür lediglich der Auftreffwinkel vom Brechungswinkel subtrahiert werden muss:

$$\beta^* = \beta - \alpha$$

Wie in Abbildung 3.4 zu sehen ist werden 40 Photonen nacheinander mit gleichmäßig verteilten Abständen zur optischen Achse betrachtet. Es wurden die durch Fresnel-Reflexion gestreuten Photonen nicht berücksichtigt, indem nur die fokussierten Strahlen betrachtet werden.

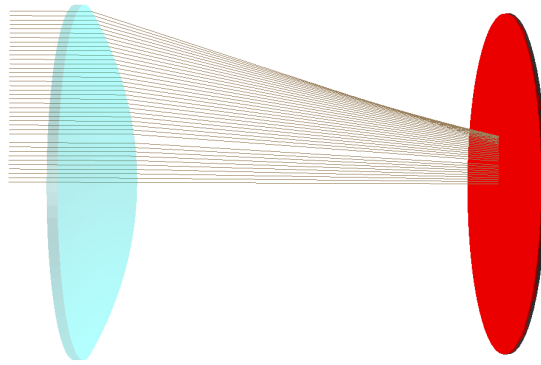


Abbildung 3.4: Graphische Ausgabe der ROBAST-Simulation mit Brechungsindex $n_1 = 1,5$. Die Photonen, in dunkelrot eingezeichnet, treffen in einer Ebene auf die sphärische Linse, welche auf einer Seite flach ist. Sie werden nur einmal an der gekrümmten Oberfläche gebrochen und treffen dann auf die Fokus-Fläche.

Mit der Funktion „ARay::GetDirection()“ wird der Richtungsvektor \vec{g} der gebrochenen Lichtstrahlen ausgegeben. Um den Winkel bezüglich der optischen Achse zu bestimmen, kann die allgemein bekannte Formel zur Berechnung des Winkels ϕ zwischen zwei Vektoren \vec{v}, \vec{w} verwendet werden:

$$\cos(\phi) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| |\vec{w}|}$$

Da die optische Achse als die z-Achse gewählt wurde, bildet man im Zähler das Skalarprodukt aus Richtungsvektor und dem Einheitsvektor in z-Richtung. Dies entspricht der z-Komponente g_z des Richtungsvektors \vec{g} . Es

ergibt sich folgender Zusammenhang für β^* :

$$\cos(\beta^*) = \frac{g_z}{|\vec{g}|}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\beta^* = \arccos\left(\frac{g_z}{|\vec{g}|}\right) = \arccos\left(\frac{g_z}{\sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}}\right)$$

Dieser Zusammenhang soll für die Brechungsindizes $n_1 = 1,25$ und $n_1 = 1,75$ untersucht werden. Zusätzlich wird noch der Brechungsindex des Materials S-LAH64 getestet, da die Linse AL2520-A, welche in dieser Arbeit untersucht wird, aus diesem Material besteht und daher besonders interessant ist. Für dieses Material beträgt der Brechungsindex $n_1 = 1,79$ für eine Wellenlänge von 546nm [13].

Trägt man die simulierten Werte der Winkel zusammen mit den theoretisch berechneten Kurven über die zugehörigen Abstände r zur optischen Achse auf, ergibt sich das Diagramm aus Abbildung 3.5:

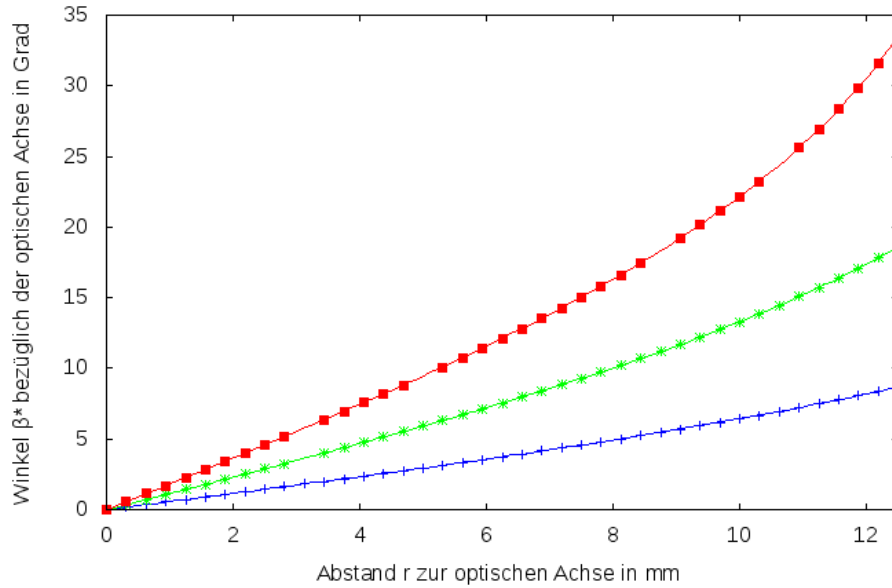


Abbildung 3.5: Rot: Die Werte für den Brechungsindex $n_1 = 1,79$, Grün: Die Werte für $n_1 = 1,5$, Blau: Die Werte für $n_1 = 1,25$ aufgetragen. Die Punkte geben die durch Simulation ermittelten Werte wieder, die Kurven zeigen den theoretischen Verlauf. Einzelne simulierte Werte wurden weggelassen, da diese durch Fresnel-Reflexion verfälscht wurden.

Es ist bemerkenswert, dass alle simulierten Punkte nahezu exakt den theoretischen Werten entsprechen. Man muss allerdings beachten, dass es sich hier nicht um eine Messung handelt, bei der Ungenauigkeiten statistischer und systematischer Natur auftreten können. Aus dieser Sichtweise erscheint die hohe Genauigkeit plausibel. Folgende Tabelle veranschaulicht für einige Werte die hohe Übereinstimmung der Simulation bei einem Brechungsindex von 1,5. Die simulierten Werte stimmen bis in die zwölfte Nachkommastelle mit den theoretischen Werten überein.

r	Simulierte Werte	Theoretische Werte
1.00	1.43523832188407	1.4352383218841
2.25	3.255699594289861	3.255699594289904
3.50	5.139797049311351	5.139797049311419
4.75	7.131038277193683	7.131038277193694
6.00	9.286080825468375	9.286080825468401
7.25	11.68547514628731	11.68547514628732
8.50	14.45498897943679	14.4549889794368
9.75	17.81489271293434	17.81489271293434
11.00	22.22147835809727	22.22147835809728
12.25	28.97352961581069	28.9735296158107

Tabelle 3.1: Einige Werte zur Verdeutlichung der Genauigkeit bei einem Brechungsindex $n_1 = 1,5$. Die Werte stimmen bis zur 12 Nachkommastelle überein.

Diese Genauigkeit ist für die Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit völlig ausreichend. Für die folgenden Simulationen kann also davon ausgegangen werden, dass ROBAST die Brechung der Lichtstrahlen an den Grenzflächen zwischen zwei Medien richtig wiedergibt. Da hier keine Spiegel oder anderen optischen Objekte benötigt werden, müssen diesbezüglich auch keine weiteren Überprüfungen des Programms vorgenommen werden.

Kapitel 4

Asphärische Linsen

4.1 Eigenschaften einer asphärischen Linse

In dieser Arbeit wird die Linse AL2520-A von Thorlabs untersucht. Hierbei handelt es sich um eine asphärische Linse. Anders als bei gewöhnlichen Linsen weicht hier die Krümmung der Oberfläche von der einer Kugel ab. Es reicht also nicht aus nur den Krümmungsradius anzugeben, um die Linse vollständig zu beschreiben, sondern es sind weitere Parameter nötig.

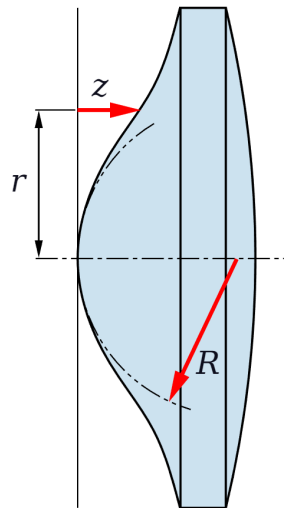


Abbildung 4.1: Schematischer Aufbau einer asphärischen Linse. Die Pfeilhöhe z gibt den Abstand zu einer Ebene durch den Scheitelpunkt im bei einer bestimmten Entfernung r zur optischen Achse an und beschreibt damit die Form der Linse. Zusätzlich ist der Kreis mit dem Scheitelpunkt R eingezeichnet [15].

Die hier verwendete Linse ist rotationssymmetrisch bezüglich der Drehung um die optische Achse. Für solche Geometrien kann gilt die Gleichung für asphärische Linsen [14]:

$$z(r) = \frac{\rho r^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k)(\rho r)^2}} + \sum_{i=2}^n A_{2i} \cdot r^{2i} + \sum_{i=1}^m A_{2i+1} \cdot |r|^{2i+1}$$

Dabei ist $z(r)$ die sogenannte Pfeilhöhe, welche den Abstand zu einer gedachten Ebene durch den Scheitelpunkt der gekrümmten Fläche, bei einer bestimmten Entfernung r zur optischen Achse, angibt. Dieser Wert beschreibt somit die gesamte Geometrie der Linsenoberfläche. ρ ist die Scheitelkrümmung und k die konische Konstante. A_{2i} und A_{2i+1} sind die Korrekturkoeffizienten, welche nach der Potenz von r des zugehörigen Monoms in gerade und ungerade unterschieden werden.

Man erkennt sofort, dass diese Gleichung lediglich vom Abstand r zur optischen Achse abhängt und daher eine rotationssymmetrische Form beschreibt. Ohne die beiden hinteren Summanden gibt die Formel Kegelschnitte wieder und bildet mit ρ und k die Grundform der Linse. Die Scheitelkrümmung ρ ist durch den inversen Scheitelradius $\frac{1}{R}$ gegeben. Kegelschnitte können die Form eines Kreises, einer Ellipse, Parabel oder Hyperbel aufweisen, welche durch die konische Konstante festgelegt wird. Für die Form eines Kreises hat diese beispielsweise den Wert 0 und für die hier verwendete Linse ist $k = -1,35$, also hat diese eine hyperbolische Grundform. Die beiden Summenterme definieren zu dieser Form Korrekturpolynome, um mit der gegebenen Struktur komplexere Formen beschreiben zu können. Wie bei den meisten Linsen werden bei der Linse AL2520-A allerdings nur die geraden Summanden berücksichtigt.

Diese Formel ist standardisiert, daher findet man die Angaben aller Konstanten und Korrekturfaktoren in den Datenblättern. Die Werte zur Linse AL2520-A können folgendem Auszug aus dem Datenblatt entnommen werden.

ASPHERIC COEFFICIENTS

	R	k	A ₄	A ₆	A ₈	A ₁₀	A ₁₂	A ₁₄	A ₁₆
S1	15.54	-1.35	2.3618134e-05	-1.1303079e-08	-1.1113906e-11	-2.3981714e-14	3.035791e-17	1.3660815e-19	-1.8881587e-22
S2	INFINITE	-	-	-	-	-	-	-	-

Abbildung 4.2: Auszug aus dem Datenblatt der Linse AL2520-A. Zeile S1 gibt die Parameter der asphärisch gekrümmten Oberfläche an. Die zweite Oberfläche der Linse ist glatt, was einem unendlichen Krümmungsradius R entspricht [16].

4.2 Implementierung asphärischer Linsen in ROBAST

Wie bereits angesprochen, bietet ROBAST eine gute Möglichkeit, die Form einer asphärischen Linse mittels der Klasse „AGeoAsphericDisk“ zu erzeugen. Genauer handelt es sich dabei um einen Zylinder, dessen Grund- und Deckfläche modifiziert werden können. Beim Erzeugen eines Objektes dieser Klasse, wird für jede Fläche jeweils Scheitelkrümmung ρ und z-Komponente des Scheitelpunktes festgelegt. Dies hat den Grund, dass die Software die optische Achse der Linse standardmäßig entlang der z-Achse ausrichtet, wie in Abbildung 4.3 zu erkennen ist. Ohne weitere Einstellungen sind nun beide Flächen kugelförmig. Es handelt sich also eine sphärische Linse. Es müssen noch die konischen Konstanten und die Korrekturfaktoren für beide Flächen übergeben werden.

Hierfür gibt es zwei Memberfunktionen. Für die konische Konstante lautet diese „AGeoAsphericDisk::SetConicConstants()“, wobei in der runden Klammer lediglich die Werte der Konstanten eingetragen werden. Um die Korrekturfaktoren zu definieren, müssen diese zunächst in Arrays gespeichert werden, und diese der Funktion „AGeoAsphericDisk::SetPolynomials()“ übergeben werden. Ebenso verlangt diese Funktion auch die Angabe des Grades des jeweiligen Korrekturpolynoms. Da ROBAST ebenfalls nur die geraden Korrekturkoeffizienten berücksichtigt, muss das Array nur mit den Werten aus Abbildung 4.2 gefüllt werden und keine Nullen für ungerade Korrekturen eingefügt werden.

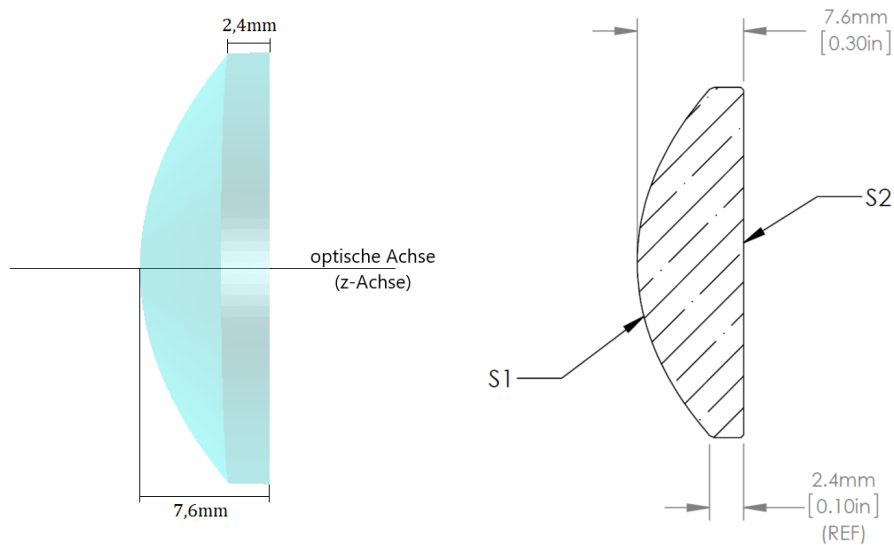


Abbildung 4.3: Gegenüberstellung der durch ROBAST simulierte Linse AL2520-A (links) und deren technischen Zeichnung (rechts) [16] in der Seitenansicht. Die Formen stimmen in Bemaßung und Krümmung der Oberfläche überein.

In Abbildung 4.3 sieht man links die vollständig parametrisierte Linse AL2520-A, wie sie in ROBAST dargestellt wird. Rechts ist die technische Zeichnung aus dem Datenblatt zu sehen. Vergleicht man die beiden Formen miteinander so stimmen beide in der Krümmung der Oberfläche und den Bemaßungen überein.

Kapitel 5

Simulation und Ergebnisse

5.1 Ausrichtung der Linse

Es gibt grundsätzlich zwei Möglichkeiten die Linse auszurichten. Man kann die Linse mit der gekrümmten Oberfläche der Einfallsseite zugewandt oder abgewandt einsetzen. Abbildung 5.1 zeigt, dass die Ausrichtung der Linse einen sehr großen Einfluss auf den Strahlverlauf hat.

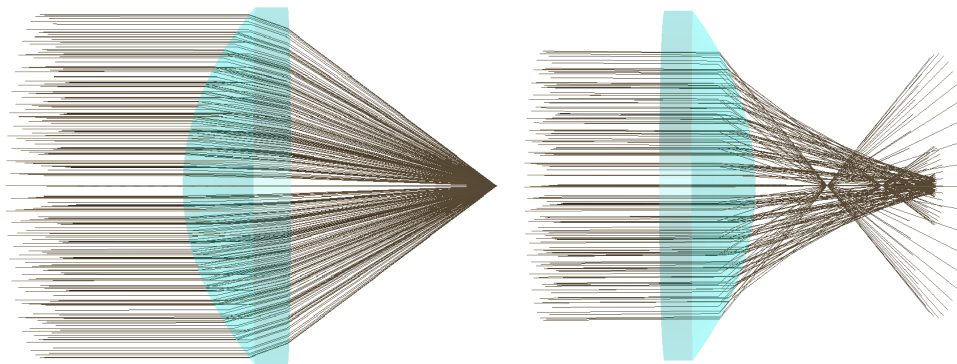


Abbildung 5.1: Möglichkeiten die Linse auszurichten. Parallele Lichtstrahlen treffen von links kommend auf die Linse. Im Bild links ist die Linse richtig ausgerichtet und die Strahlen werden in einem Punkt fokussiert. Rechts hingegen liegen die einzelnen Schnittpunkte der Strahlen weit auseinander.

Wenn die Linse richtig ausgerichtet ist, schneiden sich parallele Lichtstrahlen in einem Punkt, dem Brennpunkt. Dreht man die Linse um, so schneiden sich die Strahlen an verschiedenen Punkten entlang der optischen Achse, was ähnlich aussieht wie die sphärische Abberation bei kugelförmigen Linsen. Für die folgenden Untersuchungen wird die Linse daher wie in

Abbildung 5.1 ausgerichtet. Allerdings wird im folgenden der Strahlverlauf umgekehrt sein, also treffen die Photonen kegelförmig auf die glatte Seite der Linse und sollen auf der anderen Seite parallel sein.

5.2 Winkelverteilung

5.2.1 Simulationsaufbau

In diesem Abschnitt wird nun das Brechungsverhalten der Linse AL2520-A untersucht werden. Es gilt herauszufinden, ob die Linse aufgrund ihrer Eigenschaften zu diesem Zweck geeignet ist und wie die Linse ausgerichtet werden muss, um ein möglichst paralleles Strahlenbündel zu erzeugen. Diese Forderung ergibt sich daher, weil im späteren Versuchsaufbau nach der Linse ein Interferenzfilter zum Einsatz kommen wird, dessen Spektrum abhängig vom Einfallswinkel der Strahlen ist (siehe Abschnitt 2.2).

Wie bereits in der Einleitung erwähnt wird das Licht von den Teleskopspiegeln fokussiert und die Photonen treffen dann kegelförmig auf die Linse AL2520-A, welche hier untersucht werden soll. Da jede Optik Abbildungsfehler aufweist, trifft das Licht allerdings nicht exakt in einem Punkt zusammen, sondern es gibt viele solcher Schnittpunkte der Strahlen entlang der optischen Achse. Dies führt dazu, dass das Licht aus unterschiedlichen Abständen d auf die Linse trifft.

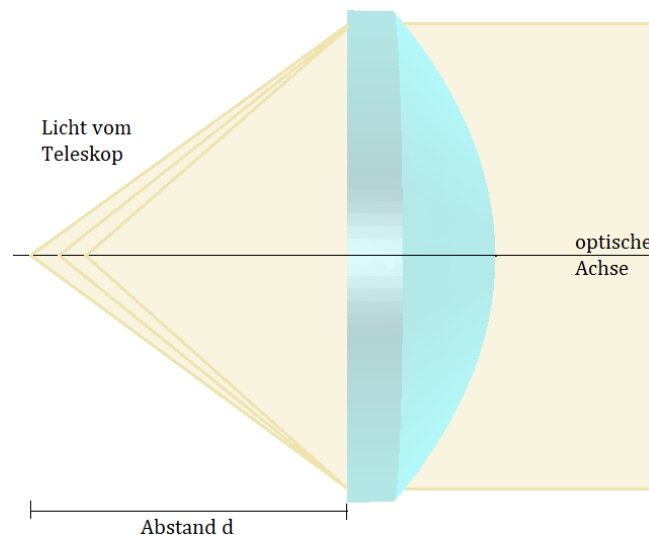


Abbildung 5.2: Aufbau der Simulation. Von links treffen Photonen kegelförmig mit unterschiedlichen Abständen auf die Linse. Diese soll dabei immer voll ausgeleuchtet werden.

Um die Linse genauer zu charakterisieren werden, wie in Abbildung 5.2 dargestellt, kegelförmig Strahlenbündel mit unterschiedlichen Abständen d zur Linse untersucht. In Abhängigkeit des Abstandes wird die Winkelverteilung bestimmt. Dazu werden die Winkel der Photonen, wie in Abschnitt 3.4 dargestellt, ermittelt und die Häufigkeit der einzelnen Winkel bezüglich der optischen Achse bestimmt. Je kleiner die Winkel sind desto parallel sind die Strahlen. Die Simulation wurde dabei für jeden Abstand mit einer Million Photonen durchgeführt, damit statistische Fehler unterdrückt werden.

Trägt man nun die Häufigkeiten über den zugehörigen Winkel auf, so ergibt sich das Diagramm aus Abbildung 5.3.

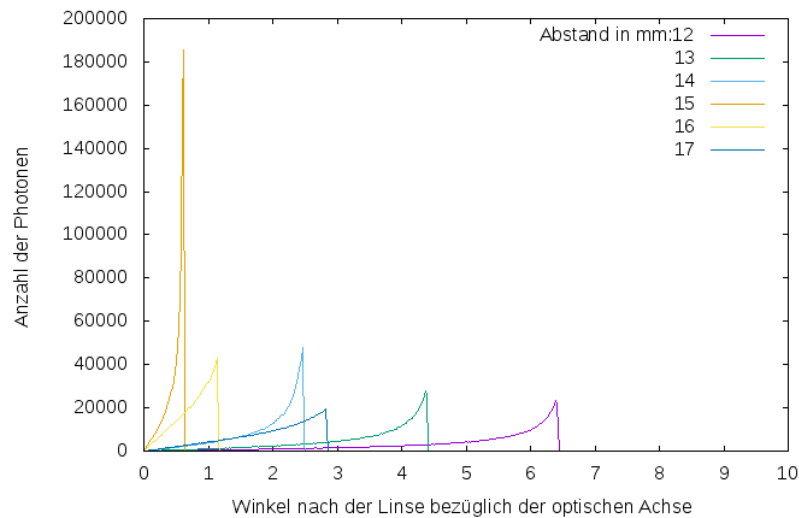


Abbildung 5.3: Winkelverteilung nach der Linse für verschiedene Abstände zur Linse (17 mm), die durch die verschiedenen Farben illustriert sind. Nahe des Brennpunktes haben die Photonen den kleinsten Winkel. Bei Änderung des Abstandes in beide Richtungen ausgehend vom Brennpunkt werden die Winkel größer.

Alle Kurven haben eine ähnliche Form. Im Bereich um null Grad, werden wenige Photonen registriert und die Kurve steigt dann nichtlinear bis zu einem maximalen Wert an und fällt von dort sehr schnell wieder auf null ab. Man erkennt, dass besonders die größeren Winkel häufiger auftreten als kleinere. Bei der Vergrößerung der Abstände im Bereich von 12 bis 15 mm werden die Winkel nach der Linse zunächst kleiner und steigen danach bei weiterer Vergrößerung des Abstandes wieder an. Wie im folgenden noch genauer untersucht wird, befindet sich der Brennpunkt der Linse im Bereich zwischen 15

und 16 mm Abstand. In diesem Punkt erwartet man, dass die Winkel ihren minimalen Wert annehmen.

5.2.2 Zusammensetzung der Winkelverteilung

Der Verlauf der Kurven ist im zunächst bemerkenswert, daher soll nun die Zusammensetzung der Winkelverteilung genauer untersucht werden. Dazu wird eine Kurve betrachtet und diese in verschiedene Winkelbereiche, wie in Abbildung 5.4 unten rechts in rot eingezeichnet, unterteilt. Die drei anderen Bilder zeigen der Reihe nach die Photonen im jeweiligen Winkelbereich.

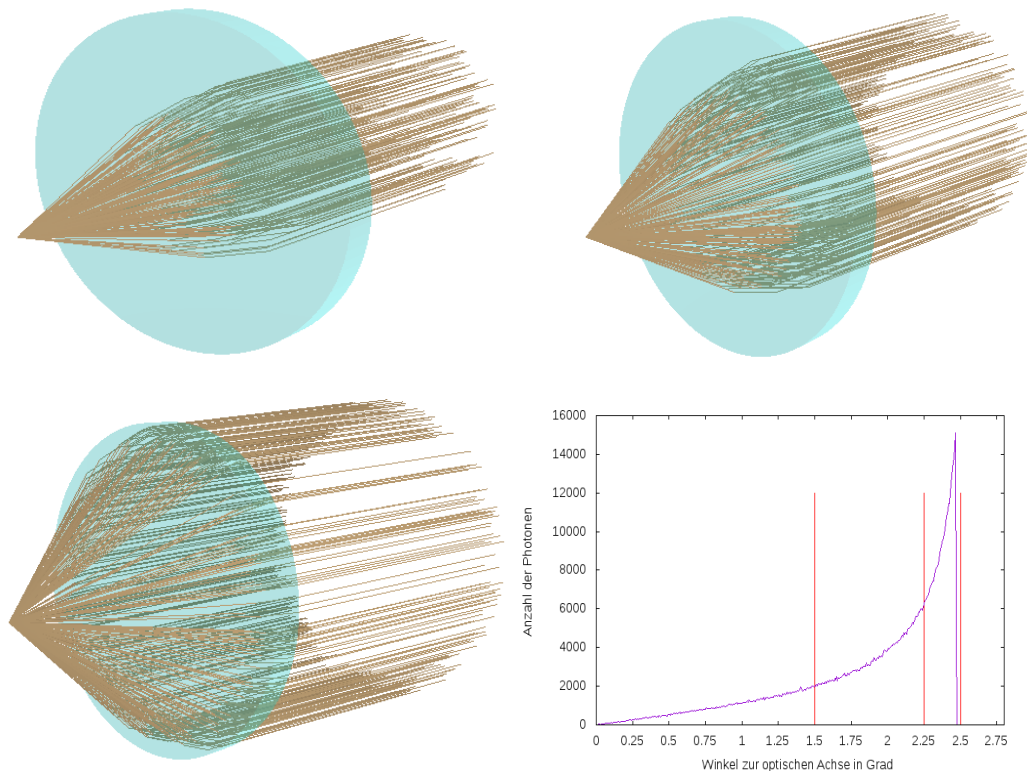


Abbildung 5.4: Aufteilung der Strahlen in verschiedene Winkelbereiche. Im Bild unten rechts ist die Aufteilung mit roten Linien dargestellt. Die anderen Bilder zeigen der Reihe nach die Ausgabe der jeweiligen Bereiche. Die glatte Oberfläche ist dabei auf der Seite, von der die Photonen kegelförmig auftreffen. Je weiter außen ein Photon auf die Linse trifft, desto größer sind die Winkel nach der Linse.

Auffällig ist, dass die kleineren Winkel vor allem im Inneren der Linse auftreten. Je weiter außen die Photonen auftreffen, desto größer ist ihr Winkel

nach der Linse. Hierdurch wird auch der Peak am Ende jeder Kurve erklärt. Teilt man die Kreisscheibe in konzentrische Ringe mit gleicher radialer Breite auf, so ist die Fläche eines weiter außen liegenden Rings größer als die inneren. Daher treffen in den äußeren Bereichen mehr Photonen auf, gleichbedeutend mit den größeren Anteilen in der Winkelverteilung.

5.3 Maximaler Winkel

Wie bereits in Abschnitt 5.2 festgestellt wurde, gibt es für jeden Abstand zur Linse einen maximalen Winkel. In der Nähe dieses Punktes hat die Kurve der Winkelverteilung ihr Maximum, das heißt, der Großteil der Winkel befindet sich in diesem Bereich. Im folgenden wird dieser Winkel genauer untersucht. Der Wert dieses Winkels ist besonders interessant, weil er Einfluss auf die maximale Breite des Spektrums nach dem Interferenzfilter hat.

Es werden nun mit dem gleichen Aufbau wie bei der Bestimmung der Winkelverteilung kegelförmige Lichtstrahlen mit unterschiedlichen Abständen simuliert. Auf der anderen Seite der Linse werden die Winkel ermittelt und dabei der maximale Winkel ausgewertet. Das Diagramm aus Abbildung 5.5 zeigt das Ergebnis dieser Untersuchung.

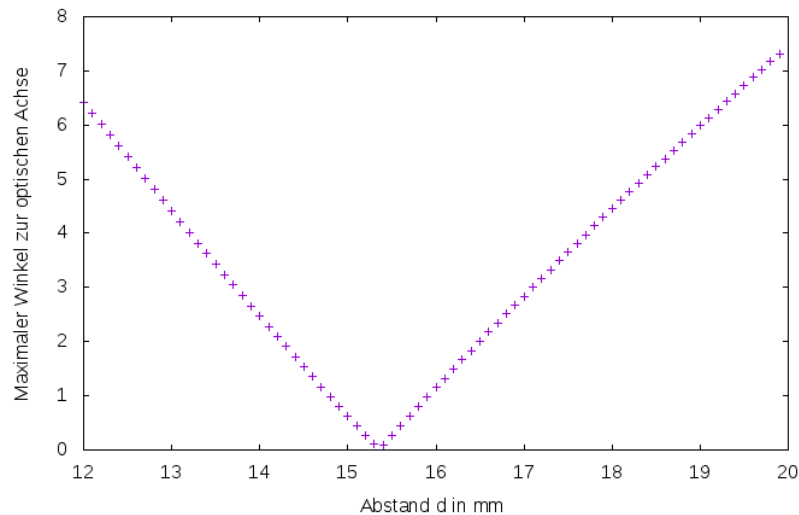


Abbildung 5.5: Maximale Winkel nach der Linse bei einem Einfall des Licht aus Abständen zwischen 12 und 20 mm. Die Kurve hat ein Minimum im Brennpunkt. Eine Änderung des Abstandes bezüglich des Brennpunktes hat einen annähernd linearen Anstieg des maximalen Winkels zur Folge.

Es fällt auf, dass es einen Abstand gibt, bei dem der maximale Winkel annähernd null Grad beträgt. In diesem Punkt befindet sich der Brennpunkt der Linse. Wie bereits in Abbildung 5.1 zu sehen ist, fokussiert die Linse paralleles Licht gut in einem Punkt. Aus der geometrischen Optik ist bekannt, dass die Richtung der Strahlen umkehrbar ist. Daher ist es nicht verwunderlich, dass in diesem Versuch die Strahlen in der Nähe des Brennpunktes sehr parallel sind. Interessant ist jedoch der Anstieg des Winkels bei der Änderung des Abstandes vom Brennpunkt in beide Richtungen. Hierbei ist jeweils ein linearer Zusammenhang mit ähnlich großer Steigung festzustellen, welche durch einen Fit ermittelt wurde. In Richtung kleinerer Abstände als der Brennpunkt beträgt die Steigung $1,9^\circ \frac{1}{mm}$ und bei weiterer Entfernung als der Brennpunkt $1,6^\circ \frac{1}{mm}$. Dies ist ein relativ steiler Anstieg, daher ist es wichtig die Linse genau zu positionieren, um möglichst parallele Strahlen zu erhalten.

Kapitel 6

Interpretation bezüglich der Anwendung in einem Teleskop

Betrachtet man die Zusammensetzung des Lichtkegels in einem Teleskop genauer, so könnte dieser grundsätzlich wie in Abbildung 6.1 aussehen. Strahlen die von einem Kreis um die optische Achse mit einem bestimmten Radius ausgehen treffen auch kreisförmig auf der Linse auf. Diese Photonen liegen jeweils auf der Mantelfläche eines Kegels, welcher in Abhängigkeit des Radius unterschiedliche Abstände zur Linse und verschiedene Öffnungswinkel aufweist.

In den zuvor durchgeführten Simulationen wurde die Linse bei unterschiedlichen Abständen bei voller Ausleuchtung untersucht. Jede dieser Mantelflächen ist allerdings in der Winkelverteilung, die mit dem gleichem Abstand aufgenommen wurde, enthalten. Da für die verschiedenen Abstände die maximalen Winkel bestimmt wurden, kann auch auf den maximalen Winkel des gesamten Strahlenbündels geschlossen werden.

In den obigen Simulationen lag dieser Wert für alle Abstände deutlich unter zehn Grad (siehe Abschnitt 5.3), bei einer Abstandsänderung im Bereich von etwa 5 mm symmetrisch um den Brennpunkt. Die Untersuchung der Zusammensetzung der Winkelverteilung ergab außerdem, dass die Photonen, die weiter innen auf die Linse treffen, einen geringeren Winkel aufweisen (siehe Abschnitt 5.2.2) als jene im äußeren Bereich. Es hat sich allerdings herausgestellt, dass aus geometrischen Gründen die äußeren Strahlen einen größeren Anteil der Photonen beziehungsweise der Intensität ausmachen.

Für die Justierung der Linse im Strahlengang des Teleskops im Hinblick auf die Minimierung der Ausgangswinkel bedeutet dies, dass der Brennpunkt an die Strahlen angepasst werden sollte, welche im äußeren Bereich der Linse auftreffen. Dadurch werden diese sehr gut parallelisiert, während die inneren Strahlen ohnehin kleinere Winkel aufweisen.

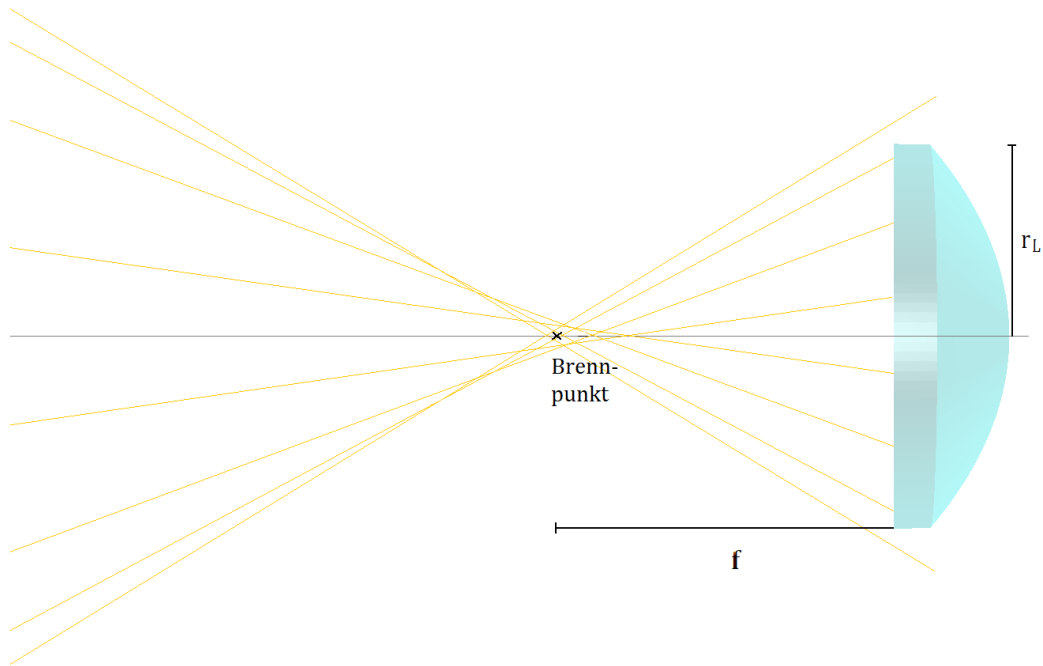


Abbildung 6.1: Schematischer Strahlverlauf bei nicht exakter Fokussierung auf einen Punkt.

Eine weitere Problematik ist, dass die Brennweite und der Winkel des Strahlenbündels aus dem Teleskop aufeinander abgestimmt sein müssen. Ansonsten ist es nicht möglich mit der Linse gleichzeitig die komplette Intensität einzufangen und das Licht gut zu parallelisieren. Dies ist auch in Abbildung 6.1 angedeutet. Der Winkel der Strahlen aus dem Teleskop sollte für die Linse AL2520-A weniger als 39 Grad betragen. Diese Bedingung ergibt sich aus der Forderung, dass auch die äußeren Strahlen, wenn diese im Brennpunkt platziert sind, auf die Linse treffen.

$$\tan \alpha = \frac{r_L}{f} \Leftrightarrow \alpha = \arctan \frac{r_L}{f} = \frac{12,5 \text{ mm}}{15,4 \text{ mm}} = 39^\circ$$

Hier ist r_L der Radius der Linse und f der Abstand des Brennpunktes zur Linse, welcher in Abschnitt 5.3 ermittelt wurde.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde gezeigt, wie asphärische Linsen aufgebaut sind, und wie diese mit der Ray-Tracing-Software ROBAST implementiert werden können. Es stellte sich heraus, dass diese Software sehr gut geeignet ist, um solche Linsen zu simulieren, da hierfür spezielle Klassen zur Verfügung stehen. Um die Richtigkeit der Simulationen zu verifizieren, wurden die Brechungswinkel an einer einfachen Linse überprüft.

Es wurde hier die asphärische Linse AL2520-A von Thorlabs untersucht. Diese wurde anhand der Winkelverteilung, welche die Lichtstrahlen bei kegel-förmigen Einfall nach der Linse aufweisen, charakterisiert und daraus erste Schlüsse zur Verwendbarkeit in einem Teleskop gezogen. Diese Linse zeigte bereits ein gutes Brechungsverhalten. Es ist allerdings möglich, dass es andere asphärische Linsen gibt, die noch besser für diesen Zweck geeignet sind.

Das Fazit dieser Arbeit ist, dass das Vorhaben, fokussiertes Licht eines Teleskops, mittels einer asphärischen Linse wieder zu parallelisieren, grundsätzlich möglich ist und sollte deshalb weiter verfolgt werden.

Genauere Untersuchungen unter Verwendung tatsächlicher Teleskopstrahlenverläufe konnten im Rahmen dieser Arbeit noch nicht durchgeführt werden. Es existieren allerdings Simulationen von Teleskopen des CTAs in ROBAST, deshalb könnte als nächstes Ziel die Implementierung der Linse in die Simulation der Teleskope angestrebt werden. Nur so kann eine verlässliche Aussage über die tatsächliche Winkelverteilung und Umsetzbarkeit getroffen werden. Des weiteren gilt es zu untersuchen, welchen Einfluss die Größe des Einfallswinkels beim Auftreffen der Photonen am Interferenzfilter auf das Ausgangsspektrum hat. In Abschnitt 2.2 wurde gezeigt, dass bei kleinen Winkeln kaum Änderungen im Spektrum zu erwarten. Dies hat sich auch in ersten Untersuchungen mit einem Interferenzfilter gezeigt.

Literaturverzeichnis

- [1] Hanbury Brown, A Test of a new Type of Stellar Interferometer on Sirius, in: Nature Band 178, S. 1046ff, 1956
- [2] Hanbury Brown, The Angular Diameters of 32 Stars, in: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society Band 167, S.121-136, 1.April 1974
- [3] CTA-Webseite, <https://www.cta-observatory.org/>, 10.10.2018
- [4] Peter Deiml, Institut für Optik, FAU Erlangen-Nürnberg, Investigation of Microparticle Suspensions using Statistical Optics, 2015
- [5] Versuch Photonenstatistik, Fortgeschrittenenpraktikum <http://www.fp.fkp.uni-erlangen.de/fortgeschrittenenpraktikum/versuchsangebot-fuer-bsclanf/BSc-Versuchsanleitungen/B45.pdf>, 08.10.2018
- [6] Wikipedia, Interferenzfilter, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=26253862>, 26.09.2018
- [7] Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 2, Springer-Verlag, 6. Auflage, S. 314
- [8] Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 2, Springer-Verlag, 6. Auflage, S. 314
- [9] ROBAST-Website, <https://robast.github.io/index.html>, 06.09.2018
- [10] ROBAST-Klassenreferenz, <https://robast.github.io/html/doc/ClassIndex.html>, 10.10.2018
- [11] Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 2, Springer-Verlag, 6. Auflage, S. 234

- [12] Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 2, Springer-Verlag, 6. Auflage, S. 233
- [13] RefractiveIndex.info, <https://refractiveindex.info/?shelf=glass&book=OHARA-LAH&page=S-LAH64>, 31.08.2018
- [14] Datenblatt zur Linse AL2520-A, Thorlabs, <https://www.thorlabs.com/drawings/9ba847646dea9005-DADE67A6-9E39-8932-772C9D27E99D8F0C/AL2520-A-AutoCADPDF.pdf>, 26.09.2018
- [15] Wikipedia, Asphärische Linse, <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pfeilh%C3%B6he.svg#/media/File:Pfeilh%C3%B6he.svg>, 08.09.2018
- [16] Auszug aus Datenblatt zur Linse AL2520-A, Thorlabs, <https://www.thorlabs.com/drawings/9ba847646dea9005-DADE67A6-9E39-8932-772C9D27E99D8F0C/AL2520-A-AutoCADPDF.pdf>, 26.09.2018

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbst verfasst habe. Es wurden nur die in der Arbeit angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt.

Erlangen, den 10. Oktober 2018

Markus Dengler